

## Symboliseren in Statu Nascendi

B. van Oers  
Afdeling Onderwijspedagogiek  
Vrije Universiteit Amsterdam

### Summary

*Instruction theories have discovered symbolizing as an important aspect of academic thinking in a variety of disciplines. In practice much attention is paid to those more advanced forms of symbolizing, generally called 'modelling'. In this article we present an analysis of symbolizing and modelling as an activity in statu nascendi. From a Vygotskian perspective I will describe symbolizing/modelling as a semiotic activity in which sign/meaning construction is a central part. In a further analysis it is argued that the structure of the tool and the reference assumption are essential for the construction of models. It will be demonstrated that younger children (from 4 – 7) can employ and construct symbolic representations that already show an acknowledgement of both the relevance of structure and the reference assumption. Assisting young children in their attempts to make symbolic representations may lay a basis for later modelling activity.*

### 1. De status van het modelmatige denken

De geschiedenis van het westerse natuurwetenschappelijke denken laat een evolutie zien in de richting van een denkstijl die meer en meer beheerst wordt door het gebruik van formele, mathematische modellen. Deze "mechanisering van het wereldbeeld" (Dijksterhuis, 1950) heeft zich inmiddels diep in het hedendaagse denken geworteld en manifesteert zich op velerlei gebieden als een gewoonte om intellectuele of praktische problemen schematisch te presenteren om van daaruit naar oplossingen of concrete handelwijzen te zoeken. Metaforen spelen daarbij een belangrijke rol, omdat ze ideeën suggereren die kunnen bijdragen tot beter begrip van de werkelijkheid. De klok als metafoor, bijvoorbeeld, heeft behalve in de techniek, ook in het psychologisch onderzoek een belangrijke rol gespeeld; de notie van 'drijfveer' speelt nog steeds een rol in de manier waarop wij denken over menselijk handelen. Een treffend voorbeeld vinden we ook in het voorwoord bij Leviathan van de zeventiende eeuwse filosoof Hobbes:

*"Wat anders is het hart dan een veer? En wat zijn de zenuwen anders dan snaren en de gewrichten anders dan raderen die het hele lichaam doen bewegen zoals de Maker het bedoelde?"*

Metaforen kunnen verslijten of onbruikbaar blijken in onze verdere verkenningen van de werkelijkheid, maar dat neemt niets weg van hun oorspronkelijke functie, nl. het voorstellen van de werkelijkheid aan de hand van een bekend object om op basis van de eigenschappen daarvan veronderstellingen op te bouwen over de werkelijkheid waarnaar dat object (de metafoor) geacht wordt te verwijzen. De metafoor werkt als een model van en voor de werkelijkheid.

In zijn behoefte om leerlingen (toekomstige burgers) toegang te laten krijgen tot het wetenschappelijk denken, heeft ook het onderwijs 'modellen' en 'modelvorming' als een onderwijsinhoudelijke vernieuwingen geadopteerd. Het gaat er daarbij niet om dat alle leerlingen expert mathematici, natuurkundigen, biologen, economen etc worden, maar wel dat ze een 'scientific literacy' (Bauer, 1991) ontwikkelen, dat wil zeggen de beschikking krijgen over een basisrepertoire van inzichten en vaardigheden die nodig zijn om de ontwikkelingen op diverse terreinen van wetenschap kritisch te kunnen volgen. En dat kan niet -aldus Bauer (1991)- op de traditionele onderwijsmanieren, dwz. via het louter instuderen van theorieën uit boeken:

"Through learning textbook science, one is misled about the nature of scientific activity by learning only about relatively successful science" (Bauer, 1992, p. 11).

Daarentegen moeten leerlingen meer meegenomen worden in het werkelijke wetenschapsbedrijf zelf en kennis maken met successen én tegenslagen, dwaalwegen, mislukkingen. Zij moeten het ambacht van kennis maken via hypothesen, waarneming, debat, experiment zelf kunnen meemaken in een - om met Bruner (1971) te spreken- 'intellectually honest form'. Het construeren, verbeteren en gebruiken van modellen hoort daar onmiskenbaar bij (zie van Oers, 1988).

In dit artikel wil ik de ontwikkeling van het modelmatig denken in ontogenetisch perspectief nader analyseren, uitgaande van denkbeelden zoals ontwikkeld in de cultuurhistorische benadering van Vygotskij. De hoofdvraag spitst zich daarbij toe op de vraag waar de wortels van het modelmatige denken liggen in de ontwikkeling van een individu en hoe onderwijs en opvoeding daarop kan inspringen.

## 2 Analyse van het leerresultaat

Om het modelleren in het onderwijs bij leerlingen te kunnen stimuleren is het mijns inziens nodig om eerst een analyse van het beoogde leerresultaat te maken (vgl. Van Parreren, 1974): wat willen we eigenlijk dat leerlingen kennen en kunnen?

In een eerdere publicatie heb ik het model reeds als volgt omschreven (van Oers, 1988, p. 127):

"Elke materiële, gematerialiseerde (bijv. grafisch weergegeven) of mentaal voorgestelde constructie, opgebouwd uit identificeerbare elementen en relaties, die de handelingen van een gebruiker op een bepaalde wijze structureert én waarbij voorts aangenomen wordt dat die handelingen equivalent zijn met de handelingsmogelijkheden aan een ander object."

Een model is dus niet bedoeld als 'spiegel' van de werkelijkheid, maar wordt juist opgevat als een menselijke constructie die "een beeld van de werkelijkheid maakt om een aantal verschijnselen te kunnen groeperen zonder die werkelijkheid zelf te imiteren" (Bertels & Nauta, 1974, p.25). Zoals de bovenstaande definitie laat zien, vormen de *structuur* van het model en de aannames van een *verwijzing* naar een andere werkelijkheid (referentie assumptie) twee van de constituerende kenmerken van modellen.

Twee andere belangrijke functies van modellen komen in de bovengeven omschrijving ook al naar voren:

- (a) een model functioneert als een *teken* dat verwijst naar handelingsmogelijkheden aan objecten;
- (b) een model functioneert als een *werktuig* dat het actuele handelen van een gebruiker kan structureren.

Hoewel teken en werktuig psychologisch zeer dicht bij elkaar komen te liggen, verwijzen ze hier toch naar twee te onderscheiden aspecten. Als teken refereert het model aan een breed arsenaal van mogelijke (soms impliciete) ideeën, relaties, handelingen die op zich nog niet alle onmiddellijk tot uitvoering van specifieke handelingen hoeven te leiden. Het pompmodel van het hart als teken refereert bijvoorbeeld aan een bepaalde voorstelling van het hart en het adersysteem; als zodanig verwijst het naar ideeën over kleppen, zuiger, inlaat/uitlaatpoort, leidingen/aders, gesloten systeem; druk etc, ideeën die afwijken van de beelden die gegenereerd worden door Hobbes' 'veermodel'.

