

Moeilijkheden van leerlingen met het gebruik van betrekkingen bij het oplossen van scheikunde-opgaven

H. Kramers-Pals,
Faculteit Chemische Technologie, Universiteit Twente
A. Pilot,
Sectie Chemiedidactiek, Universiteit Utrecht

Summary

This article discusses the difficulties secondary school students experience when solving chemical problems, and the probable causes for these difficulties. A simplified model of the problem-solving process is used to analyze the causes of these difficulties. This model is based on the characterization of the problem-solving process as an analysis of the problem situation, followed by transformations of the problem, using quantitative and/or qualitative relations (principles). Using this model for the analysis of student errors in final examination papers in chemistry, it is found that errors concerning principles form an important part of the total number of mistakes. The most frequently occurring errors are on the one hand, errors in choosing valid principles, and on the other hand, errors in the analysis of the problem situation, whereby students fail to recognize characteristics which can connect the data with principles for transformation of the data. Two possible causes of these errors are discussed. Student errors can be partly connected with shortcomings in the examination program and in textbooks concerning principles. Apart from giving more attention to principles in teaching and learning processes, it is recommended to give more attention to the wording of principles in the final examination program and in textbooks, based in content-oriented educational research and development.

1. De probleemstelling: Welke moeilijkheden hebben leerlingen met betrekkingen bij eindexamenopgaven Scheikunde vwo? En wat is daaraan te doen?

Scheikundige begrippen en de kwalitatieve en kwantitatieve betrekkingen daartussen vormen een belangrijk onderdeel van de eindtermen van het schoolvak Scheikunde. Het leren toepassen daarvan in opgaven en opdrachten is nu en naar verwachting in de toekomst een belangrijke activiteit voor leerlingen.

De aanleiding tot deze studie betreft de hypothese dat kennis van betrekkingen en vooral kennis over het gebruik daarvan bij het aanpakken en oplossen van opgaven een belangrijke moeilijkheid vormt voor de leerlingen bij het scheikunde-onderwijs in het voortgezet onderwijs. De probleemstelling is uitgewerkt in de volgende deelvragen: Welke rol spelen betrekkingen in de oplossingsprocessen? Hoe kan het gebruik van betrekkingen in het oplossingsproces denkpsychologisch worden gekarakteriseerd? Wat voor typen fouten maken leerlingen wat betreft betrekkingen? Wat betreft mogelijke oorzaken van de moeilijkheden met betrekkingen daarbij: Staan de essentiële betrekkingen en hun geldigheid duidelijk in de scheikundeleerboeken? Zijn de

eindtermen met betrekking tot kennis van betrekkingen duidelijk? Welke aanbevelingen volgen hieruit voor het onderwijs en voor verder onderzoek?

2. De rol van betrekkingen in het oplossingsproces

Om een beter zicht te krijgen op de moeilijkheden die leerlingen hebben bij het oplosproces gaan we eerst na welke typen problemen voorkomen in het eindexamen en welke rol betrekkingen spelen bij het oplossingsproces daarvan. We beschouwen eindexamenopgaven in dit artikel dus vanuit het begrippenkader van 'probleem oplossen'. Hierbij verstaan we onder een probleem een opgave of taak waarvoor de oplosser (in dit geval de leerling) niet meteen een antwoord beschikbaar heeft.

Mettes en Pilot (1980) onderscheiden specificatieproblemen, constructie- of ontwerpproblemen en problemen van verklaring of bewijs. Deze indeling in probleemttypen blijkt goed bruikbaar te zijn voor de gebruikelijke examenopgaven voor Scheikunde vwo, zij het dat de complexiteit van de oplossingsweg sterk kan verschillen tussen de opgaven. Van de eindexamenopgaven Scheikunde vwo blijken, afhankelijk van het examenjaar, 55-75% specificatieproblemen te zijn. De overige zijn verklaringsproblemen of een combinatie hiervan met specificatieproblemen. Constructie- of ontwerpproblemen komen zelden voor (Kramers-Pals, 1994). We bespreken de rol van betrekkingen eerst bij specificatieproblemen en vervolgens bij verklaringsproblemen.

Bij *specificatieproblemen* wordt een omschrijving van een probleemsituatie gegeven. Er wordt gevraagd om een of meer grootheden uit te rekenen en/of betrekkingen uit te werken die verbanden geven tussen een aantal variabelen. Bij scheikunde-opgaven kunnen die betrekkingen ook reactievergelijkingen of structuurformules zijn. De probleemsituatie wordt als gevolg hiervan meer volledig gemaakt of scherper gesteld. Vandaar dat dergelijke problemen gekarakteriseerd kunnen worden als problemen van situatiespecificatie, of kortweg specificatieproblemen.

De kern van het oplossingsproces hierbij is het transformeren (omwerken) van het probleem (of preciezer: van gevraagde of gegeven grootheden en verbanden) met behulp van verbanden tussen twee of meer variabelen (Van Weeren et al. 1982). Deze verbanden noemen we in navolging van Mettes en Pilot (1980) verder *betekkingen*. Voorbeelden van kwantitatieve en kwalitatieve betrekkingen zijn: evenwichtsvoorwaarden; de ideale gaswet ($pV=nRT$); reactievergelijkingen; het verband tussen molecuulgrootte en smeltpunt bij apolaire stoffen. Ook definities zijn betrekkingen, bijvoorbeeld de definitie van concentratie ($c=n/V$). Het begrip betrekking wordt dus in zeer algemene zin gebruikt, zonder een uitspraak te doen over de aard van de relatie en de variabelen.

Onder een *transformatie* wordt in het algemeen een bewerking verstaan waardoor het probleem (P) door een verzameling deelproblemen ($Q_1 \dots Q_n$) wordt vervangen. Deze vervanging gebeurt zodanig dat door de oplossing van de deelproblemen $Q_1 \dots Q_n$ ook het oorspronkelijke probleem P is opgelost. Dit transformeren (dat we ook wel omwerken zullen noemen) heeft de bedoeling om het probleem zodanig te vertalen dat het voor de probleemoplosser een probleem van een bekend type wordt, waarbij alleen routinebewerkingen

nodig zijn voor de verdere afwerking, bijvoorbeeld het uitrekenen. Dit wordt geïllustreerd in voorbeeld 1.

Voorbeeld 1:

Transformeren naar een probleem dat met alleen routinebewerkingen kan worden opgelost

Een voorbeeld van een specificatie-probleem is de volgende vraag.

