



Waardevol reken-wiskundeonderwijs - kenmerken van kwaliteit

- verslag en nabeschuiving 28^e Panama-conferentie -

S.A. Lit & R. Keijzer
FIsmc, Universiteit Utrecht

Op 20 tot en met 22 januari 2010 vond de jaarlijkse Panama-conferentie plaats. Het thema 'Waardevol reken-wiskundeonderwijs - kenmerken van kwaliteit' werd uitgewerkt vanuit verschillende perspectieven, namelijk de onderwijsopbrengst, de kwaliteit van de leraar, de kwaliteit van de didactiek, doorlopende leerlijnen, het perspectief van de leerling en die van de (onderwijs)cultuur. Tijdens de conferentie werd helder dat problemen binnen deze gebieden in samenhang moeten worden aangepakt.

1 Vooraf

De Panama-conferentie van 2010, met als titel 'Waardevol reken-wiskundeonderwijs - kenmerken van kwaliteit', vond van 20 tot en met 22 januari 2010 plaats. We doen hier verslag van. Aan dit verslag leverden enkele deelnemers aan de conferentie een bijdrage, te weten: Marjoke Bakker, Bas Bank, Nico den Besten, Conny Bodin, Douwe Jan Douwes, Yvonne van der Eerden, Martine den Engelsen, Hans ter Heege, Ton van der Heiden, Ruud Houweling, Ortwin Hutten, Wim Keijzer, Francis Meester, Ed de Moor, Sylvia van Os, Gert Schoeman, Jan Stapel, Jan van Stralen en Bronja Versteeg. Mede op basis hiervan is dit verslag geschreven.

Alleen maar rekenen uit een boek biedt kinderen onvoldoende bagage voor rekenen in het dagelijks leven en voor hun toekomstig beroep.

(Mieke van Groenestijn, lector gecijferdheid)

2 Verschillende perspectieven

Marc van Zanten opent de conferentie. Rekenen-wiskunde staat volop in de belangstelling. In een hoog technologische maatschappij is reken-wiskundeonderwijs van goede kwaliteit nodig. 'Maar wat is goed reken-wiskundeonderwijs?', vraagt Van Zanten zich af. 'We weten het nog onvoldoende', is zijn antwoord. Hij kondigt een conferentie aan waarin ruimte is voor verschillende visies en standpunten en zet de toon door een tiental citaten vanuit verschillende perspectieven te presenteren: een citaat van staatssecretaris Van Bijsterveldt, die op vrijdag aanwezig zal zijn bij de conferentie, een citaat van hoogleraar Marja van den Heuvel, citaten van beide lectoren

Mieke van Groenestijn en Ronald Keijzer, en citaten van onder meer een leraar, een schoolleider en een opleidingsdocent. Ze zijn verspreid in dit verslag opgenomen. De maatschappelijke discussie over de betekenis van de realistische tegenover de meer traditionele didactiek bereikte in het najaar van 2009 een mijlpaal met het verschijnen van het advies 'Rekenonderwijs op de basisschool, analyse en sleutels tot verbetering' van de Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen, onder voorzitterschap van Jan Karel Lenstra. De landelijke pers vatte het rapport samen in koppen als 'Rekenniveau daalt door docent'. 'Dat doet de conclusies van het advies geen recht', zegt Van Zanten, 'maar we zijn het erover eens dat de leraar van niet te overschatten belang is voor goed reken-wiskundeonderwijs. Maar ook de didactiek doet ertoe. Het gaat om een goede balans tussen leerstof en leerling; om cognitie en emotie. Juist door alle mogelijke relevante aspecten in beschouwing te nemen, doen we recht aan het belang van goed reken-wiskundeonderwijs.'

Dit verslag start met het onderzoek van de KNAW naar de oorzaken van achterblijvende rekenresultaten. We gaan ook in op ander onderzoek. In lijn met de conclusies van het KNAW-onderzoek, stellen we vervolgens de leraar centraal: wat kenmerkt een goede reken-wiskundeleraar? In een volgende paragraaf worden kenmerken van betekenisvolle didactiek besproken. Daarna is de blik op doorgaande leerlijnen, om vervolgens de aandacht te richten op het kind en de ontwikkeling van zijn talent, gevolgd door de intrinsieke waarde van de wiskunde en een korte beschouwing in historisch perspectief: over de vraag welke doelen voor rekenen-wiskunde in deze maatschappij, ook met het oog op de toekomst, waardevol moeten worden geacht. Het verslag eindigt met een korte reflectie en een vooruitblik, mede aan de hand van het gesprek met de staatssecretaris.

De staartdeling, dat icoon, is ook niet van God gegeven.
(Jan Karel Lenstra)

3 Onderzoek naar onderwijs- opbrengst

Verskillende onderzoeken richten zich op de oorzaken van (vermeend) tegenvallende rekenresultaten. Daarbij heeft de commissie van de KNAW expliciet gelet op het verschil tussen de realistische en de traditionele didactiek. De invloed van de leraar blijkt groter dan van de gehanteerde didactiek. Deze conclusie wordt bevestigd door andere onderzoeken.

Op 4 november 2009 werd het advies 'Rekenonderwijs op de basisschool, analyse en sleutels tot verbetering' van de Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen, aangeboden aan staatssecretaris Sharon Dijksma (Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen, 2009). Aanleiding ervoor was de discussie van de laatste jaren over het rekenonderwijs, waarin op sommige momenten exponenten van de realistische rekendidactiek en van de traditionele rekendidactiek lijnrecht tegenover elkaar stonden. Dit advies heeft van verschillende kanten waardering gekregen. Jan Karel Lenstra, voorzitter van de adviescommissie, presenteerde op de conferentie de resultaten van het onderzoek naar het rekenonderwijs op de basisschool en gaf een toelichting bij de belangrijkste conclusies. De KNAW heeft gekeken of er wetenschappelijk bewijs was ten gunste van de effectiviteit van de ene of de andere didactiek. De hoofdconclusies van het advies zijn:

- 1 De bezorgdheid over de rekenvaardigheid van basisschoolleerlingen is op zijn plaats. Het rekenpeil kan en moet over de gehele linie omhoog.
- 2 Het publieke debat overdrijft de tegenstelling tussen de traditionele en de realistische didactiek en gaat bovendien over het verkeerde onderwerp, namelijk een vermeend verschil in het effect van beide didactieken. Er is geen overtuigend verschil aangetoond.
- 3 De sleutel tot verbetering van de rekenvaardigheid ligt in het niveau van de leraar. De opleiding en nascholing van de leraar zijn in ernstige mate geërodeerd.

Binnen een van de twee rekendidactieken bleken de verschillen in de rekenvaardigheid van leerlingen groter dan tussen de rekendidactieken zelf. De leraar blijkt belangrijker dan de gebruikte didactiek. Er is meer onderwijstijd en aandacht nodig en meer nascholing. In Nederland wordt, internationaal gezien, zeer weinig aan nascholing en begeleiding van reken-wiskundeonderwijs gedaan. Het advies is dan ook daar meer werk van te maken. Tevens is het advies om op basisscholen rekencoördinatoren aan te stellen. Verder noemt de commissie een aantal problemen die in de opleiding van leraren spelen:

het dalende niveau van de instroom, het lage aantal contacturen voor rekenen-wiskunde & didactiek, de verminderde vakinhoudelijke betrokkenheid van vakdocenten bij de stagebegeleiding en tenslotte de keuze voor een integrale toetsing van studenten, waardoor slechte resultaten in het rekenen worden gecamoufleerd.

Lenstra spreekt ook over mogelijke verbeteringen, vooral in de opleidingen. Hij gaat daarbij in op de eisen die aan de instroom van studenten in de opleiding mogen worden gesteld, de balans tussen algemene pedagogiek en vak-kennis en tussen rekenvaardigheid en rekendidactiek, de beschikbare opleidingstijd voor rekenen-wiskunde, de kansen die de onlangs ontwikkelde kennisbasis voor de pabo (Van Zanten, Barth, Faarts, Van Gool & Keijzer, 2009) biedt en het idee om de pabo te splitsen in opleidingen voor onder- en bovenbouw.



De tegenvallende resultaten in het reken-wiskundeonderwijs hebben de SLO doen besluiten onderzoek te doen naar oorzaken. Hier zijn vier basisscholen bij betrokken. Kees Buijs doet verslag. Hij constateert een gebrek aan inzicht bij leraren in doorlopende leerlijnen (Buijs, 2010). Veel leraren werken in hun onderwijs van dag tot dag, met hun methode als leidraad, maar weten onvoldoende welke onderdelen van belang zijn voor de doorgaande ontwikkeling van kinderen. Buijs laat een voorbeeld zien waarin een leerling in moeilijkheden komt bij de som $83 - 46$ doordat hij splitst in plaats van rijgt; een bekend probleem in groep 4. Toch heeft de leraar niet door dat het antwoord 43 voortkomt uit een incorrecte procedure, namelijk het cijfer voor cijfer 'groot min klein' aftrekken. Uit het onderzoek komt naar voren dat ook de methode van de school de leraar parten speelt, dat instructievaardigheden van leraren daardoor soms tekort schieten. Ook blijkt van belang dat er onvoldoende samenhang is in de zorgstructuur van een school - dat wat de ene leraar doet, niet bekend is bij de andere - en dat kinderen op sommige scholen te veel zelfstandig moeten werken. Er is in toenemende mate twijfel aan de effectiviteit van een weekprogramma voor rekenen-wiskunde dat twee dagen leraargebonden lessen en drie dagen zelfstandig werken bevat. Buijs constateert dat juist een combinatie van bovengenoemde factoren een negatief effect

op de resultaten voor rekenen-wiskunde heeft. Naar aanleiding van het onderzoek ontwikkelde de SLO een nascholingstraject en een serie posters waarop leerlijnen in beeld worden gebracht. Deze posters moeten leraren het gewenste overzicht in doorlopende leerlijnen geven.

Ook Martijn Smoors heeft zich verdiept in de factoren die van invloed zijn op de resultaten van het reken-wiskundeonderwijs. Hij baseert zich grotendeels op het meta-onderzoek van Marzano (2007), die onderzoeksgegevens over 'Wat werkt op school?'¹ over een periode van 35 jaar heeft geanalyseerd. Deze meta-analyse leverde elf factoren op die van belang zijn op leerling-, leraar- en schoolniveau. Smoors vertaalt de bevindingen van Marzano naar het reken-wiskundeonderwijs. Op het niveau van de leraar is een positief effect gevonden voor een aanpak waarin de leraar zijn leerlingen denkstrategieën leert, zoals het identificeren van overeenkomsten en verschillen. Het zou dus effectief kunnen zijn met leerlingen strategieën te vergelijken of met leerlingen te kijken waarom de ene opgave makkelijker is dan de andere. Op schoolniveau is een haalbaar en gedegen programma van belang. Daarin gaat het ook om de mate waarin een school kan garanderen dat bepaalde onderwerpen onderwezen zullen worden, ongeacht welke leraar het onderwijs in een bepaalde klas verzorgt. De school moet doelgericht werken: de basisleerstof zal in de beschikbare onderwijstijd gerealiseerd moeten worden. Dit vraagt om een doordacht lesplan met voldoende lestijd.