Als werktuig, daarentegen, heeft het model betrekking op de regulatie van het handelen in een concrete probleemsituatie. Doorgaande op het eerder gegeven voorbeeld van de pompvoorstelling van de bloedsomloop: als werktuig gaat dit model functioneren wanneer we bijvoorbeeld verklaringen proberen te vinden voor het concrete probleem van hoge bloeddruk: in dit geval komen als theoretische mogelijkheden de doorsnee van de leidingen of de slagsnelheid van de pomp naar voren; daarop doorredenerend kunnen we hypothesen genereren met behulp van dit model voor de oplossing of verklaring van hoge bloeddruk.

De invulling van beide bovengenoemde functies in concrete situaties kan echter ook weer variëren al naar gelang de aard van de gebruikte modellen:

*Ad a:* bij de verwijzing naar de handelingsmogelijkheden zien we dat deze verschillend zijn bij voorstellingen die berusten op persoonlijke denkbeelden en vooronderstellingen (de zgn. persoonlijke modellen), of bij voorstellingen die juist culturele kennis samenvatten (canonieke modellen);

*Ad b:* het model als werktuig voor handelen functioneert verschillend wanneer er sprake is van een model dat slechts een beschrijving is van een concreet voorliggende situatie (een zgn. model *van*) of wanneer het model een hulpmiddel is om niet gerepresenteerde aspecten van de werkelijkheid te benoemen, beschrijven, voorspellen of analyseren (model *voor*). Een model *voor* doet meer een beroep op het voorstellingsvermogen (imagination) en ondersteunt dit ook. Als zodanig is het model voor onmisbaar in het abstracte denken (zie voor een verdere bespreking van het onderscheid model *van/voor*: Gravemeijer, 1994).

De bedoelingen van het onderwijs met betrekking tot de ontwikkeling van het modelmatige denken is dus leerlingen de werktuigen en vaardigheden te verschaffen om concrete probleemsituaties te vertalen in gestructureerde schematische representaties die zowel relevante procedurele en declaratieve kennis suggereren en verschillende mogelijke oplossingswegen blootleggen, als het concrete oplossingsgerichte handelen sturen in de richting van een oplossing die verenigbaar is met het gebruikte model en de daarmee verbonden achtergrondkennis.

Om dit beeld nog wat aan te scherpen zal ik in de volgende paragraaf een meer gedetailleerde beschrijving geven van de ontwikkeling van het modelmatige denken in het onderwijs. Modelleren komt daarbij naar voren als een

speciaal geval van semiotische activiteit (§3). Gaandeweg wordt het daarin duidelijk dat het modelmatig denken dat hierin wordt nagestreefd een beroep doet op kwaliteiten die in de loop van de (vroeg) ontwikkeling bij kinderen ontstaan. Een optimalisering van het onderwijs ten behoeve van het modelmatige denken kan derhalve niet blijven staan bij de verbetering van onderwijs in de verschillende vakken op de momenten dat modellen aan de orde zijn, maar dient serieus na te denken over mogelijkheden tot optimalisering van de vroege aanloop van het modelmatige denken, bijv. in de onderbouw van de basisschool (§4).

### 3. Modelleren als semiotische activiteit

In de psychologische literatuur bestaan verschillende theorieën over het ontstaan van modelmatig denken in de ontogenese (de individuele ontwikkeling). Aan de ene kant hebben we de theorieën die veronderstellen dat modellen eigenlijk een ontwikkelingsproduct van het individu zijn die in de loop van de ontwikkeling ontstaan. Karmiloff-Smith (1995) gaat ervan uit dat het modelmatig denken ontstaat via een cognitief mechanisme van herschrijving van representaties (Representational redescription). In eerste instantie handelt het kind volgens deze visie op basis van waarnemingsgegevens die de functie krijgen om de objecten uit de werkelijkheid mentaal te representeren. Via bijstellingen onder invloed van de fysische en sociale ervaring worden die noties herschreven tot nieuwe representaties en uiteindelijk tot theorieën over de betreffende objecten. Volgens Karmiloff-Smith ontwikkelt zich bijvoorbeeld uit de concrete ervaring van 'hoeveelheid' vervolgens een notie van hoeveelheid die gebaseerd is op tellen. Echter, dit 'telmodel' van hoeveelheid heeft ook zijn beperkingen (bijv het getal 0 dat niet via tellen kan worden verkregen), waarna een operationeel model (gebaseerd op +1 en -1-operaties) ontwikkeld wordt. Later, als de kinderen breuken tegen komen, moet dit model ook weer herschreven worden (zie Karmiloff-Smith, 1995, p110-112). Zo kunnen kinderen stap voor stap 'little mathematicians' worden via intrinsiek gedreven 'representational redescriptions'. Belangrijk in haar theorie is voorts dat de herschrijvingen niet kunnen worden geforceerd door allerlei inconsistentie aan te voeren. Herschrijvingen, aldus Karmiloff-Smith ontstaan pas als het bestaande model sterk en stabiel genoeg is. En ze worden intrinsiek aangedreven, dwz. door het cognitieve apparaat zelf.

Hoewel Karmiloff-Smith Piagets fasetheorie verlaten heeft, blijft haar theorie –net als die van Piaget- individualistisch, mechanistisch en moeilijk verenigbaar met de sociaal-culturele dimensies van disciplines als wiskunde, natuurkunde, etc. Uit ander onderzoek rond de ontwikkeling van getalbegrip bij jonge kinderen blijkt dat de concrete ervaringen van kinderen met getallen en hoeveelheden –en dus ook hun denkbeelden daarover- breder zijn dan alleen tellen (zie o.a. Ekeblad, 1996). Al bij zesjarigen vond Ekeblad dat hun beelden van getallen samenhangen met de sociale en vooral contextgebonden ervaringen met getallen en hoeveelheden, en met de diverse functies die deze daarin vervullen. Als zodanig bestaan er al verschillende noties van getallen, maar daar omheen ontstaan er ook diverse andere noties met betrekking tot getallen zoals 'precisie', 'iets waarover je van mening kunt verschillen', 'goed-fout-oordelen', 'wie is de baas?'. Het is de vraag of dit getalbegrip al een model is in de strikte zin van het woord, maar het is duidelijk dat het meer dimensies omvat dan het door Karmiloff-Smith voorgestelde een-

dimensionale 'model'. Een eenvoudige intrinsiek gedreven herschrijving kan dus nooit 'zomaar' het ontstaan van eendimensionale getalmodellen tot gevolg hebben. Er vindt blijkbaar ook een selectie plaats van dimensies 'die ertoe doen' en 'dimensies die er niet toe doen'; een selectie waarin ook die sociaal-normatieve aspecten worden afgedreven die er in de ervaring van kinderen kennelijk toch wel toe doen.