Hoe groot is het volume van 1 mol ideaal gas bij 0 °C en standaarddruk ($p=p_0$)?

Voor deze situatie is de ideale gaswet zowel bruikbaar (want de gevraagde grootte, een volume, komt erin voor) als geldig (gegeven is dat het gaat om een ideaal gas).

Een eerste transformatiestap is de specificatie van de ideale gaswet. Als we het systeem (1 mol ideaal gas bij gegeven temperatuur en druk) A noemen, dan is de voor dit systeem gespecificeerde gaswet:

$$p_A V_A = n_A R T_A$$

Het gevraagde volume is V_A . Door herschikking van de betrekking kan het gevraagde volume in verband worden gebracht met de gegevens:

$$V_A = n_A R T_A / p_A$$

De grootheden p_A , n_A en T_A kunnen door transformeren (omwerken) van de gegevens worden gevonden. Hierbij is $p_A = p_0$.

In het geval van n_A is de transformatie tamelijk simpel: invullen van getalswaarde en eenheid (1 mol), dus directe substitutie van een gegeven.

Bij T_A moet eerst de in graden Celsius gegeven temperatuur getransformeerd worden naar een getalswaarde met de eenheid Kelvin: dus 273 K in plaats van 0 °C.

Dan moeten nog de getalswaarden en bijbehorende eenheden van p_0 en R opgezocht worden in een tabellenboek. Binas (Verkerk e.a., 1998) geeft voor p_0 : $1,01325 \cdot 10^5$ Pa en voor R : $8,3145$ J mol⁻¹K⁻¹. De getransformeerde (omgewerkte) betrekking is dan:

$$V_A = (1 \text{ mol}) (8,3145 \text{ Jmol}^{-1}\text{K}^{-1}) (273 \text{ K}) / (1,01325 \cdot 10^5 \text{ Pa})$$

Voor meer ervaren probleemoplossers is dit een probleem dat door routinebewerkingen (rekenen) kan worden opgelost. Minder ervaren probleemoplossers zullen nog aandacht moeten schenken aan de omwerking van J naar Nm en van Pa naar Nm⁻².

Voorbeeld 1 betreft een eenvoudig probleem dat opgelost kan worden met slechts één betrekking (als we de omwerking van graden Celsius naar graden Kelvin buiten beschouwing laten). Meestal zijn specificatieproblemen meer complex dan in het gegeven voorbeeld en moeten een aantal transformaties aan elkaar worden geschakeld.

In termen van de logica kunnen we de gegevens van de specifieke probleemsituatie *antecedenten* noemen, afgekort met het symbool a. De antece-

denten $a_1, a_2 \dots$ kunnen grootheden betreffen (zoals hier druk, hoeveelheid stof, en temperatuur) maar ook geldigheidsvoorwaarden voor de betrekking (zoals hier: het gegeven dat het gas ideaal is) die bepalen of de specificatie van een bepaalde algemene betrekking in deze probleemsituatie toelaatbaar is.

Het gevraagde kan in een logische notatie c genoemd worden; c is de afkorting van consequens of *conclusie*.

Met behulp van een betrekking B kunnen, na specificatie hiervan voor de probleemsituatie, dus een of meer antecedenten (a_1, a_2, \dots) in c worden getransformeerd.

Ook *verklaringsproblemen* kunnen goed beschreven worden met bovenstaand begrippenkader (Kramers-Pals, 1994). Een verklaringsvraag is een probleem waarbij gevraagd wordt een verklaring op te stellen (en niet om deze te reproduceren!). In eindexamenopgaven wordt meestal de formulering "leg uit waarom ... " of "verklaar ... " gebruikt. Een verschil in vraagstelling met specificatieproblemen is dat nu het verband tussen de antecedenten a_1, a_2, \dots en het consequens c gegeven is. De *probleemoplosser* moet laten zien hoe het transformatieproces van de antecedenten naar c verloopt. Die omwerking is nu het gevraagde en niet meer c .

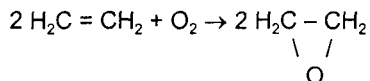
Bij eindexamenopgaven Scheikunde vwo moeten leerlingen ook bij verklaringsvragen meestal een aantal transformaties aaneenschakelen. Daarbij moeten zij gebruik maken van (uit de leerstof te selecteren) betrekkingen die bruikbaar en geldig zijn in de gegeven situatie. Een moeilijkheid bij verklaringsvragen is hoe uitgebreid de verklaring moet zijn (De Vos, 1986). Welke transformatie- en specificatiestappen moeten wel en welke niet uitgelegd of verantwoord worden? Een andere moeilijkheid (bij scheikunde-opgaven) is dat niet altijd duidelijk is of een verklaring op macroscopisch of op moleculair niveau wordt verwacht, of een koppeling hiervan.

Voorbeeld 2 dient om te illustreren hoe in een concreet, typisch chemisch verklaringsprobleem de kennis van betrekkingen essentieel is voor het oplossingsproces. Aan de hand van één betrekking in dit voorbeeld gaan we in volgende paragrafen ook na hoe (on)volledig het examenprogramma en leerboeken zijn.

Voorbeeld 2

Een verklaringsprobleem uit een eindexamen Scheikunde vwo: vraag 8 van het scheikunde-examen 1992; dit is de eerste deelvraag van opgave 2.

Opgave 2 begint met een inleiding over een industrieel proces, namelijk de reactie van etheen in aanwezigheid van een katalysator met zuurstof tot epoxyethaan, waarvan de formule hieronder is gegeven:



Een nevenreactie hierbij is de omzetting van etheen met zuurstof tot koolstofdioxide en water. Epoxyethaan wordt bij dit proces van etheen en koolstofdioxide gescheiden door het reactiemengsel in contact te brengen met water. Het epoxyethaan lost hierin op; koolstofdioxide en het niet-omgezette etheen (volgens de opgave) vrijwel niet. Na de inleiding is de eerste deelvraag:

- 8 Leg uitgaande van de molecuulbouw van epoxyethaan en koolstofdioxide uit waarom verwacht mag worden dat epoxyethaan beter oplosbaar is in water dan koolstofdioxide.

Het antwoordmodel voor de correctie van deze vraag geeft een goede indicatie van de betrekkingen die nodig zijn om deze opgave op te lossen.