Het onderzoek van Hendrik Van Steenbrugge van de Universiteit Gent bevestigt dat de invloed van de leraar groter is dan de invloed van de methode die in het reken-wiskundeonderwijs wordt gehanteerd. Van Steenbrugge is van mening dat nationale en internationale studies in het domein van rekenen-wiskunde hun aandacht te eenzijdig richten op de resultaten van leerlingen. In recent Vlaams onderzoek is er ook aandacht voor de kennis en ervaring van leraren. Gekeken werd naar lesbeschrijvingen van leraren die werken met de Vlaamse versie van de methode Pluspunt, met de Vlaamse rekenmethode Kompas of met de nieuwste versie van Talrijk. Uit die lesbeschrijvingen is echter niet goed op te maken of er met die methoden ook op een realistische manier gewerkt wordt. Om dat te kunnen bepalen, moeten lessen worden geobserveerd. Kortom: het uitvoerend handelen van de leraar bepaalt, meer dan de methode, het verloop van de reken-wiskundeles.

Een andere onderzoeker uit Gent, Ineke Imbo, onderzoekt culturele verschillen bij het rekenen. Het onderzoek (Imbo, 2009) is gericht op de selectie en efficiëntie van strategieën bij het hoofdrekenen zonder kladblaadje, in opgaven als $8 - 5$, $56 : 8$ en $28 + 57$. Haar onderzoek is uitgevoerd met veertig Belgen, veertig Canadezen en veertig Chinezen, allen studenten aan een universiteit. Imbo constateert dat Chinezen sneller rekenen en minder

fouten maken dan Belgen en Canadezen, maar niet zo flexibel zijn in het gebruik van strategieën. Als mogelijke verklaring noemt zij dat Chinezen uit haar onderzoek positiever staan tegenover rekenen-wiskunde dan Belgen en Canadezen. Ook hebben ze op de basisschool meer lessen rekenen-wiskunde gehad en wordt er in China meer geautomatiseerd. In een vervolgonderzoek wil Imbo zich richten op manieren van oplossen van personen met verschillende culturele achtergronden, om daarmee na te gaan of de sterke kanten van beide groepen kunnen worden gecombineerd.

Ook onderwijsadviseurs zoeken naar manieren om de resultaten van het reken-wiskundeonderwijs te verhogen. Zij discussiëren over zaken als opbrengstgericht werken, schoolontwikkeling en rekenbeleid, over rekenverbetertrajecten en de implementatie van de nieuwe reken-wiskundemethoden, over differentiatie in de rekenles en de overgang van PO naar VO en over verbetering van het onderwijs aan zwakke rekenaars in de bovenbouw. Zij denken na hoe het verder moet met de referentieniveaus, en over de vraag hoe een leraar meer kan profiteren van evaluatiegegevens die hij verzamelt.



Opbrengstgericht werken moet, volgens sommigen, altijd beginnen bij de (bovenschools) manager. Deze moet sturen naar opbrengsten en om die opbrengsten vragen. Dan zal de directeur van de school deze bij het maken van de nieuwe schoolplannen meenemen. Naast de aandacht voor leerlingen 'aan de onderkant' is er groeiende aandacht voor de ontwikkeling van leerlingen 'aan de bovenkant': gaat de ontwikkeling van kinderen in de bovenbouw van de basisschool door, zoals gewenst? Een interessant gesprekstema in de groep vloeit voort uit de conclusies uit het KNAW-rapport: 'Heb je een aanbod voor nascholing, dan gaat er niemand naar toe ...

Hoe verleid ik de leraar, het team en de school?'

Het lijkt me verschrikkelijk moeilijk om leerlingen te leren rekenen - ongeacht de methode die je gebruikt. Diep respect voor de leraren die dit lukt.

(Ionica Smeets, 'wiskundemeisje')

4 De kwaliteit van de leraar

Discussies over het vakmanschap van de leraar spitsen zich in deze conferentie toe op de kennis van de leraar en de toekomstige leraar. De kennisbasis wordt geïmplementeerd in de opleidingen, maar hoe moet die getoetst gaan worden? En hoe krijgen we zicht op de vakkennis van zittende leraren?



Vincent Klabbers zet zich als opleider al jaren in voor de kwaliteit van de leraar. Op een video zien wij hem zelf in actie in een basisschoolgroep. In de getoonde les gaat het onder meer om de opgave 8×3 . Een leerling mag uitleggen hoe ze dat uitrekent en maakt daarbij gebruik van een pak met $2 \times 3 \times 4$ rollen toiletpapier, dat speciaal daarvoor in de groep is neergezet. 'Vertel eens hoe je dat ziet, dan denken wij met je mee', nodigt Klabbers haar uit. Dit soort videofragmenten bespreekt hij met zijn studenten in de minor rekenen-wiskunde. De leraar moet oog krijgen voor het inrichten van een krachtige leeromgeving. En hij moet daarin voortdurend keuzen maken. Klabbers voorziet zijn studenten van richtlijnen om dit mogelijk te maken en gaat met hen in gesprek over deze keuzes, onder andere aan de hand van videomateriaal, waarvan hij zojuist een voorbeeld liet zien. Het pak toiletpapier biedt bijvoorbeeld verschillende mogelijkheden om een vermenigvuldigstructuur te laten zien. De vraagstelling is in de videoles zorgvuldig gekozen om leerlingen zelf aan het denken te zetten. Klabbers brengt zijn vakmanschap ook tijdens de plenaire voordracht op de conferentie in praktijk:

Ik zie aan de ogen in de zaal dat ik dit even uit moet leggen. Ik ben niet tevreden als kinderen in mijn klas zeggen $1 \text{ ml} = 1 \text{ cm}^3$. Dat is niet genoeg. Ze moeten er een gevoel bij hebben. Dan moet ik andere vragen stellen, zoals: een milliliter, kun je daar nat van worden?

Klabbers pakt een spuit en spuit 1 ml water de zaal in. Ja, ook emotie speelt mee, 'dus ik ontwerp dat erin', aldus Klabbers.

Rekenen is ook emotie.

(Marjolein Kool, lerarenopleider)

Een ander voorbeeld van actueel opleidingsonderwijs wordt gegeven door Hilde Amse, Erica Woltjes en Ans Veltman van de pabo Almere en de Theo Thijssenacademie. Deze docenten richten samen met hun studenten 'hoeken' in, zoals dat op de basisschool ook gebeurt in de groepen 1 tot en met 4. Op deze manier leren studenten de wiskunde in dagelijkse situaties herkennen en benutten. Er wordt gezocht naar activiteiten voor kinderen die bij het thema passen en die daarom in de hoek centraal staan. Er wordt stilgestaan bij geschikt materiaal, bijvoorbeeld of er (speel)geld in de hoek gelegd moet worden, en zo dit het geval is, in welke vorm. De inleiders bespreken hoe de leraar 'mee kan spelen' en welke vragen goed zijn om te stellen aan de kinderen. Het zijn vaak 'grote gesprekken over kleine dingetjes'. De studenten presenteren de hoeken aan elkaar en voeren observaties uit in het basisonderwijs. Hierbij moeten zij vaktermen en begrippen gebruiken, waardoor zij de theorie aan de praktijk verbinden. Dit vinden studenten niet makkelijk, maar wel leerzaam.

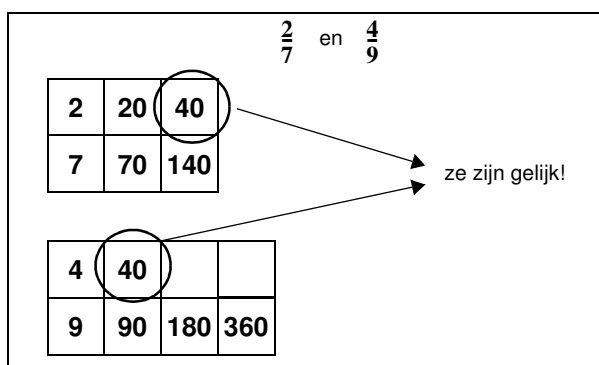
Veel opleiders zijn inmiddels volop bezig met de implementatie van de kennisbasis en de toetsing daarvan. In de categoriale bijeenkomst van de opleiders wordt kort informatie gegeven over de stand van zaken van het project kennisbases voor de pabo. Projectleider is Jan Haan. Voor de ontwikkelde kennisbases voor Nederlands en rekenen-wiskunde is veel waardering. Elke afgestudeerde van de pabo moet de kennis die is vastgelegd in de kennisbases beheersen. Momenteel wordt in zes *pilots* aandacht besteed aan de implementatie van de kennisbases taal en rekenen. De bedoeling is om de kennisbases per 1 augustus 2010 in te voeren. Op het moment van schrijven is nog niet duidelijk of er in het eerste jaar nog wat meer geëxperimenteerd kan worden, zodat de verplichting de kennisbases op te nemen in het Onderwijs- en ExamenReglement pas vanaf 1 augustus 2011 zou gelden.

Een deel van de opleiders verdiept zich in de toetsing van de kennisbasis. Harrie Sormani schetst de toetsstructuur bij rekenen op Pabo Arnhem (HAN). Daarna volgt een discussie over de inhoud van 'professionele gecijferdheid'. De auteurs van de kennisbasis hebben zich bij het schrijven gebaseerd op de definitie van professionele gecijferdheid, zoals beschreven in het artikel van Oonk, Van Zanten en Keijzer (2007). Hierin worden vier kenmerken van professionele gecijferdheid onderscheiden, die onderling sterk samenhangen: het beschikken over eigen rekenvaardigheid en gecijferdheid; het in het onderwijs betrekken van wiskunde uit de realiteit; het gericht zijn op oplossingsprocessen en het bevorderen van het wiskundig denken van leerlingen. Voor de aanwezige opleiders is het duidelijk dat de kennis zoals die is omschreven in de kennisbasis niet alleen kan worden

getoetst met gesloten toetsvragen in een digitale toets. En dat is nu juist wel de bedoeling, volgens projectleider Haan: er komt in ieder geval een centrale toetsing. Deze toets zal in ieder geval digitaal zijn en liefst ook een meerkeuzetoets. Ze moet vooral gezien worden als legiti-mering ‘naar buiten’ toe, als een garantie naar de samenleving. Hiermee zijn gevoelens als ‘de juf kan zelf niet eens rekenen’ te weerleggen. Alles wat niet digitaal getoetst kan worden, kan, stelt Haan, in een lokale toets worden ondergebracht, dat wil zeggen dat dit in eigen beheer van de pabo zal worden getoetst.