Een focus op het ontstaan van wiskundige modellen is niet essentieel voor Karmiloff-Smith. Haar theorie pretendeert algemeen te zijn voor het ontstaan voor modellen op diverse gebieden van de cultuur. Steeds ontstaat daar trouwens hetzelfde probleem, nl. dat de selectiviteit die kennelijk gepaard gaat met de herschrijvingen (zowel in de bepaling van wat de nieuwe ontwikkelingen worden, als in de bepaling wat weg valt bij de herschrijving) niet door haar theorie verklaard kunnen worden. Dat vraagt meer aandacht voor de rol van de inbreng van de sociale omgeving en de interactie met andere cultuurdragers.

Het is met name in de Vygotskiaanse benadering waar de rol van de interactie met cultuurdragers van essentieel belang wordt geacht voor de verdere ontwikkeling.

In Vygotskiaanse terminologie worden modellen vooral gezien als instrumenten (tools) voor het denken welke ontstaan in de interactie met andere cultuurdragers in de context van uiteenlopende sociaal-culturele activiteiten. Als zodanig zijn ze een speciale en geavanceerde verschijningsvorm van de categorie van de tekens. Tekens zijn de psychologische instrumenten die het handelen kunnen gaan sturen vanuit een buitenpersoonlijke (culturele) positie. Menselijk handelen is voor Vygotskij altijd gemedieerd handelen, dat wil zeggen dat het zich niet als een mechanische reactie op de omgeving voltrekt, maar altijd via tussenkomst van een derde -culturele- dimensie die het handelen medestuurft. Deze mediatie vindt plaats via tekens, zoals woorden, (mathematische) symbolen, pictogrammen, diagrammen, grafieken etc.

Via de tekens kan de cultuur haar weg vinden naar het individuele handelen. Door het zich eigen maken van tekens verwerft het individu ook culturele betekenissen die met de betreffende tekens verbonden zijn, maar het gaat daarbij niet om replica's van 'de' culturele betekenissen!. Aangezien deze teken-betekenis-gehelen immers in een mentale omgeving (bewustzijn) terecht komen die uniek is, worden ook de resulterende verworven betekenissen ook altijd gekleurd of zelfs vertekend. Daardoor zijn de verworven betekenissen altijd weer persoonlijke versies van de cultureel bedoelde betekenissen. Uiteindelijk is nooit te zeggen of er wel consensus bestaat. Het best wat we kunnen bereiken is een *aanname* van consensus (meanings 'taken-as-shared', Cobb e.a, 1993).

Een belangrijk vraagstuk dat nu voorligt is dat naar de verwerving en ontwikkeling van teken-betekenis-gehelen in de context van sociaal-culturele activiteiten, waarmee we in tweede instantie -als een speciaal geval- ook inzicht kunnen krijgen in de ontwikkeling van het modelleren. Uit het onderzoek tot nu toe komen drie inzichten naar voren die hier van speciaal belang zijn:

- (1) de constructie van tekens en hun betekenissen moet plaats vinden in een activiteit waarbinnen de betreffende tekens *functioneel* voor de

- actor zijn, dwz dienen als middelen tot communicatie met anderen of van de actor met zich zelf (vgl. o.a. John-Steiner e.a., 1994);
- (2) *de relatie tussen tekenvorm en betekenis is onderwerp van voortdurende reflectie*, om de 'fit' tussen beide optimaal te maken; dit kan enerzijds leiden tot bijstelling van het teken, of zelfs tot de constructie van een nieuw teken (zoals het geval bij de afscheiding van een nieuw teken 'massa' van het oorspronkelijke 'gewicht'); anderzijds kan dit ook leiden tot een verdere nuancering van de betekenis bij een bepaald teken (zoals bijvoorbeeld kan gebeuren als de 'stof-interpretatie van 'massa' wordt uitgebreid met een energie-dimensie; in beide gevallen blijft men van massa spreken, maar de betekenis wordt uitgebreid (de vorm van het teken blijft dus gelijk, maar de betekenisinhoud verandert); zie verder van Oers, 1996; 1999.
- (3) *teken-betekenisgehelen worden tot ketens aaneengeregen*: teken-betekenisgehelen worden onderdeel van nieuwe tekens en vormen als zodanig een onderdeel van een nieuw teken-betekenisgeheel; zo kan het teken + (met zijn bijbehorende mathematische betekenis) een onderdeel worden van de betekenis van  $\Sigma$ , dat op zich weer onderdeel kan worden van een nieuw teken 'gemiddelde' etc. (zie verder Cobb e.a., 1997).

Met name onder (2) en (3) vindt gecoördineerde reflectie plaats op de interrelatie tussen tekenvorm en betekenisinhoud. De sociale of individuele cognitieve activiteit die zich richt op de constructie en reflectie van teken-betekenis (vorm-inhoud) relaties duiden we aan als *semiotische activiteit*.

Modelvorming, nu, is een speciale vorm van semiotische activiteit waarin aan de vorm van het teken (i.e. "het model als grafisch gerepresenteerde eenheid") speciale eisen gesteld worden. Er zijn twee punten waarin het model zich onderscheidt als speciale categorie van tekens:

(1) in de vorm van het teken moet de relatie tussen de verschillende constituerende eenheden aanwijsbaar zijn (vgl. ook Davydov, 1996, p. 128; Davydov & Vardanjan, 1981). Het model is dus een zodanig *gestructureerd teken* dat het handelingen en handelingssamenhangen suggereert. Voor de beschrijving van een verzameling waarden kan het gemiddelde als model gekozen worden:

$$\text{Gemiddelde} = \frac{\sum x_i}{N}$$

Ook hier suggereert het model door zijn structuur relaties tussen de samenstellende delen (mits men deze taal kent!). Een symbool G of  $x_{\text{gem}}$  kan dit symbool eventueel verkort weergeven. Daaruit is de structuur van de gekoppelde handelingen niet terug te lezen. G of  $x_{\text{gem}}$  is als zodanig dus nog geen model. Worden deze symbolen echter uitgelegd in termen van de boven gegeven formule, dan is aan de eerste eis van het teken als model voldaan. Dit in tegenstelling tot een teken als "3" dat door zijn vorm geen structuur suggereert voor een handelingspatroon. Dit laatste is in termen van Pierce een echt

symbool: de relatie tussen het teken en de betekenis berust op een geconstrueerde verbinding tussen dit teken en zijn inhoud.