Dit antwoordmodel luidt:

1. Notie dat een molecuul epoxyethaan aan de 'O kant' een andere lading heeft dan aan de andere kant en/of notie dat de bindingselektronen tussen het O atoom en de beide C atomen niet in gelijke mate (door die atomen) worden aangetrokken (B_1): 1 punt
2. Notie dat een molecuul CO_2 lineair is (kan uit een tekening blijken) (B_2): 1 punt
3. Notie dat een molecuul epoxyethaan een dipoolmolecuul is en een molecuul CO_2 niet (dit laatste kan blijken uit een verwijzing naar BINAS tabel 54a);
of notie dat epoxyethaan polair is en koolstofdioxide apolair (B_3): 1 punt
4. Notie dat stoffen met dipoolmoleculen beter oplosbaar zijn in water dan stoffen zonder dipoolmoleculen (B_4)
of notie dat polaire stoffen beter oplosbaar zijn in water dan apolaire stoffen: 1 punt

NB. Indien een antwoord is gegeven als: "epoxyethaan heeft H-atomen en daardoor zijn H-bruggen mogelijk en bij koolstofdioxide niet": 0 punten.

Wat betreft de scoring: 1 punt betekent het maximaal toe te kennen aantal punten voor dit element in de door de corrector te scoren uitwerkingen. Er kunnen bij deze vraag maximaal 4 punten worden toegekend.

De toevoegingen van de nummers van betrekkingen (B_1 , enz.) is van ons. Er is in dit geval één betrekking nodig om de gegeven naam van een stof (koolstofdioxide) te transformeren naar de bijbehorende molecuulbouw (de notie B_2). De bouw van de moleculen van de tweede stof, epoxyethaan, is gegeven via de reactievergelijking.

Verder zijn twee betrekkingen nodig om de gegevens over de molecuulbouw te transformeren naar de constatering of het betreffende molecuul al of niet een dipoolmolecuul is, ofwel of de moleculaire stof polair of apolair is (B_1 en B_3). Deze betrekkingen B_1 en B_3 zijn specificaties van een meer algemene betrekking waarin (a)polariteit gekoppeld wordt aan (a)symmetrie in een molecuul.

Tenslotte is een betrekking nodig om de (al of niet aanwezige) polariteit te transformeren naar de (al of niet mogelijke) oplosbaarheid in water of, meer in het algemeen, in oplosmiddelen van een bepaald type (B_4).

Alle vier betrekkingen zijn nodig voor een correcte verklaring; voor leerlingen zijn in dit geval alternatieve, correcte combinaties niet waarschijnlijk. Op het zoekproces naar deze betrekkingen gaan we later in het artikel nog in.

Conclusie

Kennis van betrekkingen en vaardigheid in het omgaan met betrekkingen speelt dus een grote rol bij het oplossen van scheikunde-eindexamenopgaven. Want via eindexamenopgaven wordt in ieder geval getoetst of de leerlingen in een voor hen nieuwe probleemsituatie mogelijk relevante betrekkin-

gen uit hun geheugen kunnen opsporen, geldige en bruikbare betrekkingen daaruit kunnen selecteren op grond van de probleemkenmerken, en die betrekkingen zodanig kunnen bewerken (specificeren en substitueren) en combineren dat daarna alleen routinebewerkingen nodig zijn voor de verdere uitwerking tot het antwoord.

3. Denkpsychologische karakterisering van het oplossingsproces

Op grond van literatuurstudie over denkprocessen bij het oplossen van problemen constateerden Mettes & Pilot (1980) dat er een consistente hoofdlijn te destilleren was uit de verschillende door hen hierover bestudeerde bronnen. Deze rationele reconstructie van de werkwijze bij het oplossen van problemen kan als volgt worden samengevat:

- I. Probleemoplossers oriënteren zich via een analyse van de probleemsituatie waarin zij de meest essentiële eigenschappen van het probleem en de relaties ertussen trachten op te sporen. Hierdoor ontstaat een zich ontwikkelend totaalschema dat een subjectieve weergave bevat van de probleemsituatie, mogelijke oplossingen en verder voorlopig relevant geachte kennis, ervaringen en andere disposities waarover iemand beschikt.
- II. Het oplossingsproces wordt gekenmerkt door een afwisseling van denkhandelingen op twee verschillende niveau's:
 1. Het werken aan een oplossing en
 2. Het ontwikkelen van een totaalschema.
- III. Bij moeilijke problemen bestaan de denkhandelingen vooral uit het zoeken naar transformaties die het probleem meer hanteerbaar maken. Andersom kan men ook zeggen: problemen waarbij eerst uitvoerig gezocht moet worden gezocht naar transformaties, omdat er geen vaste regels of slechts zeer algemene regels voor zijn, worden 'moeilijk' genoemd.
- IV. Het oplossingsproces kan worden gesplitst in vier fasen, te weten:
 1. Het zich oriënteren op de probleemsituatie.
 2. Het zoeken van een transformatie.
 3. Het uitvoeren van een transformatie.
 4. Het evalueren van het resultaat.

Deze fasen worden cyclisch doorlopen; het cyclische proces kan worden onderbroken en op een 'lager' niveau (met een subprobleem) worden voortgezet, waarna wordt teruggekeerd naar de eerste cyclus. Deze cyclus van vier fasen -waarvan soms de tweede en derde worden samen genomen - komt men zo vaak in de literatuur tegen dat hij als algemeen geaccepteerd kan worden beschouwd.

In de vorige paragraaf concludeerden we dat het zoeken naar een probleemtransformatie neerkomt op het opsporen van mogelijk relevante betrekkingen. Dit speelt echter ook al een rol in de oriëntatiefase, bij de analyse van het probleem. Uit de probleembeschrijving moeten namelijk die kenmerken gehaald worden die aansluiting bieden op (mogelijke) transformaties met betrekkingen. Bij een specificatieprobleem zoals besproken in voorbeeld 1 kunnen

bijvoorbeeld begrippen of gegeven getalswaarden met eenheid omgezet worden in gespecificeerde symbolen, om aansluiting te geven op betrekkingen in symboolvorm. Indien bij de probleemanalyse de aandacht wordt gericht op kenmerken die irrelevant zijn voor de oplossing van het probleem, dan wordt de kans op een goede oplossing veel minder groot. De Jong (1986), Ferguson-Hessler (1989) en Taconis (1995) noemen de kennis van probleemkenmerken *situationele kennis*. Taconis (1995) constateerde bij zwakkere probleemoplossers (mechanica, vwo) vooral moeilijkheden wat betreft de koppeling van de situationele kennis met de declaratieve kennis (waartoe ook betrekkingen behoren) en procedurele kennis.