De discussie spitst zich toe op de verdeling van de stof in de centrale toets en in lokale toetsen. Het idee ontstaat dat alleen het eerste en tweede niveau van professionele gecijferdheid, namelijk de eigen rekenvaardigheid en het betekenis kunnen geven aan rekenen en wiskunde, zich lenen voor centrale toetsing en dat de beide andere niveaus lokaal moeten worden getoetst. Dat is tegen de traditie in om eigen rekenvaardigheid en didactiek in samenhang te toetsen. Opleiders zien als risico dat ‘men in het land’ een dergelijke centrale toets straks ziet als ‘het eindexamen van de pabo’. Als dat een ‘platte kennis-toets’ is, dan bestaat het risico dat ze wordt gezien als voldoende om leraar te worden. Dat is niet wenselijk, want de kennisbasis is breder. Vanuit deze gedachtegang ontstaat het idee dat pabo’s het moment van de centrale toetsing misschien zelf zouden moeten kunnen bepalen, bijvoorbeeld juist voor de specialisatiefase.

Francien Garssen is in het kader van haar promotieonderzoek bezig met het ontwikkelen van een toets, die specifieke wiskundige kennis en inzichten van een leraar zichtbaar maakt. Zij spreekt hierbij van *specialized content knowledge* (Hill, Schilling & Ball, 2004). Een leraar heeft specifieke vakkennis nodig, zoals het kunnen oplossen van een opgave op verschillende manieren en de oorzaak van een rekenfout achterhalen.



figuur 1

Ze haalt een voorbeeld uit groep 7 aan: een leraar geeft zijn klas de opdracht om breuken met elkaar te vergelijken. Hieronder een van de breukenparen die vergeleken moet worden en de oplossing van een leerling, die op grond van zijn verhoudingstabel concludeert dat ze

gelijk zijn (fig.1). Weet een leraar raad met een oplossing als deze? De deelnemers van de werkgroep van Garssen verwachten dat dit onderzoek interessante gegevens zal opleveren over de *specialized content knowledge* van leraren.

De kennis van de leraar en zijn rol in het onderwijzen stonden ook centraal in de ontwikkeling van de ‘Kwaliteitskoffer Speciaal Rekenen’. Dit digitale pakket is ontwikkeld in het project ‘Speciaal Rekenen’, dat al ongeveer negen jaar loopt. Dit project heeft een groot aantal mappen met onderwijssuggesties opgeleverd, die echter vaker in de kast blijven liggen dan dat ze op het bureau van de leraar terecht komen. De ontworpen onderwijsactiviteiten bieden leraren in het s(ba)o kennelijk niet voldoende aanknopingspunten om ze in de praktijk van alledag in te passen. Daarom is er een kwaliteitskoffer gemaakt, voor de opleider, onderwijsadviseur, de rekencoördinator of de interne begeleider. De kwaliteitskoffer bevat suggesties voor de invoering van realistisch rekenen in het s(ba)o met het oog op ‘verandermanagement’, professionalisering van leraren, met tips voor implementatie. Als voorbeeld wordt de reflectie van leraren besproken, die als graadmeter kan dienen voor hun ontwikkeling. Gebleken is dat de vakspecifieke taal van de leraar, waarmee hij zijn eigen handelen in de klas beschrijft, een indicatie is voor zijn ontwikkelingsniveau. Ook het idee dat leraren een ontwikkeling door moeten maken, om vernieuwingen op hun waarde te schatten en deze in te passen in hun handelen, spreekt de aanwezige onderwijsbegeleiders aan.

Te vaak is de leraar niet de baas over de methode. Dit is de ervaring van Maaïke Verschuren en Kris Verbeek van KPC-groep Den Bosch, die daarmee aansluiten bij ervaringen van veel schoolbegeleiders. Ze komen in de praktijk vaak tegen dat leraren ‘slaafs’ de methode volgen en dan denken dat leerlingen leren wat zij moeten leren. Het is een hardnekkige schijnwerkelijkheid. Verschuren en Verbeek pleiten ervoor dat leraren doelgericht gaan denken aan de uitoefening van hun beroep. Dit begint ermee leerlingen deelgenoot te maken van de doelen die worden nagestreefd. Dus niet meer vertellen wat ze moeten doen, maar wel wat ze gaan leren. Kennis van de leerlijnen met cruciale leermomenten is daarbij van eminent belang. Verschuren en Verbeek geven tips om zo baas te blijven over de methode. De essentie is dat leraren zich er steeds bewust van zijn welke middelen en werkvormen ze in moeten zetten om alle kinderen op een hoger reken-wiskundig niveau te krijgen. Dat de methode daarin een belangrijke rol speelt, is evident, maar leren rekenen houdt veel meer in dan opdracht na opdracht uit de methode maken.

In de werkgroep ‘Een stap verder met de leraar’ vertellen Joyce Kruys en Els Westra (CED Groep Rotterdam en projectgroep wiskunde Montessori basisonderwijs²) over de aanpak van de professionalisering van leraren in het

Montessori-onderwijs. In het Montessori-onderwijs heeft het accent nooit op methoden gelegen, maar op de leraar, die het kind observeert en begeleidt. Om het *laissez-faire* karakter dat dreigt tegen te gaan, werden er kaarten ontwikkeld met opdrachten die beogen het kind wiskundige essenties te laten ontdekken. Voor de leraar is er een ‘didactische bijsluiter’ bij, die hem houvast biedt in wat de leerling bij aanvang moet kunnen om zinvol met de kaart aan het werk te gaan en die een suggestie geeft welk leerproces de leraar van het kind mag verwachten. Als voorbeeld worden twee kaarten met combinatorische problemen getoond. ‘Op hoeveel manieren kan de muis naar de kaas?’, is de eerste, en ‘Hoeveel verschillende vlaggen kun je maken met drie/vier verschillend gekleurde banen?’, de tweede. Kruijs en Westra hebben de ervaring dat leraren de neiging hebben teveel informatie weg te geven aan het kind en dat ze kinderen te weinig zelf laten ontdekken. De toehoorders vinden combinatoriek een moeilijk onderwerp en de beschrijving voor de leraren erg abstract. De reactie daarop is dat het geen boek moet worden, maar in de hoofden van de leraren moet komen en dat er scholingsbijeenkomsten bij horen.

Deze rekenmethode vind ik zó mooi ... het is net de Ikeagids. (een basisschoolleeraar)

5 De kwaliteit van de didactiek

Om de realistische didactiek goed uit de verf te laten komen, hebben leraren voldoende vakkennis nodig. Tijdens de conferentie komen verschillende vernieuwende ideeën naar voren, die kunnen bijdragen aan het vergroten van deze vakkennis. Zo wordt het belang van dagelijkse instructie en dagelijks ‘gedachtevol’ oefenen benadrukt. Vernieuwende didactische impulsen komen ook vanuit de hoek van natuuronderwijs en techniek.

Frans van Galen en Barbara van Amerom doen onderzoek naar het realiseren van de discussie in de klas bij het vak rekenen-wiskunde. Het belang dat zij toekennen aan kinderen laten discussiëren over oplossingen, komt voort uit de concepten van het geleid heruitvinden, zoals ontwikkeld door Hans Freudenthal (1991), en het idee van de lokale onderwijstheorie, van Koeno Gravemeijer (2004). Om na te gaan hoe dit gerealiseerd kan worden, is onderzoek gedaan bij twee leraren in de groepen 7 en 8. Er werden video-opnamen gemaakt van lessen en van voor- en nabesprekingen met deze leraren. Als voorbeeld wordt een video van een les over oppervlakte vertoond. Na de introductie van het probleem moeten de kinderen eerst een minuut in stilte over de oplossing van het probleem nadenken. Daarna gaan ze in groepjes op zoek naar een oplossing. Ze discussiëren vervolgens over een mogelijke oplossing, om uiteindelijk gezamenlijk een presentatie voor te bereiden. Er is aandacht voor zaken

als: een minuut zelf nadenken. De leraar wijst aan wie er dit keer zal presenteren, met de toevoeging dat je niet je eigen zaken mag presenteren, maar het groepsstandpunt. Het is van belang elkaar in de discussie een beurt te geven. De leraar trekt zich tijdens de presentatie van een leerling enigszins terug door achter in de klas te gaan staan. Ten slotte wordt het gedrag dat leerlingen in de les laten zien onderwerp van gesprek, als dit gewenst is.

Bij de les over oppervlakte valt op dat de leraar niet goed weet waar hij naar toe moet werken. Mede daardoor kan hij de betekenis van de oplossingen die leerlingen inbrengen niet altijd goed inschatten. De methode die de school gebruikt blijkt voor het aspect ‘oppervlakte’ veel hiaten in de leerlijn te bevatten. Naar aanleiding van hetgeen in de werkgroep ter sprake komt, ontstaat er een discussie over de vraag of dit type onderwijs wel haalbaar is. De benodigde vaardigheden die leraren zouden moeten hebben, liggen in de sfeer van het creëren van de juiste klassencultuur, maar ook op vakinhoudelijk gebied zijn de eisen hoog. Men ziet ook beperkingen aan de voorgestelde werkwijze: ‘de momenten van geleid heruitvinden moet je zorgvuldig uitzoeken, want niet al het onderwijs is daarvoor geschikt.’

Sjoerd Huitema wijst in zijn conferentiebijdrage op het veelvuldig voorkomend gebruik van niet-begeleid zelfstandig werken. Hij hekelt de indeling van klassen in verschillende niveaugroepen, omdat dit in zijn ogen een voorname oorzaak vormt van het lage rekenniveau dat hij af en toe observeert. Deze werkvorm leidt, volgens Huitema, tot oplopende niveauverschillen, waardoor centrale instructie in de bovenbouw uiteindelijk niet meer mogelijk is. Daarnaast schetst hij hoe vaak hij in de praktijk merkt dat de instructietafel er wel staat, maar zelden gebuikt wordt. De aanbevelingen van Huitema zijn duidelijk: start elke dag met een (korte) klassikale instructie, waaraan ook de beste leerlingen meedoen (‘Je hebt ze zo hard nodig’), om vervolgens een deel van de leerlingen de verlengde instructie te geven. Zorg voor een vaste structuur, die dagelijks terugkeert, en leg de nadruk op de basisstrategieën. Verder heeft Huitema de ervaring dat een sterke directie die ‘er met de neus boven op zit’ een belangrijke factor is bij het slagen van een ‘rekenverbetertraject’. Huitema ondersteunt zijn verhaal met voorbeelden uit de praktijk, zoals het voorbeeld van een school met 80 procent ‘nieuwe Nederlanders’, die al jaren boven het landelijk gemiddelde scoort. Hij noemt ook wat zijns inziens geen effect heeft, namelijk het reflecteren aan het einde van de les. Een deel van de aanwezigen is het hiermee duidelijk niet eens, maar van het belang van een dagelijkse instructie in de rekenles is iedereen overtuigd.