Behalve dat een model een gestructureerd teken is, moet het ook nog voldoen aan een tweede eis:

(2) het model is verbonden met de aanname van een *dubbele referentie*: het verwijst naar de operaties en handelingen die direct door het teken worden geïmpliceerd (zie onder 1), maar ook naar een tweede werkelijkheid waarvan aangenomen wordt dat de handelingen die door het teken worden geïmpliceerd óók op die tweede werkelijkheid van toepassing zijn en daar ook dezelfde resultaten zullen opleveren. De formule:

$$x^2 + y^2 = r^2$$

impliceert uit zichzelf een aantal mathematische handelingen die daarbij toelaatbaar zijn, bijvoorbeeld het invullen van waarden voor  $x$ ,  $y$ , en  $r$ , of het herschrijven als:

$$x^2 + y^2 - r^2 = 0.$$

De formule functioneert dan nog slechts als een teken voor bepaalde systematische handelingen, zoals bedoeld onder (1). Het wordt pas een model als we ook aannemen dat de door het teken geïmpliceerde handelingen ook toepasbaar zijn op een ander object en vooral dat de uitkomsten van die handelingen daarbij ook dezelfde resultaten opleveren. Bovengenoemde formule wordt dus pas een model als we aannemen dat het een beschrijving is van de baan van een punt op een cirkel, of van een planeet rond de zon. Het feit dat het in de praktijk niet blijkt te kloppen (bijv als we aannemen dat deze formule de baan van een planeet rond de zon beschrijft), betekent dat de uitkomsten van de handelingen aan de formule niet dezelfde blijken te zijn als die we krijgen bij toepassing op de werkelijkheid, maar dat doet niets af van deze status van de formule als model.

Nemen we beide kenmerken van tekens bij elkaar, dan zien we bijvoorbeeld dat een pizza een teken kan zijn voor lekker eten, een bepaald soort restaurants, Italië of wat dies meer zij. Maar diezelfde pizza kan ook een model worden als we aannemen dat de handelingen van doorsnijden en verdelen in honderd, tellen van pizzapunten, vergelijken van aantallen punten per honderd etc ook geldig zijn voor mathematische operaties (met procenten) en dat als je een pizza precies in tweeën verdeelt, dat je dan 50 pizzapunten aan de ene en vijftig aan de andere kant krijgt, en dat je dus mag zeggen dat de helft 50% is etc....We zien hier dat niet per se de wiskunde altijd model voor de werkelijkheid hoeft te worden genomen. Soms kan de werkelijkheid ook model zijn voor ontdekking en verkenning van wiskundige structuren. Belangrijk is vooral dat de algemene (bovengenoemde) kenmerken van tekens-/modellen gerealiseerd zijn.

Het is nu nodig ook stil te staan bij de vraag hoe modellen geconstrueerd worden. Bij de constructie van een model vindt steeds reflectie plaats op de samenhang (de passendheid) van teken en betekenis, zowel op het eerste geïmpliceerde niveau als op het tweede niveau. Elk oordeel dat teken en

betekenis nog niet optimaal op elkaar aansluiten (bijvoorbeeld ongewenste betekenissen oproepen of resultaten opleveren die in de praktijk niet gelden of onacceptabel zijn) zal ertoe leiden dat óf teken óf betekenis óf beide moeten worden bijgesteld.

Zowel met betrekking tot de noodzaak van functionaliteit als met betrekking tot de semiotische activiteit is nader onderzoek te beschrijven. De functionaliteit wordt met name nagestreefd in onderzoek en praktijkontwerpen die uitgaan van probleemgerichte en ontwerpende aanpakken: de leerling wordt in een probleemsituatie gebracht en wordt geacht al dan niet in samenwerking met andere leerlingen via discussie (waarin alternatieve betekenissen worden gepoold en uitgewisseld) en experiment (waarin toetsing plaats vindt van de voorlopige 'consensus') tot een nieuwe oplossing of model te komen (zie met name Davydov, 1996; zie ook publicaties over ontwerpend en probleemgericht leren).

Teken-betekenisreflectie en ketenvorming zijn in diverse onderzoeken en praktijkontwerpen terug te vinden. Het eerdergenoemde onderzoek van Cobb e.a. geeft mooie voorbeelden van ketenvorming (zie ook Nelissen, 1998), maar ook veel van het door Davydov beschreven onderzoek is te interpreteren als een proces waarin begrippen (i.e. teken-betekenisgehele) worden geïncorporeerd in meer geavanceerde begrippen en modellen. Over Davydovs programma bestaan inmiddels diverse publicaties (zie o.a. Davydov, 1986; Haenen & van Oers, 1986), ik zal daar nu niet dieper op ingaan. Wel is het van belang voor ogen te houden dat in Davydovs benadering de volwassene een sterk sturende rol speelt om te bevorderen dat de leerlingen op de modellen uitkomen die in het onderwijs wenselijk geacht worden. De volwassene stuurt in zijn didactische begeleiding de reflectie op de structuur van het teken én op de correspondentie van deze structuur met de gemodelleerde werkelijkheid. De functie van modellen aldus Davydov is enerzijds het structureren van het handelen overeenkomstig culturele inzichten, maar anderzijds dienen modellen vooral ook als heuristische werktuigen om nieuwe eigenschappen van bekende objecten op het spoor te komen (Davydov & Vardanjan, 1981; Hedegaard, 1999).

Hoewel het voor vele concrete gevallen in onderwijssituaties wellicht nog steeds een vraag is hoe modellen door leerlingen in onderling overleg en in samenwerking met de leerkracht moeten/kunnen worden geconstrueerd, de grote hoeveelheid onderzoek die inmiddels beschikbaar is heeft in elk geval duidelijk gemaakt dat leerlingen van het niveau van de bovenbouw van de basisschool in staat zijn om –in some honest form- deel te nemen aan modelvormende activiteit. En ook dat modelvorming bijdraagt aan het inzicht van de leerlingen in de betrokken begrippen. Tot nu toe is de optimalisering van de modelvormende activiteit vooral gezocht in de verdere verfijning van deze activiteiten, de problemen en methoden van handelen. Weinig aandacht is echter nog besteed aan de optimalisering van de beginvoorwaarden waarmee leerlingen aankomen in de bovenbouw van de basisschool, c.q. het secundair onderwijs en hoe zij daar aan de gewenste disciplinegebonden leeractiviteiten beginnen. Het leidt geen twijfel dat leerlingen al vanaf zeer jonge leeftijd te maken hebben met representatie (met de aanvang van het taalgebruik begint dit eigenlijk al) en wellicht ook met de reflectie op teken-betekenisrelaties. Verandering van het verbale teken 'pop' in 'poppen' betekent voor jonge kinderen al een betekenisverandering. Het opsporen, en



vervolgens stimuleren en ontwikkelen van semiotische activiteit bij jonge kinderen zou dan wellicht op termijn een bijdrage kunnen leveren aan de ontwikkeling van het modelmatig denken van leerlingen. Dit veronderstelt echter wel dat we het modelleren gaan zien als een *activiteit in statu nascendi*, als een activiteit die in wording is, een langdurige ontwikkeling doormaakt, beginnend bij een perifere deelname (vgl. Lave & Wenger, 1991) aan semiotische activiteit van anderen (peers, volwassenen) uitlopend op een semiotische activiteit waarin de leerling zelf een steeds centraler rol krijgt en waarin de externe eisen vanuit de betreffende discipline ook steeds substantiëler worden. Juist deze externe eisen manifesteren zich met name in de structuur van de tekens en in de dubbele referenties. De vraag is nu of en waar we dit bij kinderen waarnemen. Dat is het eerste wat we moeten weten om er adequaat op te kunnen anticiperen en mee om te gaan.