Voor de analyse van moeilijkheden van leerlingen bij oplossingsprocessen zijn de fouten gekarakteriseerd in termen die een concretisering en detaillering zijn van de rationele reconstructie van het oplossingsproces zoals hiervoor is beschreven.

De vormgeving die wij hiervoor gekozen hebben, is die van een serie heuristische vragen die wij ABCD-vragen hebben genoemd:

- A1 Alles goed gelezen en gezien?
- A2 Analyse goed (dus goed beeld van situatie)?
- A3 Antwoord op de gestelde vraag gegeven?
- B1 Betrekkingen bestaand?
- B2 Betrekkingen relevant?
- B3 Betrekkingen geldig voor de probleemsituatie?
- C Consequente redenering? Conclusie logisch?
- D Antwoord acceptabel voor docent?

Deze heuristische vragen zijn door ons niet alleen getoetst door ze zelf te gebruiken voor een analyse van moeilijkheden van leerlingen bij het oplossen van eindexamenopgaven, maar ook in een onderwijssituatie. Leerlingen konden aan de hand van deze heuristische vragen een door hen opgestelde verklaring, het resultaat van een verklaringsprobleem, evalueren. De instructie en oefening hiervoor hebben de vorm gekregen van een interactief computerprogramma. We zullen daar ook een voorbeeld zien van het vastlopen van leerlingen bij de selectie van betrekkingen door de selectie van een niet-relevante probleemkenmerk in de analysefase.

Conclusie

Betrekkingen vormen de kern van het oplossingsproces, bij het zoeken naar en uitvoeren van probleemtransformaties. Ze spelen daarnaast ook een belangrijke rol bij de oriëntatie op en de evaluatie van het oplossingsproces.

4. Moeilijkheden van leerlingen met betrekkingen tijdens het eindexamen

Als voorbeeld van een beschrijving van de moeilijkheden in termen van de denkpsychologische karakterisering van het oplossingsproces bekijken we de opgave van voorbeeld 2. Deze opgave is een verklaringsopgave. Te verwachten is dat leerlingen bij dit type opgaven mogelijk méér moeilijkheden met betrekkingen hebben dan bij specificatie-opgaven. Verklaringsopgaven worden namelijk veel gebruikt om de kennis van kwalitatieve betrekkingen te toetsen en juist daarbij doen zich veel problemen met de formulering voor. Bij specificatie-opgaven gaat het vaak om betrekkingen waar grootheden in symboolvorm met elkaar in verband gebracht zijn ('formules'). Daar zijn de moei-

lijkheden meer te verwachten in de controle van de geldigheidsvoorwaarden en in de analyse van de probleemsituatie dan in de betrekking zelf. Deze 'formules' zijn veelal ook opgenomen in Binas (Verkerk e.a., 1998), zij het vooral voor natuurkunde.

In verklaringsopgaven op het eindexamen Scheikunde vwo worden tamelijk veel fouten gemaakt. Gegevens over de moeilijkheidsgraad van enkele vragen, zowel landelijk (CITO-steekproef) als op de onderzochte school, zijn te vinden in tabel 1. Daarin wordt per vraag de moeilijkheidsgraad p' gegeven en daarnaast ook welk percentage van de antwoorden volledig goed was. Dat percentage is veel lager dan de p' , omdat de eindexamenkandidaten ook punten krijgen als bepaalde onderdelen van een vraag goed zijn gemaakt en andere onderdelen fout (zie het antwoordmodel in voorbeeld 2). Behalve de in dit artikel besproken vraag 8 zijn ook ter vergelijking enkele andere verklaringsvragen uit dit examen over hetzelfde leerstofonderdeel (Binding en Eigenschappen) opgenomen.

Analyses van verklaringsvragen in andere examenjaren leveren vergelijkbare gegevens op wat betreft de moeilijkheidsgraad. Verklaringsvragen worden doorgaans iets minder goed gemaakt dan specificatievragen (Kramers-Pals, 1994).

Tabel 1: Moeilijkheidsgraad van de verklaringsvragen 7, 8 en 15 in het eindexamen Scheikunde vwo 1992; de gegevens in de laatste twee kolommen hebben betrekking op één school ($n = 45$)

	p' (CITO steekproef)	p' (school)	% volledig goede antwoorden (school)
vraag 8	.60	.71	42%
vraag 7	.61	.58	52 %
vraag 15	.52	.61	48 %

Om de moeilijkheden van leerlingen te kunnen karakteriseren met behulp van de rationale reconstructie van het oplossingsproces is gebruik gemaakt van de ABCD-vragen. Voor elke gemaakte fout is met behulp hiervan nagegaan in welke (deel)fase van het oplossingsproces deze kan worden ondergebracht. Soms is bij een niet volledig goede uitwerking meer dan één soort fout gescoord. Het gemiddeld aantal gescoorde soorten fouten per onvolledige of onjuiste uitwerking was bij vraag 8 1.4; bij vraag 7 1.1; en bij vraag 15 1.3.

Vervolgens is dit omgerekend naar het percentage van de leerlingen dat een fout in de opgave maakte in een bepaalde (deel)fase. De kwantitatieve resultaten van deze analyse voor de vragen uit tabel 1 zijn opgenomen in tabel 2. De percentages zijn betrokken op het totaal aantal eindexamenkandidaten Scheikunde vwo van één school, $n = 45$.

Alvorens meer in detail naar de moeilijkheden bij vraag 8 te kijken, kunnen we uit de tabel de conclusie trekken dat gemiddeld over de drie opgaven zo'n 25% van de leerlingen constateerbare fouten maakt in de analysefase A2.

Tabel 2: Percentage van de leerlingen dat bepaald type fout maakte bij drie vragen in het eindexamen Scheikunde vwo 1992 over chemische binding in relatie tot eigenschappen.

	A1	A2	A3	B1	B2	B3	C	D	niet ingevuld
8:	0%	22%	0%	13%	0%	16%	0%	24%	2%
7:	2%	36%	0%	20%	2%	0%	0%	4%	2%
15:	2%	16%	2%	16%	0%	13%	4%	36%	0%

Alvorens meer in detail naar de moeilijkheden bij vraag 8 te kijken, kunnen we uit de tabel de conclusie trekken dat gemiddeld over de drie opgaven zo'n 25% van de leerlingen constateerbare fouten maakt in de analysefase A2.