In verschillende werkgroepen worden nieuwe oefenmogelijkheden verkend. De Rekenuin³ is daar een van. Het gaat hierbij om een webbased programma, waarin kinderen rekenvaardigheden kunnen oefenen en waarbij hun

prestaties worden bijgehouden. Het is een adaptief programma, waarin kinderen steeds opdrachten krijgen die zijn afgestemd op hun niveau. Er zijn inmiddels acht domeinen ontwikkeld, voor de volgende gebieden: tellen, reeksen, optellen, aftrekken, vermenigvuldigen, delen, mix en breuken. Kinderen krijgen vragen waarbij de kans dat ze correct kunnen antwoorden 75 procent is. Sharon Klinkenberg legt uit wat de wiskundige achtergronden zijn. 'De Rekentuin' is gebaseerd op de item-respons-theorie, hetzelfde model achter de Wiscat-toets. In de tuin staan stekjes die tot bloei komen als er veel geoefend wordt. Wordt er een tijdje niet geoefend, dan verdorren de planten. Van leerlingen die in 'De Rekentuin' oefenen, worden de gegevens geanonimiseerd opgeslagen en onderzocht. Het is de bedoeling om hieruit nieuwe wetenschappelijke inzichten te ontwikkelen, wat weer kan leiden tot verbetering van het onderwijs. Marthe Straatemeijer geeft aan op welke manier, aan de hand van 'De Rekentuin', onderzoek gedaan wordt naar de vaardigheid van leerlingen. Dat blijkt echter niet eenvoudig, omdat verschillende leerlingen verschillende opgaven maken en ook omdat er een leereffect in de toetsen zit. Er is onder andere een empirische leerlijn gemaakt op basis van de antwoorden van leerlingen. De toehoorders zijn vooral benieuwd naar de vraag of er ook strategiegebruik geoefend kan worden. Dat blijkt niet het geval te zijn: de leerlingen moeten de strategieën beheersen voordat ze gaan oefenen in 'De Rekentuin'.

In het project 'Handig, Verstandig en Effectief Rekenen' (HaVER) is dat wel het geval. Hier is men expliciet op zoek naar manieren om, wat men noemt, leerlingen 'gedachtevol' te laten omgaan met rekensommen uit de methode. Sommen uit de methode worden vaak 'gedachteloos' afgewerkt van boven naar beneden.



Door de sommen niet in rijtjes te zetten, maar door elkaar heen, kijken kinderen bewuster naar de sommen en de relaties daartussen. De nabespreking in de les heeft een positieve invloed op de aanpak die kinderen vervolgens hanteren. De deelnemers van de werkgroep worden uitgedaagd om op dit idee door te denken. Zij verzinnen vragen voor een nabespreking, zoals 'Welke sommen hebben een uitkomst onder de honderd?' of 'Welke som

heeft de kleinste uitkomst?' Dit idee ligt in dezelfde sfeer als wat Smoors in zijn bijdrage noemde: het zou effectief kunnen zijn om met leerlingen strategieën of getallen te vergelijken.

Het ZOEFi-project ontwikkelt oefenstof om kinderen van vier tot veertien jaar dagelijks tien minuten met de hele groep te laten oefenen.⁴ Het gaat om basale oefeningen, waarbij begrip en inzicht, tempo en plezier centraal staan en die aanleiding zijn voor klassikale interactie.



Voor het ontwikkelteam is een belangrijke vraag welke kennis en vaardigheden aan de orde moeten komen. Voor de domeinen 'getallen' en 'verhoudingen' lijkt die vraag makkelijker te beantwoorden dan voor de domeinen 'meten/meetkunde' en 'verbanden'. Aan de deelnemers van de werkgroep wordt daarom de vraag voorgelegd welke kennis en vaardigheden hiervoor aan de orde zouden moeten komen in ZOEFi. De ontwikkelaars nemen de antwoorden mee bij de ontwikkeling van het materiaal. Een andere belangrijke vraag is over welke kennis en vaardigheden de leraar moet beschikken om op deze wijze met zijn klas te kunnen oefenen en hoe de leraar daarbij ondersteund kan worden. De conclusie is dat de leraar over een groot deel van de pabo-kennisbasis moet beschikken om aan de slag te kunnen.

Dit schooljaar doen in een *pilotsetting* 23 groepen 8 mee met ZOEFi. Over het algemeen wordt enthousiast gereageerd, al lopen leraren wel tegen problemen aan. Een steeds terugkerende vraag is hoe je ervoor kunt zorgen dat zowel sterke als zwakke rekenaars aan hun trekken komen. Deze vraag wordt ook aan de deelnemers van de werkgroep voorgelegd. Met name het productief oefenen lijkt voor een grote groep leerlingen uitdaging te bevatten.

Julie Menne, bekend van het oefenprogramma 'Met sprongen vooruit' voor groep 3 en 4,⁵ presenteert op de conferentie haar nieuwe programma voor groep 1 en 2. Korte, speelse activiteiten, ondersteund door materiaal dat speciaal ontwikkeld is voor de drie domeinen van de kleuterwiskunde: tellen-en-rekenen, meetkunde en meten. Bij dit materiaal is tevens een professionaliseringstraject ontwikkeld.

Rekenen via de didactiek van verhalend ontwerpen wordt

onder de aandacht gebracht door drie studenten van de Hogeschool Zuyd: Koen Tuinte, Michelle Hendrix en Roel Gielen. Een verhaal als leidraad van het onderwijs, daagt kinderen uit. In de context van het verhaal komen ze rekenproblemen tegen. De theorie wordt door de studenten ter plekke in praktijk gebracht door de deelnemers even in het ‘verhaal’ van de conferentie te laten rekenen: voor welk bedrag is er gedurende de conferentie koffie gedronken? Er wordt informatie bij verstrekt over soorten koffie, de prijs van vaatwassers, de prijs van energie per kwh en het loon in de horeca. De antwoorden lopen uiteen van € 1200,- tot € 9000,-. Hendrix noemt op wat ze heeft geconstateerd: gebruik van het metrieke stelsel, verhoudingstabellen, procenten en allerhande schattingen. ‘En juist dat maakt een rijk rekenprobleem zo sterk, want er wordt in korte tijd gerekend met verschillende onderdelen van het rekenen.’ Daarna bespreken de deelnemers in de werkgroep de haalbaarheid van verhalend ontwerpen. De doelen, waaraan gewerkt wordt, moeten goed gedocumenteerd worden, om geen doublures te krijgen in het vervolg. Je moet van tevoren nadenken wat de mogelijkheden en de beperkingen van het verhaal zijn en uitkijken dat je er geen ‘verhaaltjessommen’ van maakt. Ook moet je inschatten wanneer je de kinderen de vrijheid geeft en wanneer je ingrijpt. Maar als het goed is voorbereid, zal het effect je verrassen.

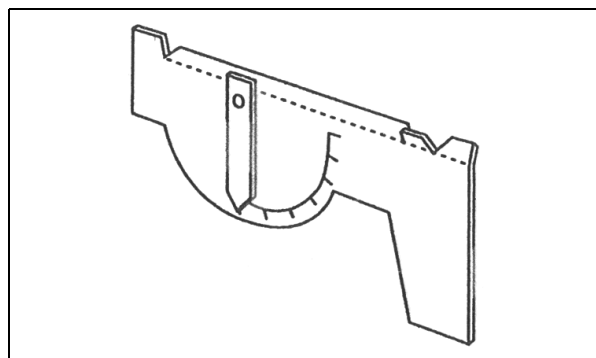
Vernieuwende didactische impulsen komen ook uit de raakvlakken tussen rekenen-wiskunde en natuur-techniek.



Leo Prinsen, Fokke Munk, Monica Wijers, Vincent Jonker en Frans van Galen schetsen een aantal mogelijkheden. Het gaat om meten en het oplossen problemen, construeren, representeren, contextgebruik, begripsvorming en gecijferdheid in combinatie met schattend en verhoudingsgewijs rekenen. De bezoekers van de werkgroep krijgen praktische voorbeelden te zien, zoals het redeneren over variabelen bij de ‘grafiekemaker’, het maken van een schatting waar de haren dichter op elkaar

zitten: in een borstel of op je hoofd? En het concreet ervaring opdoen met spiegelen van kleuters. Er wordt gezocht naar raakvlakken waarbij je tegelijk aan de twee vakgebieden werkt. Dus natuurkunde niet alleen als context en wiskunde niet alleen in de toegepaste vorm van rekenen. Men is benieuwd naar ervaringen in het opleidingsonderwijs op dit terrein.

Dat er op het gebied van techniek inspirerende activiteiten met kinderen gedaan kunnen worden, laat Harry Valkenier zien in de werkgroep ‘staafgrafieken met kleuters en de tangens in groep 6’. Valkenier geeft een guided tour door zijn website.⁶ Deze website bevat een leerlijn techniek voor het PO. Een ander belangrijk onderdeel van de website is de ‘EncyclopeDoe’: een databank van links naar activiteiten voor het basisonderwijs op het gebied van techniek. Je kunt bijvoorbeeld klikken op de *w* van Wiskunde en daar instructiemateriaal *downloaden* over wiskunde geïntegreerd met techniek.



figuur 2

De ‘tangens in groep 6’ is geïnspireerd op Valkeniers ervaringen in Afrika. Hij liet er kinderen raketten bouwen die hij vervolgens lanceerde. De kinderen konden meten hoe hoog de raket kwam, met de ‘tangens’: een hoogtemeter (fig.2). Als je op tien meter afstand van de lanceerplek van de raket gaat staan, en je richt de hoogtemeter naar de raket, dan kun je bij het wijzertje aflezen hoeveel graden de hoek is en op welke hoogte de raket dan is.

Vanuit het ‘science’-onderwijs komt het idee om concepten van kinderen als uitgangspunt te nemen voor het leren. Jeanine van Maanen en Albert Oving van de IJsselgroep onderzoeken of deze werkwijze ook kansen biedt voor het reken-wiskundeonderwijs. De werkwijze is als volgt. Op een opdrachtkaart wordt er een onderzoeksprobleem voor leerlingen gepresenteerd, met daarbij vier verschillende plausibele antwoorden van vier kinderen, in de vorm ‘ik denk ...’, met daaraan de vraag ‘wat denk jij?’ toegevoegd. Kinderen kiezen dan op intuïtie een van de gepresenteerde antwoorden en gaan daarna aan het werk om het uit te zoeken. Het voordeel van de gegeven antwoorden is dat er in de groepjes leerlingen een gesprek ontstaat, waardoor het probleem van verschillende

kanten belicht wordt. De voorbeelden voor natuuronderwijs zien er goed uit, maar voor rekenen-wiskunde is de vraag of dit wel echt anders is dan sommige opdrachten in de methode. Een voorbeeld van een dergelijk probleem is: hoeveel water spoel je per keer door het toilet? 'Ik denk 8 liter', 'Ik denk ongeveer 80 liter', 'Ik denk ongeveer 80 cl', 'Ik denk meer dan 8000 milliliter'. Interessant is dat hier antwoorden bij zitten die kinderen zelf niet gauw bedenken, waardoor ze worden aangezet tot het omrekenen van liters naar milliliters en centiliters. Van Maanen en Oving besluiten de werkgroep met de opmerking 'we zijn er nog niet uit, maar denken dat dit kan bijdragen aan actiever reken-wiskundeonderwijs.'