#### 4. Semiotische activiteit bij jonge kinderen

Het onderzoek naar de ontwikkeling van het voorstellingsvermogen bij jonge kinderen dat de afgelopen decennia heeft plaats gevonden, heeft vaak relaties gelegd met het modelleren als activiteit. Sapogova (1993) heeft onder andere laten zien dat het vormen van modelmatige voorstellingen, waarbij kenmerken van objecten expliciet onder de aandacht gebracht worden en in relatie met elkaar worden voorgesteld een activiteit is die jonge kinderen (3 – 6 jaar) aankunnen, zeker als ze daarbij enige hulp krijgen. Activiteiten van schematiseren en reflectie op schema's stimuleren volgens haar de ontwikkeling van het voorstellingsvermogen van kinderen. Niettemin bleven in haar onderzoek bij sommige kinderen problemen bestaan: het grootste probleem was het onvermogen om voorstelling en werkelijk object uit elkaar te houden. Van de 3-4 jarigen had nog 80% van de kinderen moeite met het onderscheid tussen het afgebeelde object en de afbeelding; met het ouder worden wordt dat wel beter, maar bij de 6-7 jarige kwam het nog steeds voor, dat eigenschappen van de afbeelding (bijv. de afmetingen) zonder meer van toepassing geacht werden op de objecten (Sapogova, 1993, 31). Soortgelijke gegevens had eerder Salmina (1988) ook al gevonden. Zij toonde ook aan dat in het denken van jonge kinderen het werken met plaatsvervangende objecten (symbolische representaties) een complexe prestatie is, die evenwel geleerd kan worden in het kader van speciaal daarvoor ontworpen activiteiten. Haar onderzoek maakte echter gebruik van grafische voorstellingen van willekeurige objecten, los van de actuele activiteiten van de kinderen zelf en in de beoordeling van de prestaties van de kinderen richtte zij zich uitsluitend op cognitieve operaties zoals het kunnen analyseren van grafische voorstellingen, het mentaal kunnen uitvoeren van operaties mbv die voorstellingen, het kunnen reflecteren op teken-betekenisrelaties. Hoe belangrijk ook, de trainbaarheid van deze operaties laat zien dat het gaat om mentale handelingen die voor de kinderen leerbaar zijn, maar zegt nog niets over het functioneren van het modelleren in activiteiten die voor de kinderen zelf betekenisvol zijn (bijv. over de mogelijkheden om in het kader van hun spelactiviteit modellen te ontwikkelen en toe te passen). Juist de eigen beschikbare voorkennis en handelingsmogelijkheden dienen de uitgangspunten te zijn van ontwikkelingsstimulerend onderwijs (Vygotskij, 1997). Salmina's onderzoek laat daarover weinig zien.

Via een serie van case-studies in onderbouwklassen van basisscholen heb ik systematische observaties verzameld over de spelactiviteit van jonge kinderen en de daarin verschijnende mogelijkheden van semiotische activiteit, c.q. modelgebruik. Diverse van de hierboven in de vorige paragraaf beschreven kenmerken van het modelleren hebben al voorlopers in het handelen van jonge kinderen. In deze paragraaf wil ik tot slot enkele van die kenmerken exemplarisch behandelen. Uit de veelheid van protocol en videomateriaal, voortkomend uit onderzoek naar leren en spelactiviteiten van kinderen in de groepen 1, 2, en 3 van de basisschool, heb ik een selectie moeten maken. Het zal duidelijk zijn dat op dit niveau de inhoud van de schematisering nog niet exclusief bij een bepaalde discipline (schoolvak) aansluit. De voorbeelden komen dan ook van verschillende terreinen die voor jonge kinderen relevant zijn (verhalen, bouwen e.d.). De veronderstelling is, dat kinderen door deze ervaringen met diverse vormen van schematisering enkele van de voorwaarden ontwikkelen die later bij het leren op de verschillende vak- en leergebieden ook weer vruchten kunnen afwerpen.

### **Functionaliteit**

In alle case-studies bleek dat *functionaliteit* voor de kinderen een basale voorwaarde is om symbolische representaties (schema's, modellen) te gaan ontwerpen. In de meeste gevallen betekende dit dat de schema's voor de kinderen een functie moesten hebben in hun activiteit, bijvoorbeeld om iets te communiceren naar elkaar. In een van de onderzoeken (zie van Oers, 1994) werd de kinderen (5 jarigen) gevraagd om een schematische representatie te maken van de spoorbaan die ze gelegd hadden, om deze de andere dag weer te kunnen opbouwen als ze ermee verder wilden spelen. In dit geval vertrouwden de kinderen op hun geheugen en vonden ze het niet nodig om de baan na te bouwen. Toen later het idee ontstond om kinderen op een andere school te laten zien welke mooie spoorbanen te maken zijn met het materiaal (een gewone, in de handel verkrijgbare bouwdoos voor het leggen van spoorbanen, stations etc), toen gingen de kinderen wel zeer minutieus natekenen. Via zorgvuldige reflectie op hun tekening ten opzichte van de werkelijke spoorbaan maakten zij schematische voorstellingen van hun spoorbaan. Sommige dingen werden weggelaten (kleur van de treinen of van de stations, zelfs de maten of verhoudingen van de spoorbaan werden in deze studie nergens door de kinderen opgenomen), andere aspecten (bochten, stations, bruggen) werden wel zorgvuldig opgenomen. Over weer andere aspecten werd gediscussieerd (bijv, "moeten al die stokjes (= biezen, bvo) wel per se getekend worden?"). De reden dat de leerlingen in eerste instantie de spoorbaan niet voor zichzelf wilden tekenen, had waarschijnlijk te maken met de relatieve eenvoud van de spoorbaan: met het gegeven materiaal was niet zo heel veel variatie mogelijk. In een ander situatie (zie van Oers e.a., 1996) werd hetzelfde gevraagd met betrekking tot een veel complexere racebaan die de leerlingen van allerlei blokken hadden gemaakt. In die situatie waren de leerlingen wel bereid om hun baan schematisch na te tekenen om hem later weer te kunnen opbouwen. In dit geval was een schematische weergave (een model van) de spoorbaan een belangrijk hulpmiddel voor de leerlingen. En ook in de pogingen om de bouwobjecten te reconstrueren op basis van de gemaakte schema's zien we opnieuw het belang van de functionaliteit van de schema's voor de kinderen. De schema's genereren inder-

daad handelingsmogelijkheden die een herbouw van het object mogelijk maken (schema als teken), maar de schema's werken ook als werktuig als ze inderdaad als bouwtekening gebruikt worden.