Een fout in A2 betekent dat er een fout is in de analyse; de leerling heeft geen goed beeld van de situatie. In fase B1 maakt ruim 15% van de leerlingen een constateerbare fout; deze leerlingen gebruiken dus niet-bestaande, zelf bedachte betrekkingen. Fase B3 levert bij de vragen 8 en 15 gemiddeld bijna 15% van de fouten op; leerlingen gebruiken in dit geval een betrekking die niet geldig is in de probleemsituatie. Fase D levert bij de vragen 8 en 15 eveneens een groot aantal fouten op. Hieronder rekenen we antwoorden die afwijken van wat 'de docent' verwacht. In dit geval is 'de docent' het antwoordmodel van het examen dat voorschrijft welke denkstappen in de uitwerking van de verklaringsvraag vertegenwoordigd moeten zijn.

We gaan nu meer in detail na welke moeilijkheden de eindexamenkandidaten van één school ($n = 45$) hadden bij de beantwoording van vraag 8 uit het eindexamen Scheikunde vwo 1992. De vraag was op deze school redelijk goed gemaakt, zoals tabel 1 laat zien: $p' = .71$; dit in vergelijking met de $p' = .60$ van de landelijke Cito-steekproef. Toch had slechts 42% van de leerlingen van deze school de vraag volledig goed, dat wil zeggen dat 58% van de leerlingen één of meer fouten maakten.

We gaan eerst de moeilijkheden na die de leerlingen hadden bij het analyseren van het gegeven probleem. Deze fase is van groot belang voor het in de volgende fase selecteren van betrekkingen en het bewerken van betrekkingen om het probleem te transformeren tot een routineprobleem.

Van de hele groep had bij deze vraag 22% moeilijkheden met de *analyse van de situatie* (A2). Voor een klein deel betrof dit de ladingsverdeling of symmetrie bij CO_2 . Voor een groter deel betrof dit de keuze om aandacht te schenken aan de mogelijkheid van het 'ontvangen' van H-bruggen en geen aandacht te geven aan de polariteit. Leerlingen die een verklaring in deze richting zochten, liepen daarna vast bij het zoeken naar betrekkingen. Er bestaat namelijk geen betrekking op grond waarvan beargumenteerd kan worden of en waarom een 'epoxy'-O in epoxyethaan beter H-bruggen zou kunnen opnemen dan de dubbelgebonden O's in koolstofdioxide. Bij koolstofdioxide heeft het molecuul als geheel weliswaar geen dipoolmoment omdat het symmetrisch is, maar elke C = O groep heeft wel een ladingsverdeling. (Mogelijk daarom lost koolstofdioxide tamelijk goed op in water, zij het iets minder goed dan epoxyethaan).

Ook bij de analyse van leerlingenuitwerkingen van andere vragen (Kramers-Pals, 1993, 1994) blijkt dat een aanzienlijk deel van de fouten (bij 20-40% van deze groep leerlingen, afhankelijk van de vraag) samenhangt met

het niet-herkennen binnen een probleemsituatie van die aspecten, die aansluiten op de benodigde betrekkingen voor het omwerken van het probleem.

Bij het *selecteren van betrekkingen* voor de omwerking van een opgave blijken twee soorten fouten het meest voor te komen:

- a. De leerlingen kunnen geen geschikte betrekking vinden en bedenken zelf iets (B1) of beantwoorden de vraag helemaal niet.
- b. De leerlingen kiezen slechts één betrekking uit een aantal mogelijk geschikte betrekkingen en werken uitsluitend hiermee verder, zonder dat ze (met name als ze vastlopen) nagaan of er nog andere, meer geschikte betrekkingen zijn (B2, niet bruikbaar).

Andere veel gemaakte fouten zijn het selecteren van ongeldige betrekkingen (B3 en het foutief reproduceren van betrekkingen (gescoord als B1) .

Bij de vraag in dit voorbeeld maakte 29% van de hele groep een van de fouten a. of b. bij het selecteren van betrekkingen. De foute keus bij b. betrof vooral de eerder besproken selectie van betrekkingen waarin H-bruggen een rol speelden. Bij de andere geanalyseerde vragen worden, afhankelijk van de vraag, door 20-50% van de leerlingen fouten gemaakt bij de selectie van betrekkingen. Fouten bij de selectie van betrekkingen zijn zoals eerder besproken vaak gekoppeld aan moeilijkheden bij de analyse van de situatie. De stappen die in de analyse van een probleem gedaan moeten worden, dienen afgestemd te zijn op de transformaties waarnaar in de selectiefase gezocht moet worden, dus op de kenmerken van de mogelijk relevante betrekkingen (Mettes en Pilot, 1980).

Wat betreft de consequentie van de redenering (fase C) zijn bij deze opgaven geen fouten gemaakt. De fouten in de afwerking (evaluatie of de uitwerking voor de Docent acceptabel is) betreffen bij deze vraag meestal het weglaten of onvolledig weergeven van een denkstap (die de kandidaat naar alle waarschijnlijk wel heeft gedaan). Voorbeelden zijn: niet toelichten waarop epoxyethaan polair is; geen ladingverdeling aangeven in koolstofdioxide als toelichting op het apolair zijn hiervan. Deze fouten houden slechts zijdelings verband met betrekkingen.

Conclusie

Een grote groep leerlingen heeft moeilijkheden met de *analyse van de situatie*, samenhangend met het niet-herkennen binnen een probleemsituatie van die aspecten, die aansluiten op de betrekkingen die nodig zijn voor omwerking van het probleem.

Bij het *selecteren van betrekkingen* kunnen de leerlingen vaak geen geschikte betrekking vinden. Daarnaast kiezen de leerlingen vaak slechts één betrekking en werken uitsluitend hiermee verder, zonder na te gaan of er nog andere, meer geschikte betrekkingen zijn.

5. Wat zijn de oorzaken van de moeilijkheden van leerlingen met betrekkingen?

We onderscheiden in deze studie drie mogelijke oorzaken voor de moeilijkheden die leerlingen hebben:

1. Zijn de eindtermen met betrekking tot kennis van betrekkingen wel duidelijk?

2. Staan de essentiële betrekkingen duidelijk in de scheikundeleerboeken?
3. Zijn de procedurele en situationele kennis van leerlingen wat betreft het gebruik van betrekkingen adequaat?