Een idee dat uit het natuuronderwijs komt is het 'voorbeeldgestuurd onderwijs'⁷ van Elise Boltjes. Voorbeeldgestuurd onderwijs gaat uit van een inductieve denktrant. De leerling krijgt bij een nieuw probleem de hele uitwerking inclusief het antwoord gepresenteerd, waarmee wordt beoogd te voorkomen dat de leerling zich onzeker voelt. De leerling kan zich beter richten op het analyseren van de grote lijn van de oplossing. Door middel van een 'verduidelijkingsdialoog' vergelijkt de leerling de grote lijn van de oplossing van het nieuwe probleem met eerder opgedane ervaringen. Deze aanpak geeft leerlingen zelfvertrouwen om iets nieuws te willen leren. Een verrassend idee, waarvan de toehoorders zich afvragen of deze didactiek echt wel geschikt is om leerstof aan te leren, of dat het meer geschikt is om weggezakte oplossingswijzen op te frissen. Boltjes geeft aan dat haar eerste onderzoeksresultaten de haalbaarheid van haar idee ondersteunen.

Zwemles is vooral een zaak van ouders. De hoofdtaken van het primair onderwijs zijn rekenen en taal. Bij alles wat daar bovenop komt, moet je je afvragen of het op een school thuishoort. (Marc Mathies, AVS)

6 Doorgaande leerlijnen

Het bevorderen van doorgaande leerlijnen staat al enige jaren op de agenda. Vanuit het mbo komen verontrustende berichten over te geringe rekenvaardigheid van leerlingen. Binnen het basisonderwijs wordt gewerkt aan een verheldering van de leerlijnen, mede in het perspectief van de referentieniveaus 1F en 1S. Vanuit het sbo klinkt evenwel een waarschuwing, dat je niet te eenvoudig over doorgaande leerlijnen moet denken. In dit verslag kijken we naar de doorgaande lijn van het primair naar het voortgezet onderwijs, in het licht van een inventarisatie van vakinhoudelijke onderwerpen, die beter op elkaar zouden kunnen worden afgestemd, en een nieuw opleidingsprogramma voor leraren voor de leeftijdscategorie van tien tot veertien jaar.

Het mbo zit min of meer achteraan in de rekenketen. In termen van de 'Expertgroep Doorgaande Leerlijnen' (commissie Meijerink, 2008): referentieniveau 2F voor mbo-niveau 2 en 3 en referentieniveau 3F voor mbo-niveau 4. Kees Corbet van het ROC Mondriaan is daar niet blij mee. Corbet is beleidsmedewerker en projectleider rekenen en heeft meegewerkt aan het 'Raamwerk Rekenen Wiskunde'. Dit Raamwerk kwam in 2007 gereed en was afgestemd op het gehele mbo met inkleuring naar de diverse sectoren. Dat is dus heel iets anders dan de referentieniveaus van de 'Expertgroep Doorgaande Leerlijnen', die van 'hogerhand' ontwikkeld zijn om de grote doorgaande lijnen voor taal en rekenen te beschrijven. Corbet is van mening dat de commissie Meijerink onvoldoende gebruik gemaakt heeft van het Raamwerk, dat vanuit het mbo zelf ontwikkeld is. Invoering van de referentieniveaus 2F en 3F zal veel problemen geven, voorziet Corbet. De rekenvaardigheid van docenten is beperkt en hun didactische kennis is zwaar verouderd. Bovendien staat er geen vak 'rekenen' in de lessentabel van het mbo en is de instroom van leerlingen uit het vmbo uitermate zwak. Over een jaar moet een toets voor 3F gereed zijn en wordt daar ervaring mee opgedaan. Menigeen zal nog achter zijn of haar oren krabben, als de resultaten bekend zijn, meent Corbet.

Voor het basisonderwijs worden bestaande leerlijnen, tussendoelen en de nieuwe referentieniveaus 1F en 1S van de commissie Meijerink met elkaar verbonden en digitaal toegankelijk gemaakt in het project 'Rekenlijn' van Fisme en SLO. De eerste voorbeelden voor getallen en verhoudingen zijn uitgewerkt voor de leeftijd van tien tot veertien jaar, dus met de nadruk op de overgang van primair naar voortgezet onderwijs. Elk voorbeeld toont vijf onderwerpen: de kern, een kernopgave, leerlingenwerk, achtergrond en gerelateerde items. Het geheel vormt een inhoudelijk en overzichtelijk pakket, maar het is meer een beschrijving dan een visualisering. Eerste ervaringen met basisschoolleraars lijken er op te duiden dat het materiaal voor hen nog niet voldoende toegankelijk is, terwijl vo-docenten heel positief zijn over de achtergrondinformatie. Sommige werkgroepbezoekers hadden graag meer onderscheid gezien tussen 1F en 1S. In een reactie zeggen de ontwikkelaars de balans tussen detailtering en overzicht te willen zoeken.

Dat leerlijnen voldoende gespecificeerd moeten zijn, volgt ook uit het betoog van Jean-Marie Kraemer (Cito). Hij richt zich op kwaliteitsverbetering in het speciaal basisonderwijs. Het sbo is een interessante schoolsoort, stelt Kraemer, omdat kinderen er laten zien wat er in het reguliere basisonderwijs niet goed gaat. De oplossingen van kinderen in het sbo komen overeen met die van de zwakste leerlingen in het reguliere basisonderwijs, grofweg 20 tot 25 procent van de basisschoolpopulatie. 'Wat doet het kind? En waarom staat dat niet in de methode?', vraagt Kraemer zich af. Met het project spe-

ciaal rekenen stelt hij vast dat de invoering van realistische methoden in het sbo niet zonder problemen is, omdat de niveauverschillen tussen leerlingen groot zijn. Kraemer toont werk van leerlingen bij de opgave: 'Vader heeft 36 foto's gemaakt. Er zijn 29 foto's gelukt. Hoeveel foto's zijn er niet gelukt?' Daar lijken veel meer niveaus te onderscheiden dan de bekende drie: informeel - semi-formeel - formeel. Want ook binnen het informele en binnen het schematische niveau zijn verschillende oplossingen, die geordend kunnen worden van 'omslachtig' tot 'verkort'. Vaak geven de oplossingen blijk van 'creatieve kracht', 'rekenkracht' en 'uitbeeldkracht' van de kinderen. Leraren moeten veel beter kijken naar oplossingen van leerlingen. 'Wij willen het niveau te snel verhogen', is de conclusie van Kraemer.

Nisa Figueiredo en Jean-Marie Kraemer gaan in een andere bijdrage verder in op de verfijning van de drie niveaus die we regelmatig tegenkomen: informeel, semi-formeel en formeel. Zij komen tot een trappenschema met negen niveaus van rekenvormen en acht daarmee corresponderende drempelinhouden. Bij oplossingen van kinderen bij een contextopgave als 'vijfentwintig rijen van tweeëntwintig stoelen', kan gelet worden op: 'Hoe wordt de ordening in rijen getalsmatig geschematiseerd? Hoe worden de getallen bewerkt? Wat is de volgorde in mathematisering?' Het idee erachter is dat leraren beter moeten kijken en luisteren naar kinderen om te achterhalen wat die doen en denken. Dit mag een vorm van 'ontwikkelingsgericht diagnosticeren' worden genoemd. Dan pas kunnen leraren kinderen helpen en hen op een hoger niveau brengen. Het gaat onder meer om de juiste afstemming van het wiskundig denken en de rekenvaardigheid. Als een leerling aantoont wiskundig te denken, maar de rekenvaardigheid die daarbij aansluit mist, dan is dit een teken dat het onderwijs niet goed aansluit bij het niveau van de leerling. De tijdens de conferentie aanwezige deskundigen vinden zo'n nauwkeurige analyse van oplossingen van leerlingen lastig. Enerzijds is de analyse van hoe een leerling gedacht heeft complex en men moet waken voor al te subjectieve interpretaties, anderzijds zal een nauwkeurige analyse de kwaliteit van het reken-wiskundeonderwijs zeker ten goede komen. Men vraagt zich af of een en ander wel haalbaar is en of we van leraren een analyse, zoals bedoeld, wel mogen verwachten.

Rekenen-wiskunde op de basisschool bereidt onder meer voor op het vervolgonderwijs. Carolien van Waveren en Joke Daemen (IVLOS, Universiteit Utrecht) vragen aandacht voor doorgaande leerlijnen van het basisonderwijs naar voortgezet onderwijs. Hoe lopen die leerlijnen eigenlijk door na de basisschool? Van Waveren en Daemen kaarten enkele onderwerpen aan, waarmee primair en voortgezet onderwijs beter op elkaar aan zouden kunnen sluiten.

Een betere aansluiting zou sterk bevorderd kunnen worden door leraren en docenten die zijn opgeleid voor

onderwijs aan leerlingen in de leeftijd van tien tot veertien jaar. Het Ruud de Moor Centrum, ELWIER, Fisme, de Hogeschool Arnhem Nijmegen en de Hogeschool Windesheim ontwikkelden gezamenlijk de 'Minor rekenen-wiskunde 10-14'.⁸ Een programma ligt al klaar. Zowel studenten van de tweedegraads lerarenopleiding als van de pabo kunnen eraan deelnemen. Het idee is dat pabo- en wiskundestudenten in koppels stages lopen in zowel de bovenbouw van de basisschool als de onderbouw van het voortgezet onderwijs. Naast 'actieonderzoek, visieontwikkeling en stage' biedt het programma 'vakinhoud' en 'ontwerpen van reken-wiskundeonderwijs rondom oefenen en zorg'.

Frank van Merwijk en Nathalie de Weerd geven voorbeelden van mogelijkheden tot wiskundige verdieping, die uit rekenproblemen kunnen voortkomen. Zoals de opdracht om bijvoorbeeld alle getallenparen (a,b) te zoeken waarvoor geldt dat $ab = a + b$. Vooralsnog blijken pabo-studenten niet veel belangstelling voor de ontwikkelde minor te hebben.

Basisonderwijs is meer dan taal en rekenen. Met die stelling ben ik het van harte eens. Kinderen moeten een brede basis krijgen. Die basis kunnen we maar één keer goed leggen. (Marja van Bijsterveldt, staatsecretaris)

7 Het perspectief van de leerling

Ook de behoeften van kinderen zelf komen aan bod. Met welke opdrachten kun je ze motiveren? Welke vragen stimuleren de ontwikkeling van talent? Het observeren van kinderen en met ze praten, is een essentieel onderdeel van goed reken-wiskundeonderwijs. En wat denken kinderen eigenlijk zelf van het reken-wiskundeonderwijs? Twee jonge onderzoekers vroegen het aan ze: er mag wel wat meer plezier en uitdaging komen!