Uit deze en diverse andere voorbeelden komt naar voren dat schematische weergaven (modellen maken van) voor kinderen een zinvolle activiteit is zolang het maken van die voorstellingen ook functioneel is. In de meeste gevallen betekent dit dat de tekeningen (schema's diagrammen) een communicatieve functie hebben. In andere gevallen hebben we kunnen observeren dat tekeningen gebruikt werden als een vereenvoudigde representatie van een verhaal. En zodra blijkt dat de betekenis van het verhaal 'niet over komt', wordt de tekening bijgesteld of zelfs aangevuld met verbaal onderschrift. We zien hier een voorbeeld van een aanpassing van het teken (tekening, representatie) om hem beter te laten passen bij de betekenis (het verhaal) die de verteller in zijn hoofd heeft. In het streven naar een geslaagde communicatie is de reflectie op de teken-betekenisrelatie ook zeer functioneel (zie van Oers, 1997), maar juist ook in ditzelfde streven naar een geslaagde communicatie blijken schema's de reflectie op teken-betekenis-relaties op te roepen en te ondersteunen.

### **Structureren**

In vele situaties van functioneel schematiseren, blijkt ook duidelijk dat jonge kinderen al een duidelijk gevoel hebben voor het belang van de structuur (vorm) van hun schematisering. Een soortgelijke ervaring hebben ze dan natuurlijk al lang uit hun taalgebruik waarin ze weten dat de vormverandering ("auto" verandert in "auto's") een betekenisverandering met zich meebrengt.

In een rollenspel in een schoenenwinkel worden kinderen op zeker moment geconfronteerd met het probleem hoe ze kunnen weten welke schoen in welke doos zit. Samen met de juf opperen ze verschillende oplossingen die alle wel iets te maken hebben met stickers plakken op de buitenkant van de doos. Maar wat moet er op de stickers staan? Een tekening van een schoen? Daarvan vinden de kinderen dat dat niet duidelijk genoeg is. Je kunt niet zo precies tekenen dat zichtbaar is dat het een baby-schoen of een papa-schoen is [NB baby-schoen, mamaschoen, papaschoen zijn op dat moment blijkbaar de categorieën die belangrijk zijn voor de kinderen]. Na wat gepuzzel komt een leerling met een sticker aan waarop staat: *MMAAR*. Het kind vraagt de juf te lezen wat er staat. Die leest: *mmaarr*. Het kind legt dan uit: "mmmmaar" voor *mmmaschoenen*, waarop de juf uitroept: "ja wat goed, een *M* op de stickers voor *mamaschoenen*. Kunnen we dat op de andere dozen ook niet doen?" Het idee is geboren om de labels voor de dozen te voorzien van lettersymbolen: *P* voor *papaschoenen*, *M* voor *mamaschoenen* en *K* voor *kinderschoenen* op de stickers te zetten. Ze werken er met zijn allen hard aan.

Dit voorbeeld laat zien dat deze leerlingen eisen stellen aan de vorm van het symbool waarmee ze iets specifiek uitdrukken. Ze denken er over na. Het zijn nog geen modellen die ze hier ontwikkeld hebben, maar er is wel sprake van semiotische activiteit: het construeren van gestructureerde symbolen om

betekenis aan te duiden en het reflecteren op de relatie teken-betekenis (zie verder van Oers, 1996).

Dit is een voorbeeld van een persoonlijk symbool, nl een symbool dat alleen in die situatie bij deze kinderen betekenis heeft. Een ander voorbeeld zagen we bij Jeroen (5 jaar):

Hij heeft een tekening gemaakt van het kasteel dat hij zojuist met zijn vriendje gebouwd heeft. Met heel veel tellen en heen en weer kijken van de tekening naar zijn kasteel en weer terug maakt hij een zo nauwkeurig mogelijke representatie van zijn kasteel. De structuur van zijn tekening moet overeenkomen met de werkelijkheid (zie fig. 1a).

Als de juf later de tekening samen met hem bekijkt, merkt de juf op de het kasteel in de poort vijf blokken heeft zitten terwijl Jeroen er vier getekend heeft. Of hij dat erg vindt? Hij kijkt even goed en verandert zijn tekening vervolgens zodanig dat de aantallen kloppen (zie 1b): de *structuur* van de representatie wordt aangepast, om hem zo goed mogelijk te laten passen bij het te representeren object en wat de tekenaar daaraan belangrijk vindt voor representatie (zie verder van Oers & Wardekker, 1999).

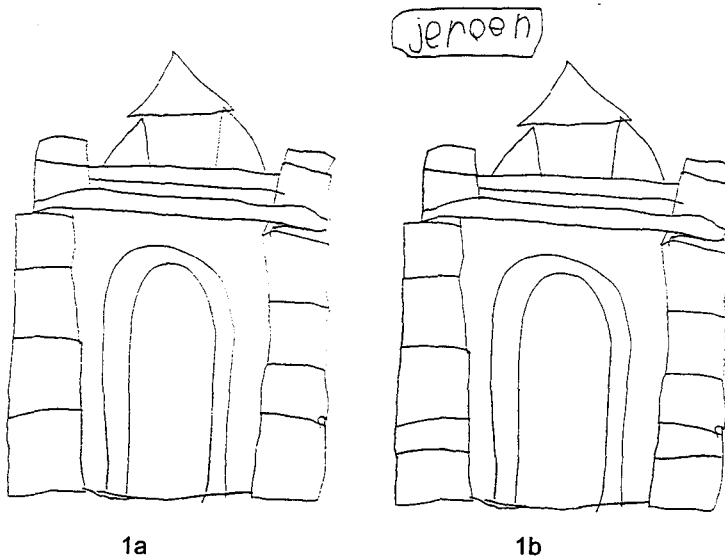


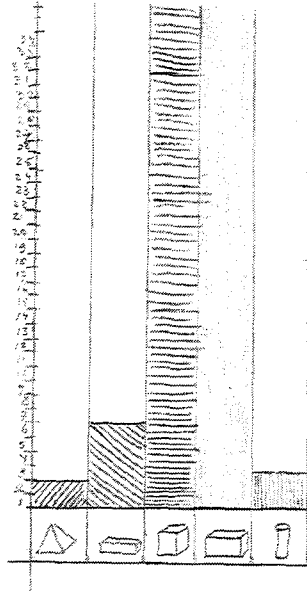
Fig 1:

Tot nu toe heb ik nog vooral voorbeelden geven van wat we 'persoonlijke modellen van' zouden kunnen noemen. In andere situaties doen zich ook gevallen voor dat leerlingen gebruik maken van modellen die ze al eerder gebruikt hebben, of die ze als hulpmiddel van de juf hebben gekregen. Het volgende gaat al meer in de richting van een canoniek model voor verschillende verzamelingen hoeveelheden:

Twee meisjes (6 jaar) hebben samen ook een kasteel gebouwd. Ze hebben de opdracht om voor later gebruik te bepalen hoeveel stenen ze van elke

soort nodig hebben. Ze kunnen de stenen tellen en het aantal daarvan opschrijven. De juf stelt voor om de hoeveelheden als kolommen op papier weer te geven: een kolom voor de kubussen, een voor de balken, etc. Aan de zijkant tekenen ze dan een getallenlijn. Ze brengen hun kasteel terug tot een abstracte kwantificering. Met het histogram-model van dit kwantitatieve aspect van hun kasteel kunnen ze de registratie van de hoeveelheden gemakkelijk bijhouden (zie tekening 2).