Wat betreft de derde oorzaak: we verwachten dat deze kennis niet adequaat is mede doordat deze kennis niet wordt geëxpliciteerd in het leermateriaal en onvoldoende wordt ondersteund door onderwijs- en leeractiviteiten. In een andere publicatie (Kramers-Pals & Pilot, 2000) gaan we hier verder op in. De invalshoek bij die publicatie is dat we nagaan welke ervaringen er in een aantal projecten opgedaan zijn met meer expliciete aandacht voor dit type procedurele en situationele kennis dan in gangbaar onderwijs. De eerste twee oorzaken komen aan de orde in de volgende paragrafen.

6. Eindtermen t.a.v. betrekkingen in het examenprogramma Scheikunde vwo

In het voorgaande bespraken we de leerresultaten die zichtbaar werden in de uitwerkingen die leerlingen van eindexamenopgaven maakten. Leerlingen bereiden zich voor op het eindexamen door lessen te volgen, die ondersteund worden door het gebruik van leerboeken. De in het examenprogramma wettelijk vastgestelde eindtermen zijn in aanzienlijke mate richtinggevend voor de inhoud van deze lessen en leerboeken. Deze paragraaf bevat een exemplarische analyse van de wijze van formulering van betrekkingen in het examenprogramma. De uitwerking van deze analyse is beperkt tot één betrekking (B4 in voorbeeld 2). Uitvoeriger analyses, ook op andere deelgebieden, zijn beschreven door Kramers-Pals (zie Kramers-Pals 1993, 1994). De conclusies in deze paragraaf zijn op deze uitvoeriger analyses gebaseerd.

Intussen is een herzien examenprogramma Scheikunde vwo vastgesteld. De eerste examens hierover worden echter pas in 2001 afgenomen. Leerlingen op wiens werk onze analyses gebaseerd zijn, hebben met het examenprogramma 1988 gewerkt. Wel zullen we kort ingaan op verschillen van het nieuwe programma ten opzichte van het examenprogramma 1988. We moeten helaas daarbij constateren dat de wijzigingen geen verbeteringen zijn wat betreft de als voorbeeld genomen betrekking.

Het sinds 1988 voorgeschreven examenprogramma Scheikunde vwo (Ministerie van O&W, 1984) omvat een korte lijst van vier algemene vaardigheden en een veel langere lijst van chemische kennis en vaardigheden. Van de vier algemene vaardigheden zijn de volgende twee van belang voor het oplossen van eindexamenopgaven (vooral 2a is in vele opgaven nodig).

De kandidaat moet:

1.
 - a. uit aangeboden informatie over een chemisch onderwerp gegevens kunnen aflezen.
 - b. met behulp van aangeboden informatie verbanden kunnen leggen of afleiden tussen gegeven en bekende chemische begrippen en theorieën.
2. verschijnselen of resultaten kunnen beredeneren of berekenen met behulp van
 - a. wetten, theorieën of modellen.
 - b. experimentele, inclusief numerieke, grafische en tabellarische gegevens.

In de lijst van chemische kennis en vaardigheden wordt het volgende gezegd over chemische binding in relatie tot eigenschappen als kookpunt en oplosbaarheid.

B. Atoombouw en chemische binding

De kandidaat moet....:

- 3d. kunnen aangeven hoe de sterkte van de intermoleculaire binding (vanderwaalsbinding, dipool-dipoolbinding, waterstofbrug) samenhangt met de hoogte van het kookpunt van een stof.
- 3e. kunnen beredeneren welke stoffen gezien hun bindingstype in het algemeen goed mengen cq. oplossen en welke niet.

Merk op dat in eindterm 3d verschillende typen intermoleculaire binding zijn gespecificeerd. Bij eindterm 3e is dat niet gebeurd.

We constateren verder dat de eindtermen onvoldoende zicht geven op wat de diepgang moet zijn van de redenering. Kan bijvoorbeeld bij het beredeneren van mengen en oplossen (bij eindterm 3e) volstaan worden met de verwijzing naar een macroscopische betrekking (als 'soort zoekt soort')? Of wordt een dieper gaande redenering op moleculair niveau verwacht, waarbij aandacht besteed wordt aan de relatieve sterkte van intermoleculaire bindingen die bij mengen of oplossen worden verbroken en gevormd?

Het nieuwe examenprogramma Scheikunde vwo (Ministerie van OCW, 1998) geeft een veel uitvoeriger lijst van vaardigheden dan het oude examenprogramma. Deze zijn gebundeld als domein A. Merkwaardigwijze ontbreken echter vaardigheden in verband met het hanteren van betrekkingen die vergelijkbaar zijn met de vroegere 1b en 2a. Bij informatievaardigheden wordt geen verband gelegd met chemische begrippen, theorieën, wetten of modellen, om de terminologie uit het thans vigerende examenprogramma te gebruiken. Ook bij andere vaardigheden, zoals die t.a.v. natuurwetenschappelijk onderzoek, komen deze termen niet voor.

Wat betreft chemische binding in relatie tot eigenschappen als kookpunt en oplosbaarheid zijn de volgende eindtermen geformuleerd (in domein B):

De leerling kan:

- 17 aangeven hoe de sterkte van intermoleculaire bindingen samenhangt met de hoogte van het smeltpunt, respectievelijk kookpunt van een moleculaire stof:
 - vanderwaalsbinding;
 - dipool-dipoolbinding;
 - waterstofbrug.
- 18 uitleggen welke moleculaire stoffen, gezien de structuur van de moleculen en het aanwezige bindingstype in het algemeen goed mengen, respectievelijk oplossen en welke niet, met gebruik van de begrippen:
 - hydrofoob;
 - hydrofiel.

Eindterm 17 komt overeen met de vroegere eindterm 3d, uitgebreid met 'smeltpunt'.

Ook eindterm 18 komt overeen met de vroegere eindterm over oplossen en mengen, 3e. De toevoeging hydrofoob en hydrofiel maakt het geheel er niet duidelijker op. Deze termen betreffen een macroscopische eigenschap (mengbaarheid/oplosbaarheid met water) en geen moleculaire eigenschap. Hoe in een uitleg zo'n macroscopische eigenschap gecombineerd moet worden met een uitleg op grond van structuur en bindingstype, is onduidelijk.