Marlies van der Burg en Marianne Espeldoorn-Finken onderzochten wat leraren en leerlingen zelf van hun reken-wiskundeonderwijs vinden. Ruim vijfhonderd leraren en ruim vijfhonderd leerlingen vulden een digitale enquête in. De leraren zijn tevreden over hun eigen bekwaamheid voor rekenen. Ervaren leraren hebben weinig interesse in nascholing. Ze hebben wel behoefte aan meer formatie om daarmee kleinere klassen te formeren. Zij vragen ook om ondersteuning in de klas tijdens lessen in rekenen-wiskunde. Leerlingen waarderen het reken-wiskundeonderwijs met het rapportcijfer 7. Belangrijk vinden ze hulp te krijgen als ze daarom vragen, maar ook wensen zij een goede uitleg, genoeg tijd om de taken uit te werken, een sfeer in de klas om geconcentreerd te kunnen werken en 'als ik er veel van leer'. Opvallend is dat de leerlingen vinden dat rekenopdrachten zelden of nooit moeilijk zijn en dat ze zich slechts 'soms' uitgedaagd voelen. Ook het plezier tijdens de reken-wiskundeles laat te wensen over. Leerlingen

formuleren de volgende wensen voor de toekomst: meer rekenopdrachten met behulp van de rekenmachine, meer rekenspelletjes, meer praktische rekenopdrachten, de instructie van de leraar moet beter en duidelijker en de leraar moet meer hulp bieden, vooral aan zwakke rekenaars en hij moet bovendien enthousiast zijn. De onderzoekers concluderen dat de leraar in zijn didactisch handelen systematischer werk kan maken van het motiveren van leerlingen, waarmee het plezier in het reken-wiskundeonderwijs positief beïnvloed wordt. Ontwikkelaars van methoden kunnen in het ontwikkelproces meningen en ideeën van leerlingen benutten bij het ontwerpen en samenstellen van leer- en werkboeken. Nader onderzoek naar de relatie tussen ondersteuning door de leraar en de mate waarin leerlingen de rekenopdrachten beleven en uitvoeren is gewenst, menen Van der Burg en Espeldoorn.

Ik heb wel een tip: Ik zou wel willen dat de rekenles wat leeft. Het moet niet te saai worden! (een leerling)

Natuurlijke differentiatie en de motivatie van leerlingen staan centraal in de plenaire lezing van Petra Scherer (Universiteit Bielefeld).



In het internationale onderzoeksproject 'Natural differentiation in mathematics' wordt onderzocht hoe in heterogene groepen aan wiskundige taken gewerkt kan worden. Men ontwikkelt wiskundige problemen, die leerlingen een dieper wiskundig inzicht en een hogere motivatie moeten opleveren. Leerlingen worden bijvoorbeeld gevraagd getallenreeksen en getaldriehoeken te bedenken, waarin steeds drie getallen en de som van alle getallenparen genoteerd worden. Deze opdrachten lokken uit tot actief oplossen van problemen, zoals we zien in het voorbeeld van een leerling John, die uitzoekt of het waar kan zijn dat er nooit oneven getallen aan de buitenkant komen en letters noteert voor 'even' en

'oneven' in plaats van te blijven rekenen met concrete getallen. De resultaten van het project zijn bemoedigend. De kinderen voelen zich meer uitgedaagd dan in de gewone reken-wiskundeles en ontwikkelen voor problemen op een heel natuurlijke manier verschillende oplossingsstrategieën. Voor de leraar betekent dit dat hij zelf de wiskunde moet verkennen, moet anticiperen op oplossingen van leerlingen, leerlingwerk moet kunnen analyseren en groepsdiscussies moet kunnen leiden. In dit opzicht sluiten deze resultaten aan bij het werk dat Garssen tijdens de conferentie naar voren bracht.

De ontwikkeling van het talent van kinderen staat ook centraal in het project 'Talentenkracht', waarin het adagium geldt dat elk kind potentieel talentvol is.



De ontwikkeling van talent is te vergelijken met de ontwikkeling van planten in een tuin: zij groeien uit zichzelf, maar zijn ook sterk afhankelijk van de zorgen van de tuinder. Onderwijzers en onderzoekers moeten dan ook gezien worden als tuinders. Alleen met aandacht voor wat er met kinderen gebeurt en door voortdurend bij te sturen, kan de tuin tot volle bloei komen. In 'Talentenkracht' zijn onder begeleiding van Willem Uittenbogaard, Els Feijs, en Fokke Munk filmpjes gemaakt, waarin te zien is hoe jonge kinderen spelenderwijs situaties verkennen die worden aangeduid met 'bètataakjes'. De kinderen worden door het gebruikte materiaal en door de vragen van de interviewer aan het denken gezet. Wat is geschikt materiaal en wat zijn goede vragen?

Munk en Uittenbogaard laten in een werkgroep twee filmfragmenten zien. Het ene fragment toont een jonge kleuter die uitgedaagd wordt in een houten sjabloon zoveel mogelijk verschillende figuurtjes te maken met twee broeken, twee lijfjes en twee hoofdjes. Het tweede fragment toont een oudere kleuter die gezichtjes maakt met drie verschillende oogjes en drie verschillende mondjes. Bij de vraag van de onderzoeker naar 'een ander poppetje' gooit de eerste kleuter alle drie puzzelstukjes er steeds uit en pakt dan weer de andere stukjes, en maakt zo steeds weer hetzelfde poppetje. De andere kleuter komt tot alle negen combinaties van ogen en mondjes. Interessant is de vraag welke factor hier het meest bepalend is. Is het een kwestie van leeftijd: vijf jaar versus drie jaar? Of is 't het materiaal dat 't'm doet: één

sjabloon versus een hele tafel met meer dan voldoende ogen en monden, zodat de leerling ook meer keren hetzelfde gezichtje kan leggen, die ze daarna weer weghaalt? Of zijn het de vragen en de inbreng van de onderzoeker die de oudere kleuter naar een hoger niveau tillen? Er is een nascholingsmodule ontwikkeld, waarin leraren aan het denken worden gezet over hun onderwijs en over hun omgang met de kinderen. Dit met het oog op het ontwikkelen en stimuleren van het bètadenken en de talenten die, zo menen Uittenbogaard en Munk, alle kinderen bezitten.

‘Wat kinderen ons vertellen’ is de titel van een parallellezing door Belinda Terlouw, waarin zij vertelt over haar gesprekken met kinderen, leraren en toekomstige leraren. Daaruit spreekt compassie met de situatie in de basisschool, waar leraren door de bomen van de methode het bos veelal niet meer zien. Een veelheid aan suggesties en voorbeelden versluiert wat kinderen in de eigen klas willen en nodig hebben. Daar kun je zorgen over hebben, want zo komen opbrengstgericht onderwijs en ontwikkelingsgericht onderwijs op gespannen voet met elkaar te staan. Terlouw vraagt nadrukkelijk aandacht voor het laatste. Goed reken-wiskundeonderwijs voldoet naar haar mening aan enkele aspecten. Ze noemt: de leraar heeft zicht op zijn leerlingen en op hoe zij leren rekenen. De leraar heeft bovendien zicht op hoe kinderen rekenen. Zo kan hij inspelen op verschillen tussen leerlingen en kan hij doelgericht en diagnosticerend onderwijs geven. Leraren en studenten moeten verschillen tussen kinderen (leren) zien en interpreteren. Zelf maakt Terlouw in opleiding en nascholing gebruik van reflectieverslagen, verslagen van gesprekken en interviews. Zij doet dit om leraren vooral te leren kinderen te observeren.

In het project ‘Ernstige reken-wiskunde problemen en dyscalculie’ (ERWD) pleiten Mieke van Groenestijn, Ceciel Borghouts en Christien Janssen voor denken in onderwijsbehoeften in plaats van in beperkingen. Om die onderwijsbehoeften voldoende in beeld te krijgen, ligt het accent op observeren, analyseren van werk en gesprekken met kinderen. Loopt de leerling vast in het informele of in het formele handelen? In de lijn van context naar bewerking, in de lijn van bewerking naar oplossing of in de lijn van oplossing naar context? De drie lijnen die hier genoemd worden, zijn af te beelden met een driehoek ofwel het ‘drieslagmodel’. Op alle lijnen kan de leraar de leerling ondersteunen, maar in alle gevallen is de behoefte aan ondersteuning van de leerling anders. Het gaat hier om gebruik van leerlijnen, rekendactiek en organisatie tegelijk. Dit vraagt veel van leraren en IB’ers. Het project ERWD vormt een mooie aanleiding om deze integrale aanpak op scholen te bevorderen. Voor begeleidingsdiensten is het een schitterende kans om de samenwerking van leerlingbegeleiders en reken-wiskundeadviseurs te versterken. Het is voor alle partijen een verrijking!

8 De intrinsieke waarde van de wiskunde

In de zoektocht naar goed reken-wiskundeonderwijs mag een beschouwing van het vak zelf niet ontbreken. Wat vraagt het vak rekenen-wiskunde van de leraar, en van het lerende kind? In deze categorie valt ook het enthousiasme waarmee inleiders en toehoorders aan de werkgroepen bijdragen. Rekenen-wiskunde is gewoon een prachtig vak!

Uitgaande van simpele vraagstellingen uit de elementaire rekenkunde laat Aad Goddijn de schoonheid van de wiskunde zien. Uitgangspunt is het getal ‘1’ waarop het hele rekenen berust. De natuurlijke ontwikkeling van ons getalsysteem is gebaseerd op het doortellen met de eenheid, een intuïtieve aanpak, die algemeen in het onderwijs wordt toegepast, maar die ook in de formele wiskunde door grote geleerden wordt omarmd. Er bestaan echter ook strikte formalisten, die menen dat zelfs 1 gedefinieerd moet worden. Goddijn geeft blijk van zijn geloof in de intuïtieve en aanschouwelijke aanpak, die voor het onderwijs zo krachtig werkt.

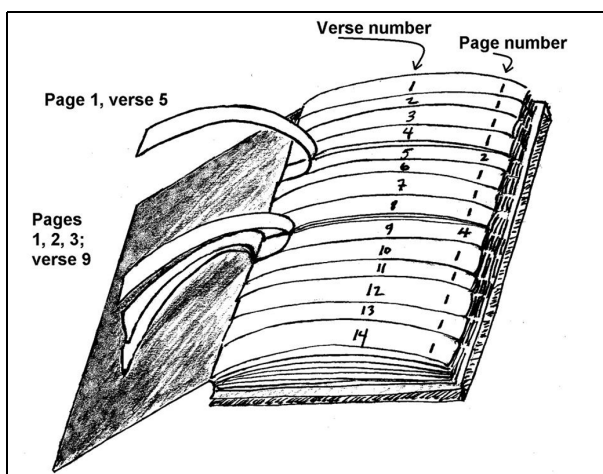


Door de optelling $1 + 1 + 1 + \dots + 1 + 1 + 1 = 2010$ zo vorm te geven dat dit precies op een A4'tje past, ontstaat een prachtig vraagstuk. En dan de aanschouwelijke kracht van de getallenlijn, om te laten zien dat je tussen de veelvouden van 7 en die van 9 altijd een veelvoud van breuken kunt vinden dat daar precies tussen past. Met uitstapjes naar de muziek en de daarbij behorende ritmen levert Goddijn een schitterende presentatie.

Jeanine Daems en Ionica Smeets, bekend van de column ‘Wiskundemeisjes’ in de ‘Volkskrant’, vertellen een vermakelijk verhaal over wiskunde in de literatuur. Door schrijvers als Perec en Queneau is de wiskunde gebruikt om een verhaal te construeren. Zo is het boek ‘Cent mille milliard de poèmes’ ofwel ‘honderdduizendmiljard gedichten’ van Queneau een boek met tien sonnetten waarvan elke x -de regel op elke andere x -de regel rijmt,

zodat je het boek in reepjes zou kunnen knippen en elke combinatie van eerste tot veertiende regel een nieuw sonnet zou vormen (fig.3).