Fig. 2:



### Dubbele referentie

In de observaties die we in spelactiviteiten op school hebben kunnen doen, zijn ook verscheidene voorbeelden te vinden waaruit blijkt dat jonge kinderen blij geven van het probleem van de dubbele referentie.

Joost (5 jaar) krijgt met zijn vriendje de opdracht om aan de hand van een bouwtekening (zie fig 3) een kasteel te bouwen voor Koning Floris:

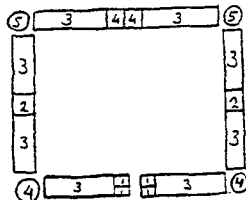


Fig. 3:

Ze lezen de tekening en stellen precies vast wat het een en ander betekent: drie blokken van zus, vier van zo etc. Deze tekening verwijst dus (als teken)

naar een bepaald arsenaal van handelingsmogelijkheden. Maar ze beseffen ook dat er achter deze bouwtekening nog een andere werkelijkheid schuil gaat, die er anders uitziet dan de plattegrondtekening. Ze kiezen de bouwhoek uit om te gaan bouwen aan hun kasteel. Zonder problemen bouwen ze het kasteel op. Ze moeten wel steeds controleren of de aantallen kloppen. De bouwtekening werkt hier dus als een model voor. Als het kasteel klaar is, wil Joost ook weer een tekening maken van het bouwwerk. Hij gaat er op zijn buik voor liggen en maakt de volgende tekening van wat voor hem dan het vooraanzicht is (zie fig 4):

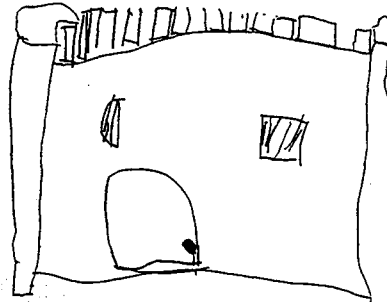
Fig. 4:



De cijfersymbolen erin schrijven vindt hij nog wat moeilijk, maar daar vindt hij wel iets op. In plaats van een digitale symboliek gebruikt hij een analoge (met rondjes). En het moet kloppen met de werkelijkheid, want hij verandert de oorspronkelijke vier rondjes (zie in fig 4) weer in drie door er één door te krassen.

Een ander kind komt zijn werk bekijken en merkt op dat het maar niks is: het lijkt niet op de plattegrond van de juf; er zit niet eens een achterkant aan! Joost laat zich niet uit het veld slaan, gaat een ander vel papier halen en tekent de achterkant (zie fig 5), plakt die vervolgens tegen het blaadje van de voorkant aan. Op de vraag van de onderzoeker of hij daar dan ook op wil tekenen hoeveel stenen er zijn, zegt hij resoluut: "Nee dat hoeft niet, die staan al op de voorkant".

Fig. 5:



Met de laatste opmerking laat Joost zien dat hij een één-op-één-correspondentie tussen de voor- en de achterkant in zijn hoofd heeft. Voor hem is wat het kwantitatieve aspect betreft de voorkant een model voor de achterkant. De voorkant verwijst op dat punt naar zichzelf, maar ook naar de achterkant en heeft als zodanig een dubbele referentie.

De ruimte ontbreekt hier om nog andere voorbeelden van dubbele referentie uitvoerig te bespreken. Een mooi voorbeeld dat hier niet mag ontbreken zagen we bij de 6 en 7 jarige kinderen die na hun spel in de schoenenwinkel dit spel voortzetten op een abstract niveau en met behulp van rekenblaadjes een spel gingen spelen van inkoop en verkoop van schoenen. De rekenblaadjes betekenden natuurlijk op de eerste plaats rekenoperaties (optellen, aftrekken, hoeveelheden), maar voor de kinderen bleven ze toch ook verwijzen naar de werkelijkheid van de schoenenwinkel. Ze spraken dan ook over inkopen en verkopen, voorraad enz. Het rekenblaadje was niet een geïsoleerd taakje maar was een model geworden voor het winkelspel, waaraan ze allerlei aspecten van het winkelspel (met name de mathematische) konden exploreren. Zelfs nog beter dan ze in de werkelijkheid ooit gekund zouden hebben.

## 5. Conclusies

Mijn waarneming van het kinderspel zijn sterk gestuurd door de theoretische uitgangspunten met betrekking tot symboliseren en modelleren die ik in de eerste paragrafen beschreven heb. Het doel was vooral om de realiteit van semiotische activiteit bij jonge kinderen te demonstreren en op grond daarvan een begin te vinden van een argumentatie ten behoeve van de stelling dat symboliseren en modelleren (als vormen van semiotische activiteit) een lange ontwikkeling doormaken en in feite lange tijd (altijd?) *in statu nascendi* zijn.

De beschreven voorbeelden zijn op de eerste plaats illustratief bedoeld, maar beogen daarmee ook duidelijk te maken dat het modelleren en symboliseren inderdaad al bij jonge kinderen een aanvang neemt. Het ondersteunen van kinderen op deze activiteiten, hen helpen die activiteit te verbeteren en uit te bouwen zou wel eens een zeer belangrijke bijdrage kunnen blijken te zijn aan het symbolisch en modelmatig denken van leerlingen in de bovenbouw en later, doordat de ontwikkelingsvoorwaarden waarmee leerlingen aan de expliciete disciplinegebonden leeractiviteiten gaan deelnemen, beter ontwikkeld zijn. Als we modelleren in het latere leren dus belangrijk vinden, wil ik hier een lans breken voor meer en grondiger aandacht voor het symboliseren en schematisch representeren in de onderbouw van de basisschool.