Conclusie

We constateren dat in de eindtermen in het examenprogramma 1988 wel is geformuleerd dát de leerlingen verbanden moeten kunnen leggen, maar niet welke verbanden dat zijn. De betrekkingen worden dus niet expliciet genoemd. Dit bleek ook het geval te zijn bij de andere onderzochte delen van het examenprogramma (Kramers-Pals 1993, 1994).

In de praktijk zullen de leerlingen, begeleid door hun docent, hun kennis uit leerboeken halen. We zullen in de volgende paragraaf bekijken hoe die het examenprogramma uitwerken.

7. Betrekkingen over oplosbaarheid en mengbaarheid in enkele leerboeken

In een aantal Nederlandse leerboeken is nagegaan welke betrekking(en) over oplosbaarheid en mengbaarheid zijn geformuleerd. In dit artikel beperken we ons tot: *Chemie* (Pieren et al., 1990), *Chemie Overal* (Reiding et al., 1989) en *Scheikunde voor Voortgezet Onderwijs* (Van Antwerpen, et al., 1987). (Intussen zijn nieuwere drukken en uitgaven verschenen, maar leerlingen van wie we de foutenanalyses hebben gemaakt, hebben met deze drukken gewerkt). Hieronder geven we een overzicht van de betrekkingen over oplossen en mengen die typografisch nadruk krijgen in deze leerboeken.

Chemie

Vloeistoffen waarvan de moleculen onderling waterstofbruggen vormen, mengen goed met elkaar.

Vloeistoffen, waarbij tussen de moleculen uitsluitend vanderwaalsbindingen heersen, mengen onderling ook goed.

Chemie Overal

Apolaire en polaire stoffen zijn in de regel goed mengbaar, tenzij de polaire stof bestaat uit H-brugvormende moleculen. Apolaire stoffen onderling zijn altijd goed mengbaar, evenals (niet H-brugvormende) polaire stoffen onderling.

Stoffen met H-brugvormende moleculen worden gekenmerkt door .. een goede onderlinge mengbaarheid en een slechte mengbaarheid met ander-soortige moleculaire stoffen.

Scheikunde voor het voortgezet onderwijs

Polair mengt met polair. Apolair mengt met apolair.

Duidelijk is dat de verschillende leerboeken het onderling niet eens zijn. Waar *Chemie Overal* polaire met apolaire stoffen laat mengen, doet *Scheikunde voor het voortgezet onderwijs* dat niet. *Chemie* geeft geen betrekking voor de mengbaarheid van polaire stoffen.

Een moeilijkheid is de indeling in bindingstypen (die immers in eindterm B3e niet expliciet gemaakt is). *Scheikunde voor voortgezet onderwijs* rang-

schikt (in de tekst) H-brugvormende moleculen onder polaire stoffen. *Chemie en Chemie Overal* gebruiken in feite de indeling in drie soorten intermoleculaire bindingstypen van eindterm B3d van het examenprogramma.

Voor de in vraag 8 van 1992 gegeven situatie bieden de in *Chemie en Chemie Overal* genoemde betrekkingen onvoldoende aanknopingspunten voor de aanpak van deze vraag. De leerlingen moeten hier nu zelf een ad hoc verklaring ontwikkelen door zelfstandig een betrekking te bedenken voor de verschillen in oplosbaarheid van een apolaire stof (koolstofdioxide) en een polaire stof (epoxyethaan) in een oplosmiddel waarbij de moleculen onderling H-bruggen vormen (water).

Volgens *Chemie Overal* zouden zowel het apolaire koolstofdioxide als het polaire, maar niet H-brugvormende epoxyethaan, niet goed in water oplossen. De gegevens bij vraag 8 zijn hiermee strijdig en de leerlingen moeten zelf maar een betrekking verzinnen om zich hieruit te redden, en dat is een geheel andere vaardigheid dan het toepassen van behandelde betrekkingen.

Scheikunde voor het voortgezet onderwijs biedt een goede betrekking voor de onderlinge mengbaarheid van de polaire stoffen water en epoxyethaan, als de leerlingen zich tenminste herinneren dat water tot de polaire stoffen gerekend mag worden. Het boek geeft evenmin als *Chemie* aan wanneer slechte mengbaarheid te verwachten is. Het is immers niet zo vanzelfsprekend dat als gegeven is dat polair met polair mengt en apolair met apolair, de conclusie zou moeten zijn dat polair niet goed zou mengen met apolair. Volgens *Chemie Overal* mengen deze immers juist wel!

Dat *Chemie* geen uitspraken doet over de al of niet oplosbaarheid of mengbaarheid van polaire stoffen, is op zichzelf te billijken. Betrekkingen hierover - hoe dan ook per bindingstype opgesplitst - moeten meer gezien worden als vuistregels met beperkte geldigheid, die zeker empirisch getoetst moeten worden, dan als 'wetten' op grond waarvan men verschijnselen kan voorspellen. Het is veelbetekend dat een gerenommeerd leerboek als Atkins' *General Chemistry* (1992) zich niet waagt op het glibberige ijs van het voorspellen van mengbaarheden en oplosbaarheden.

Al eerder constateerden we dat in de eindtermen niet is geformuleerd welke verbanden leerlingen moeten kunnen leggen. De betrekkingen worden niet expliciet genoemd, dat wordt aan de leerboeken overgelaten. Maar zoals hierboven bleek vermelden die de essentiële betrekkingen lang niet volledig.

Op grond van deze en een meer uitgebreide analyse (Kramers-Pals, 1993, 1994) constateren wij dat sommige betrekkingen die feitelijk vereist zijn voor de aanpak van eindexamenvragen niet voorkomen in leerboeken. Bovendien vertonen leerboeken onderling vrij grote verschillen in volledigheid en/of worden niet alle betrekkingen expliciet geformuleerd. De meer uitgebreide analyse betreft andere betrekkingen op het gebied van Binding en Eigenschappen en daarnaast betrekkingen op het gebied van beïnvloeding van evenwichtsconcentraties. Dit zijn belangrijke deelgebieden binnen de scheikunde, waarbij de betrekkingen overwegend kwalitatief van aard zijn en waar de toetsing hoofdzakelijk plaatsvindt via verklaringsvragen.

De leerboeken geven overigens slechts incidenteel expliciete aanwijzingen over de geldigheid en bruikbaarheid van betrekkingen. Ook ontbreken opdrachten en oefeningen om zelf dergelijke overzichten van betrekkingen te

maken in de meeste leerboeken en docentenhandleidingen. Hierop gaan we in dit artikel echter verder niet in.