Op deze manier staan in het boek duizendveertien sonnetten. De wiskunde kan ook het onderwerp zijn van een roman. Dat is het geval in boeken waarin de hoofdpersoon erg van wiskunde houdt, zoals in 'The curious incident of the dog in the night-time' van Mark Haddon. Het is een boek over een autistische jongen die probeert te ontdekken hoe de hond van zijn burens doodgegaan. De wiskunde kan onderdeel uitmaken van het verhaal, zoals in 'Het mysterie van Pythagoras' van Jan Helmer, waar de stelling van Pythagoras aan de orde komt. Er wordt uit een museum een schilderij gestolen. Men vraagt zich af of het schilderij door het raam past. Ten slotte zijn er nog boeken waarin de hoofdpersoon vertelt hoe hij tot een wiskundig inzicht is gekomen. Zo schrijft de auteur Marcus du Sautoy in 'Het symmetriemonster' hoe hijzelf als elfjarige de principes van symmetrie leerde begrijpen.



figuur 3

In hun werkgroep presenteren Ans Veltman en Adri Treffers twee klassieke rekenproblemen, die voor leerlingen van de basisschool onvergetelijke ervaringen opleveren (Treffers, 2010). Het eerste probleem ontstond naar aanleiding van het filmpje 'The powers of ten' van Charles en Ray Eames (1977). In dit filmpje is een zonnende man in het park te zien van één bij één meter, genomen op een afstand van één meter. Vervolgens wordt, voortdurend met 'de macht tien', uitgezoomd tot '10 tot de macht 21', waarbij ver buiten het zonnestelsel wordt getreden. Kinderen uit een bovenbouwgroep krijgen de opdracht om de foto's uit het filmfragment met bijbehorende machten van 10 op volgorde te leggen, zodat ze greep krijgen op de toename. De kinderen stellen voor om zelf een 'machten van 10'-boek te maken. Bij de presentaties van de bladzijden uit dit zelfgemaakte boek blijkt dat kinderen inzicht hebben in de machten van 10. Een bijzonder onderwerp, dat verwondering en interesse wekt bij goede en zwakke leerlingen.

Het tweede rekenprobleem is een probleem uit de per-

soonlijke geschiedenis van Treffers: een waargebeurde dorpsrel waarbij de schoenmaker overhoop ligt met schoolmeester Versteeg over de vraag hoe kinderen (waaronder Treffers zelf) cijferend zouden moeten aftrekken.

$$\begin{array}{r} 6010 \\ 3847 - \\ \hline \end{array}$$

Deze aftrekopgave wordt uitgerekend door er de volgende optelsom van te maken:

$$\begin{array}{r} 6010 \\ 6152 + \\ \hline 12162 \end{array}$$

Dan wordt de '1' van de 10.000 toegevoegd aan de twee eenheden zodat de uitkomst 2163 wordt. Tot zover de aanpak van de schoenmaker. Schoolmeester Versteeg was het met een dergelijke aanpak niet eens. De onenigheid ging zelfs zo ver dat de schoolmeester de schoenmaker op niet al te vriendelijke wijze vroeg bij zijn leest te blijven. Maar de kinderen genoten van de magie van de getallen! Jammer genoeg was er onvoldoende tijd om dit probleem didactisch te doorgronden en in de huidige discussie te plaatsen.

De maatschappelijke discussie gaat feitelijk over doelstellingen. De notie van gecijferdheid maakt het mogelijk de kern van de discussie aan te duiden: richten we het onderwijs op het verwerven van gecijferdheid of op (traditionele) rekenvaardigheid?

(Ronald Keijzer, lector rekenen-wiskunde)

9 Waardevolle doelen

Wie de vraag wil beantwoorden wat waardevol reken-wiskundeonderwijs is, kan niet om de vraag heen wat de doelen voor het reken-wiskundeonderwijs zijn. De 'voorbereidende' waarde krijgt momenteel veel aandacht: wat hebben mensen aan wiskundige kennis en vaardigheden nodig in hun verdere opleiding en beroep?

Jan van Maanen neemt ons mee terug naar het jaar 1621. Een document uit dat jaar, geschreven door Willem Claesz van Assendelft, laat zien wat belangrijke wiskunde was in de zeventiende eeuw. Van Assendelft besteedt aandacht aan de wijze waarop getallen worden uitgesproken, hoe men optelt en aftrekt, vermenigvuldigt en deelt. De deelnemers aan de parallelezing worden door Van Maanen uitgedaagd om berekeningen van Van Assendelft uit te pluizen en te herleiden. Van Assendelft laat ook berekeningen zien met geld. Dat is in zijn tijd geen sinecure omdat het inwisselen niet decimaal was, zoals tegenwoordig, maar, bijvoorbeeld, het pond verdeeld werd in twintig schellingen en elke schelling twaalf grooten waard was. Deze sprong in de tijd laat zien dat de

waarde van het reken-wiskundeonderwijs mede wordt bepaald door wat in de maatschappij op een bepaald moment van belang is of geacht wordt.



Willem Vermeulen brengt de jaren tachtig in herinnering. Toen was er een ontwikkelgroep 'ZRM', een afkorting voor ZakRekenMachine, die materiaal, ideeën en een visie voor de rekenmachine in de basisschool ontwikkelde. De ontwikkelgroep heeft zich onder meer gebogen over de gevolgen die de introductie van de rekenmachine zou hebben voor de inhoud en de doelen van het rekenonderwijs, en voor de gevolgen voor de didactiek. Dit heeft ertoe geleid dat in de kerndoelen is aangegeven dat kinderen op school de rekenmachine met inzicht moeten leren gebruiken. Deze visie en het opnemen van de rekenmachine in de kerndoelen heeft tot gevolg gehad dat elke moderne reken-wiskundemethode activiteiten bevat voor rekenen met de rekenmachine. Niettemin blijven veel leraren huiverig om dit leermiddel ten volle en vanaf de lagere groepen in hun onderwijs in te zetten. De opvatting dat kinderen door in de basisschool de rekenmachine te gebruiken, niet meer leren rekenen, is even hardnekkig als onjuist. Vermeulen pleit ervoor dat leerlingen zelf hun rekenmachine en de eigenaardigheden van de machine onderzoeken. Een rekenmachine kan de volgende antwoorden produceren: $4 \times 5 - 4 \times 5 = 80$ en $1 : 7 \times 7 = 0,9999997$. Door te onderzoeken hoe de rekenmachine rekent, kunnen kinderen hun inzicht in getallen en procedures verdiepen. Vermeulen is van mening dat er een herwaardering van de rekenmachine in het basisonderwijs moet komen, waarbij de rekenmachine beter geïntegreerd wordt in het curriculum van de basisschool dan nu het geval is.

Ons rekenen is door en door ziek: het laboreert aan een aantal kwaaltjes en één grote kwaal: mechanisme, machinalisme, gedachteloosheid.

(een onderwijsinspecteur in 1936).

Wat voor type wiskunde zou onderwezen moeten worden in onze veranderende maatschappij? Deze vraag wordt gesteld in het project 'de toekomst telt' van de 'Stichting Ververs Foundation'. Koeno Gravemeijer en Anita Lek zijn niet zozeer op zoek naar het hoe (hoe onderwijzen we vooraf vastgestelde inhoud?) maar naar het wát (wat vormt de inhoud van het curriculum?). Zij vragen zich af

wat de wenselijke doelen voor reken-wiskundeonderwijs in het primair en in het voortgezet onderwijs zijn, tegen het licht van de toekomstige maatschappij. Zij onderzoeken wat vervolgstudies vragen, wat mensen nodig hebben in hun beroep, alsmede wat de burger aan wiskunde nodig heeft. Tegenwoordig veranderen mensen vaker van werk. Gedurende zijn leven komt de mens steeds voor nieuwe uitdagingen te staan. Omdat routinematige werkzaamheden in toenemende mate overgenomen zullen worden door computers of door mensen in landen waar de lonen lager liggen, zullen vooral beroepen op mbo-niveau gaan veranderen of verdwijnen. In de uitoefening van een beroep en in het dagelijkse leven zal de nadruk komen te liggen op probleemherkenning, modelleren, denken in termen van variabelen, visualiseren, in het doorzien en gebruiken van doel-middel relaties, in het meten, in het leggen van relaties en verbanden. Het gaat om analytisch denken en het oplossen van problemen, waarbij grafieken en tabellen lezen en interpreteren een belangrijke vaardigheid is. Dit zouden dan ook doelen moeten zijn van het reken-wiskundeonderwijs voor de toekomst. De toehoorders kunnen niet anders dan instemmen met dit betoog. Het is ook niet helemaal nieuw, want dergelijke ideeën zijn al vaker naar voren gebracht 'Waarom is het niet meer die kant opgegaan?', vraagt men zich af. Genoemd wordt dat er beter politiek gelobbyd moet worden en dat er veel meer nascholing nodig is. Misschien te beginnen in het mbo, bij leerlingen van veertien tot vijftien jaar, omdat die meer aankunnen? De verwachting is dat er in het basisonderwijs minder hoeft te veranderen.

In haar werkgroep 'Cijferend rekenen. Hoe nu verder?', laat Atie Haverhals de deelnemers kennis nemen van haar onderzoek naar het cijferen. Vanwege haar warme belangstelling voor de traditionele cijferalgoritmen is haar centrale vraag hoe het nu verder moet met cijferend rekenen. In de theoretische inleiding schetst Haverhals kenmerken van realistisch cijferend rekenen en traditioneel cijferend rekenen, met daarbij de doorgaans voor beide methoden genoemde voor- en nadelen. Vervolgens krijgen de deelnemers een vragenlijst voorgelegd, die Haverhals ook heeft afgenomen bij leraren uit de bovenbouw van het basisonderwijs. Ze geeft daarvan enige resultaten weer. In het algemeen blijken leraren in de uitvoering van hun onderwijs dichter bij de visie van het realistische reken-wiskundeonderwijs te komen, dan in hun denken over het rekenonderwijs. Opmerkelijke uitkomsten van haar onderzoek zijn dat 50 procent van de leraren de uitkomsten van een cijfersom niet eerst laat schatten en dat 40 procent van de leraren huiswerk meegeeft om het cijferen te oefenen. Het cijferen roept veel discussie op. Dat was in deze werkgroep niet anders. Lang is gediscussieerd over de vraag of het kolomsgewijs rekenen een doel op zich is, of eerder een tussenvorm op weg naar het traditionele algoritme. In het laatste geval is er geen tegenstelling tussen kolomsgewijs en traditioneel

cijferen, maar slechts een verschil in aanpak. Een van de deelnemers brengt naar voren dat studenten van een Technische Universiteit die de staartdeling niet kenden, onder de indruk waren van de eenvoud en schoonheid ervan, toen ze voor het delen van polynomen het algoritme kregen aangereikt. In de slotdiscussie over de vraag over veranderingen of interventies die tot betere leerlingresultaten moeten leiden, blijken de aanwezigen niet aan cijferen te denken, maar eerder aan extra aandacht en meer uitdagingen voor de betere leerlingen.