Dat betekent overigens niet dat de ontwikkeling van het modelleren als semiotische activiteit ook al in de onderbouw kan worden afgerond. Juist in de bovenbouw van de basisschool en later gaat die ontwikkeling nog verder. Er is daar ook al het nodige onderzoek gedaan naar het leren modelleren door leerlingen (zie bijvoorbeeld *Learning and Instruction*, 1997, nr 4; Beishuizen e.a., 1997). De rol van de discipline wordt dan steeds groter en de kwaliteit van het modelleren zal dus ook steeds meer afhangen van het handelen van de leerkracht of een andere expert-deelnemer (collega's). Er is reden om aan te nemen dat ook hier de functionaliteit, het structureren van het mathematische handelen en de dubbele referentie een belangrijke plaats blijven innemen. De vraag hoe we in de bovenbouw van de basisschool optimaal voortbouwen op de verworvenheden van de onderbouw, hoe we daarmee alle leerlingen in de bovenbouw tot modelvormingsactiviteit brengen die wetenschappelijk-disciplinair gezien betekenis heeft, en hoe diezelfde modellen vervolgens ook zinvol als teken en werktuig kunnen worden ingezet voor nieuwe problemen, is een vraagstuk waarvoor verdergaand onderzoek zeker nodig is. De co-constructie van modellen (door leraar en leerlingen als

in een community of learners), waarin persoonlijke en canonieke modellen zinvol geïntegreerd zijn, vormt onmiskenbaar een onderdeel van deze agenda (zie van Dijk, e.a., 1999)..

### Literatuur

- Bauer, H.H. (1992). *Scientific literacy and the myth of the scientific method*. Urbana/Chicago: University of Illinois Press.
- Beishuizen, M., Gravemeijer, K.P.E. & van Lieshout, E.C.D.M. (eds.) (1997). *The role of contexts and models in the development of mathematical strategies and procedures*. Utrecht: CD-β press.
- Bruner, J.S. (1971). The perfectability of intellect. In J.S. Bruner, *The relevance of education*, p 3-20. London: Allen & Unwin.
- Bertels, K. & Nauta, D. (1974). *Inleiding tot het modelbegrip*. Amsterdam: Wetenschappelijke Uitgeverij.
- Cobb, P., Gravemeijer, K., Yackel, E., McKlain, K., & Whitenack J. (1997). Mathematizing and symbolizing: the emergence of chains of signification in one first-grade classroom. In: D. Kirshner & J.A. Whitson (eds.), *Situated cognition. Social, semiotic, and psychological perspectives*, pp 151-235. Mahwah: Erlbaum.
- Davydov, V.V. & Vardanjan, A.U. (1981). *Učebnaja dejatel'nost' modelirovanie* (Leeractiviteit en modelleren). Erevan: Izd-vo Lujs.
- Davydov, V.V. (1996). *Teorija razvivajuščego obučenija* (Theorie van het ontwikkelend onderwijs). Moskou: Intor.
- Van Dijk, I. M., van Oers, B., & Terwel, J. (1999, mei). *Aanbieden of ontwerpen. Leren modelleren als strategie voor het werken met problemen in contexten in rekenwiskundeonderwijs*. Paper Onderwijs Research Dagen. Nijmegen: Katholieke Universiteit.
- Dijksterhuis, E. J. (1950). *De mechanisering van het wereldbeeld*. Amsterdam: Meulenhoff.
- Ekeblad, E. (1996). *Children, Learning, Numbers. A phenomenographic excursion into first-grade children's arithmetic*. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Gravemeijer, K. (1994). *Developing realistic mathematics education*. Utrecht: CD-β Press.
- Hedegaard, M. (1999). Activity theory and history teaching. In Y. Engeström, R. Miettinen, & R-L. Punamäki (eds.), *Perspectives on activity theory*, pp.282-298. Cambridge: Cambridge University Press.
- Hobbes, Th. (1995). *Leviathan*. New York, N.Y. : Collier Books.
- John-Steiner, V., Panofsky, C.P. & Smith . L.W. (Eds.). (1994). *Sociocultural approaches to language and literacy: an interactionist perspective*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Karmiloff-Smith, A. (1995). *Beyond modularity. A developmental perspective on cognitive science*. Cambridge: MIT-press.
- Lave, J., & Wenger, E. (1991). *Situated learning : legitimate peripheral participation*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Learning and Instruction, (1997), Volume 7, nr. 4.
- Oers, B. van (1988). Modellen en de ontwikkeling van het (natuur)wetenschappelijk denken van leerlingen. *Tijdschrift voor Didactiek der β-wetenschappen*, 6, nr 2, 115-143.



- Oers, B. van (1994). Semiotic activity of young children in play: the construction and use of schematic representations. *European Early Childhood Education Research Journal*, Vol. 2, no 1, 19-34.
- Oers, B. van (1996). Are you sure? The promotion of mathematical thinking in the play activities of young children. *European Early Childhood Education Research Journal*, 1996, vol. 4, nr. 1, 71-89.
- Oers, B. van (1996). Learning mathematics as a meaningful activity. In L. Steffe, P. Nesher, P. Cobb, G. Goldin, & B. Greer (eds.), *Theories of mathematical learning* p.91-115 Mahwah: Erlbaum.
- Oers, B. van (1997). The narrative nature of young children's iconic representations: some evidence and implications. *International Journal of Early Years Education*, vol. 5, nr 3, 237-246.
- Oers, B. van (1999). The appropriation of mathematical symbols. A psychosemiotic approach to mathematics learning. In P. Cobb, E. Yackel, & K. McClain (eds.), *Symbolizing and communicating in mathematics classrooms. Perspectives on discourse, tools, and instructional design*. Mahwah: Erlbaum (1999).
- Oers, B van., Janssen-Vos, F., Pompert, B. & Schiferli T. (1996). La pédagogie: une activité conjointe. In: S. Rayna, F. Laevers, & M. Delau (eds.), *L'éducation préscolaire: quels objectifs pédagogiques?* p 235-255. Paris: Nathan.
- Oers, B. van & Wardekker, W. (1999). On becoming an authentic learner. Semiotic activity in the early grades. *Journal of Curriculum Studies*.
- Parreren, C.F. van (1974). Leren denken: een analyse van het leerresultaat. *Tijdschrift voor opvoedkunde*, 20, nr. 2, 100- 114.
- Salmina, N.G. (1988). Znak i simbol v obu-enii. (*Teken en symbool in het onderwijs*). Izd-vo Moskovskogo Universiteta.
- Sapogova, E.E. (1993). Operacii modelirovanija kak uslovie razvitija voobraenija u doškol'nikov (Modelleren als voorwaarde voor de ontwikkeling van de voorstelling van jonge kindere)]. *Voprosy Psichologii*, nr 3, 24-31.
- Vygotsky, L.S. (1978). *Mind in society*. Cambridge: Harvard University Pres.
- Vygotsky, L.S. (1997). *Educational psychology*. Boca Raton: St Lucie Press.