Conclusie

Wat betreft de eerste twee mogelijke oorzaken van de moeilijkheden van leerlingen kunnen we de volgende conclusies trekken.

- A. Er is gebrek aan duidelijkheid in het examenprogramma wat betreft de vereiste betrekkingen. Het programma geeft alleen aan *dat* de leerlingen verbanden moeten kunnen leggen, maar niet met behulp van *welke* betrekkingen. De eindtermen wat betreft kennis van betrekkingen zijn onduidelijk.
- B. De essentiële betrekkingen staan niet duidelijk in de scheikundeleerboeken.

8. Aanbevelingen voor het onderwijs en verder onderzoek

Geconstateerd is dat de duidelijkheid over betrekkingen zowel in het examenprogramma als in de leerboeken te wensen overlaat. De wijze van formulering van betrekkingen (waaronder begrepen de bijdrage die variatie in representatie kan bieden tot schemavorming bij lerenden) is een nog nauwelijks ontgonnen vakdidactisch onderzoeksterrein.

De eindtermen wat betreft de kennis van betrekkingen dienen veel duidelijker vermeld te worden in een nieuw examenprogramma. In het vervolg daarop moeten ook alle betrekkingen die feitelijk nodig zijn voor het oplossen van opgaven duidelijk vermeld worden in de leerboeken, evenals de geldigheid en bruikbaarheid ervan.

In dit artikel is aan de hand van een voorbeeld een methode gedemonstreerd om de vereiste betrekkingen voor het oplossen van een eindexamenvraag op te sporen. De gebruikte methode maakt een systematische analyse mogelijk, die kan leiden tot opsporing en explicitering van de vereiste betrekkingen in het examenprogramma. De resultaten van een dergelijke analyse zouden leerboekauteurs maar ook docenten en leerlingen kunnen helpen zich goed voor te bereiden op het aanpakken van opgaven. Zo'n analyse zou ook de discussie kunnen stimuleren en richten, bijvoorbeeld over:

- welke betrekkingen essentieel zijn (wel of juist niet tot het examenprogramma behoren);
- welke betrekkingen gebruikt, maar niet uit het hoofd opgezocht en gereproduceerd moeten worden;
- op welke typen activiteiten en opdrachten de leerlingen zich zouden moeten concentreren.

Een dergelijke analyse moet uiteraard samengaan met een nieuw type leeractiviteiten, want alleen aanbidding van betrekkingen in het schoolboek is niet voldoende. Eerder gaat het om het leren gebruiken van een nieuwe set gereedschap in een nieuwe werkomgeving, waarbij leerlingen vertrouwd moeten raken met gereedschappen, opdrachten en materialen in hun samenhang. Dit valt echter buiten het bestek van dit artikel.

Aan vakdidactisch onderzoek naar de wijze van formulering van betrekkingen, de schemavorming bij lerenden en (de begeleiding door docenten bij) het oefenproces is grote behoefte. Als het leren gebruiken van betrekkingen in het programma Scheikunde vwo een belangrijk onderdeel blijft, dan is het ge-

wenst bij het ontwikkelen van een nieuw programma aan deze problematiek zorgvuldig aandacht te besteden.

Literatuur

- Antwerpen, A.P., Arentsen, B., Bouma, J., Groen, J., Hamann, H., Land, R. van 't, Termaat, A.B.M. (1987). *Scheikunde voor het voortgezet onderwijs* (2e druk). Zeist: NIB (deel 4V, 5V en 6V).
- Atkins, P.W. & Beran, J.A. (1992). *General Chemistry* (2nd ed.). New York: Scientific American Books.
- Commissie Modernisering Leerplan Scheikunde (1978). *Advies aan de minister van Onderwijs en wetenschappen: Leerplan scheikunde voor 5 & 6 VWO*. Den Haag: Staatsuitgeverij.
- Ferguson-Hessler, M.G.M. (1989). *Over kennis en kunde in de fysica*. Dissertatie. Eindhoven: Technische Universiteit Eindhoven.
- Keulen, H.P. van, Gastel, L.F.J. van, Smit, R.H. (1988). *Chemie in theorie en praktijk*. Den Haag: Nijgh & Van Ditmar (deel 2V (voor 4-VWO) en 3V (voor 5-VWO)).
- Kramers-Pals, H. (1993). *Betrekkingen voor het oplossen van verklaringsopgaven bij scheikunde in het VWO*. Intern rapport CTO₃ 93-3, Faculteit CT. Enschede: Universiteit Twente.
- Kramers-Pals, H. (1994). *Leren oplossen van verklaringproblemen in het scheikunde-onderwijs*. Proefschrift. Enschede: Universiteit Twente.
- Kramers-Pals, H., Vermaat, J.H. & Pilot, A. (2000). *Leeractiviteiten voor oefening van het gebruik van betrekkingen bij het leren oplossen van scheikundige problemen*. Intern rapport CTO₃ 2000-3. Enschede: Universiteit Twente, faculteit CT.
- Mettes, C.T.C.W. & A. Pilot (1980). *Over het leren oplossen van natuurwetenschappelijke problemen*. Dissertatie. Enschede: Universiteit Twente
- Ministerie van OCW (1998). Examenprogramma scheikunde havo/vwo. Te vinden op Internet, URL <http://www.dds.nl/~pdc/9221202/texproga.htm>. Ook te bestellen bij Sdu (Den Haag).
- Ministerie van Onderwijs en Wetenschappen (1984), *Programma Scheikunde Examen VWO*. Den Haag: Staatsdrukkerij.
- Pieren, L.O.F., Scholte, H.G.M., Smilde, J.W., Vroemen, E.H.M., Davids, W., (1990: 4VWO;1992: 5VWO). *Chemie* (3e druk). Groningen: Wolters-Noordhoff.
- Reiding, J., Franken, P.W. & Kabel van den Brand, M.A.W. (1989). *Chemie Overal*. Culemborg: Educaboek (deel 4V en 5V).
- Taconis, R. (1995). *Understanding Based Problem Solving*. Dissertatie. Eindhoven: Technische Universiteit Eindhoven.
- Vos, W. de (1986). Verklaren in het scheikunde-onderwijs. *NVON-maandblad*, 11, 8/9, 34-37.
- Weeren, J.H.P. van, Kramers-Pals, H., De Mul, F.F.M., Peters, M.J. & Roosink, H.J. (1982). Teaching problem-solving in physics: a course in electromagnetism. *American Journal of Physics*, 50, 725-732.