De ideeën over realistisch reken-wiskundeonderwijs zijn in de loop der tijd, zowel van binnenuit als van buitenaf, voortdurend bijgesteld en dat moet zo blijven, willen we het rekenen van Nederland op peil houden.

(Marja van den Heuvel-Panhuizen, hoogleraar reken-wiskundeonderwijs)

10 Terugblikken en vooruitzien

In deze conferentie komen verschillende aspecten van reken-wiskundeonderwijs aan bod, die vanuit heel diverse invalshoeken worden benaderd: de leraar, de didactiek, doorgaande leerlijnen, de leerling, de wiskunde en de doelen van dit vak voor de toekomst. Onderzoek wijst uit dat het vooral de leraar zelf is, die de reken-wiskundeles maakt of breekt. Steeds meer mensen raken daarvan overtuigd. De gemiddelde leraar krijgt het rapportcijfer 7 van zijn leerlingen: hij kan redelijk tot goed uitleggen en is behulpzaam, maar er is ook wat op hem aan te merken. Hij daagt de leerlingen te weinig uit. Vooral het oefenen kan uitdagender en effectiever. Steeds meer wordt duidelijk hoeveel vakkennis de leraar alleen daarvoor al nodig heeft. Dit is geheel in lijn met de ontwikkeling van en de belangstelling voor de kennisbasis reken-wiskunde. Die kennisbasis wordt geïmplementeerd op de opleidingen. De vraag dient zich echter aan hoe het eigenlijk met de vakkennis van zittende leraren gesteld is. Deze vraag komt niet vanuit de leraren zelf, want de meeste van hen voelen zich over het algemeen gesproken voldoende bekwaam voor het geven van reken-wiskundeonderwijs. Dit gegeven correspondeert met de verzuiming van onderwijsadviseurs en opleiders, dat ze leraren moeilijk of niet kunnen motiveren voor nascholing op het gebied van rekenen-wiskunde. Nascholing is dan ook het eerste thema in het gesprek met de staatssecretaris.

Staatssecretaris Marja van Bijsterveldt is uitgenodigd voor een ontbijtsessie op de laatste dag van de conferentie en treft als gesprekspartners opleider Vincent Klabbers, basisschoolleraar Jacqueline van de Ven, student Koen Tuinte en onderwijsadviseur Alette Lanting. Het panel stelt aan de orde dat er meer nascholing nodig is, ook al blijkt dat niet uit de animo voor nascholingscursussen.

Het vak rekenen-wiskunde is te complex om het op de pabo in vier jaar te leren. In het basisonderwijs wordt momenteel veel in niveaugroepen gewerkt. Voor rekenen-wiskunde is dat niet optimaal, omdat de goede rekenaars snel individueel aan het werk zijn en de kinderen zo niet van elkaar kunnen leren. Nascholing zou welkom zijn, maar leraren hebben er na schooltijd weinig energie voor over. De staatssecretaris reageert dat dit punt in de CAO voor onderwijzend personeel anders geregeld is en dat besturen meer ruimte voor nascholing moeten maken. Het probleem zou zitten in onvoldoende vervanging.

Dit gespreksonderwerp loopt soepel over in een ander, over de behoefte aan vakspecialisten en over de kwaliteit van afgestudeerde pabo-studenten. Het panel is het erover eens dat leraren basisonderwijs voor rekenen-wiskunde in de volle breedte deskundig moeten zijn. Het actief gebruiken van woorden als 'een half' in de onderbouw vormt al een voorbereiding op breuken in de bovenbouw. Als een hoge kwaliteit van afgestudeerden een doel van de opleidingen is, moet je ook kijken naar het niveau van instromende studenten.



De aanwezigen maken zich zorgen over het niveau van sommige studenten met een mbo-achtergrond. Onderzoek wijst bijvoorbeeld uit dat mbo'ers moeite hebben om vakdidactische theorie in hun praktijk te gebruiken (Oonk, 2009). Van Bijsterveldt deelt deze zorg, maar wijst ook op het tekortschietende niveau van andere studenten, die met een havo-achtergrond. Zij wil nagaan of de kwalificatieprofielen van het mbo verzaamd moeten worden. Pabo's en mbo's zouden in dit opzicht meer moeten samenwerken. Dan vraagt Van Bijsterveldt naar reacties over de kennisbasis en de toetsing daarvan. Uit de zaal spreekt een van de conferentiegangers: 'We mogen blij zijn met de kennisbasis en met centrale toetsing.' Maar hij geeft als advies de betekenis ervan te relativeren. 'Met het toetsen van de kennisbasis ben je nog niet klaar.'

De kennisbasis is op de opleidingen nog lang niet ingevoerd en de toetsing is ook nog niet gerealiseerd. Doorgaande leerlijnen zijn ook nog niet geïmplementeerd. Wanneer we het reken-wiskundeonderwijs in de bovenbouw van de basisschool en de onderbouw van het voortgezet onderwijs naast elkaar zetten, zien we hele grote verschillen. In het mbo, achter aan de keten, ziet men de

toetsing van niveau 3F met angst en beven tegemoet, want de docenten zijn niet gewend hun leerlingen te begeleiden in rekenvaardigheid.

Dat roept nogmaals de vraag op op welk reken-wiskundeonderwijs het meest waardevol moet worden geacht voor de toekomst. Moet er meer aandacht komen voor het oplossen van probleem en voor het modelleren komen? Moet er meer worden gedacht in termen van variabelen, visualiseren, doel-middel relaties doorzien en gebruiken, van meten, van het leggen van relaties, het analytisch denken, grafieken en tabellen lezen en interpreteren? Daar ligt een belangrijke taak voor ontwikkelaars en methodeschrijvers, want methoden worden door veel leraren redelijk strikt aangehouden, maar we weten ook hoe lang het duurt voor nieuwe ideeën de onderwijspraktijk bereiken. Neem alleen al de rekenmachine, die nog steeds nauwelijks geïntegreerd is in het curriculum en juist een bijdrage zou kunnen leveren aan modern reken-wiskundeonderwijs. Dat is onderwijs waarin kinderen leren onderzoek te doen naar getallen en procedures. Vernieuwende impulsen in de richting van onderzoekend leren komen momenteel vanuit het natuur- en techniekonderwijs, dat op zijn beurt hoopt mee te liften op de huidige belangstelling voor het vak rekenen-wiskunde. Belangrijk wordt het idee geacht om concepten van kinderen als uitgangspunt voor het onderwijs in rekenen-wiskunde of in natuur en techniek te kiezen.

Ook op deze conferentie stond de vraag centraal hoe er een slag geslagen kan worden om het reken-wiskundeonderwijs te verbeteren. Er kwamen ideeën naar voren om de opleiding zwaarder te maken, het niveau van de instroom te verhogen, het onderwijs meer op het oplossen van problemen te richten en meer uitdaging in het onderwijs na te streven. Tijdens de conferentie klonk vooral door dat het belangrijk is deze zaken in samenhang aan te pakken.

Noten

- 1 Voor meer informatie zie: www.watwerktopschool.nl
- 2 Voor meer informatie zie: www.montessori.nl
- 3 Voor meer informatie zie: www.rekentuin.nl
- 4 Voor meer informatie zie: www.fi.uu.nl/zoefi
- 5 Voor meer informatie zie: www.menne-instituut.nl
- 6 Voor meer informatie zie: www.ontdeplek.nl
- 7 Voor meer informatie zie: www.voorbeeldgestuurdonderwijs.nl
- 8 Nadere informatie is te vinden in een folder van het Ruud de Moor Centrum (rdm.ou.nl).

Literatuur

Boltjes, E.G. (2009). Lesgeven vanuit de onzekerheid. Voorbeeldgestuurde natuurkunde werkt leuker en beter. *Nvox*.

Tijdschrift voor natuurwetenschap op school, 34(7), 304-306.

Hill, H.C., S.G. Schilling & D.L. Ball (2004). Developing Measures of Teachers' Mathematics Knowledge for Teaching. *The Elementary School Journal* 105(1), 11-30.

Buijs, K. (2010). Beter met Rekenen - werken aan kwaliteitsverbetering van reken-wiskundeonderwijs. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk*, 29(2), 39-49.

Burg, M. van der & M. Espeldoorn (2010, in druk)

Expertgroep Doorlopende Leerlijnen taal en rekenen (2008). *Over de drempels met rekenen. Consolideren, onderhouden, gebruiken en verdiepen*. Onderdeel van de eindrapportage van de Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen. Enschede. Zie ook www.taalenrekenen.nl

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education. China Lectures*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Gravemeijer, K. (2004). Local instruction theories as means of support for teachers in Reform mathematics education. In: Douglas H. Clements & Julie Sarama. *Hypothetical Learning Trajectories: A Special Issue of Mathematical Thinking and Learning*. Routledge, 105-128.

Haddon, M. (2007). *The curious incident of the dog in the night-time*. Amsterdam: Contact.

Helmer, J. (2007). *Het mysterie van Pythagoras*. Pythagoras project.

Imbo, I. & J.A. LeFevre (2009). Cultural differences in complex addition: Efficient Chinese versus adaptive Belgians and Canadians. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 35, 1465-1476.

Keijzer, R. & J. ter Heege (2010). Verder zoeken naar de kwaliteit van het reken-wiskundeonderwijs - interview met de voorzitter van de KNAW-commissie. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk* 29(1), 28-31.

Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen (2009). *Rekenonderwijs op de basisschool, analyse en sleutels tot verbetering*. (gratis te bestellen of als pdf te downloaden via de website van de KNAW bij 'publicaties'.)

Marzano, R.J. (2007). *Wat werkt op school?* Middelburg: Bazalt.

Oonk, W., M. van Zanten & R. Keijzer (2007). Gecijferdheid, vier eeuwen ontwikkeling. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk* 26(3), 3-18.

Oonk, W. (2009). *Theory-Enriched Practical Knowledge in Mathematics Teacher Education*. Leiden: Iclon (proefschrift).

Sautoy, M. du (2009). *Het symmetriemonster*. Amsterdam: Nieuwezijds b.v.

Treffers, A. (2010). *Het rekentheater*. Amsterdam: Atlas.

Steenbrugge, H. van, M. Valcke & A. Desoete (2010). Mathematics learning difficulties in primary education: teachers' professional knowledge and the use of commercially available learning packages. *Educational Studies* 36(1), 59-71.

Vermeulen, W. (2010). Nog steeds bang voor de zakrekenmachine op de basisschool. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk* 29(1), 59-67.

Zanten, M. van, F. Barth, J. Faarts, A. van Gool & R. Keijzer (2009). *Kennisbasis Rekenen-Wiskunde voor de lerarenopleiding basisonderwijs*. Den Haag: HBO-raad.

20-22 January 2010 the yearly Panama conference took place. The conference theme 'Valuable mathematics education - characteristics for quality' was designed from various perspectives, namely educational output, teacher quality, quality of pedagogy, learning strands, student perspective and culture in education. The conference made clear that problems in these fields should be dealt with in coherence.