

Statistisch onderzoek door 3 havo; het leren van statistische onderzoeksvaardigheden

Martha Witterholt*, Anne van Streun*, Martin Goedhart* en Douwe Beijaard*

*Universitair Onderwijscentrum Groningen (UOCG) en Instituut voor Didactiek en Onderwijsontwikkeling (IDO), Rijksuniversiteit Groningen

*Eindhoven School of Education, TU Eindhoven

Samenvatting

Voor het vak wiskunde is het denken over het ontwikkelen van onderzoeksvaardigheden met behulp van onderzoeksopdrachten op gang gebracht. Scholen denken na over een lange ontwikkelingslijn met betrekking tot onderzoeksvaardigheden vanaf leerjaar 1 tot en met 5 havo en 6 vwo. In dit onderzoek is aan de hand van een onderwijsontwerp in het domein van de statistiek in 3 havo onderzocht in hoeverre leerlingen onderzoeksvaardigheden kunnen ontwikkelen. Hiertoe voerden leerlingen zelf een onderzoek uit door een aangegeven onderzoekscyclus te doorlopen. Door middel van 'learner reports' rapporteerden leerlingen over wat ze over het uitvoeren van een statistisch onderzoek hebben geleerd. Geconcludeerd wordt dat leerlingen met de aangeboden onderzoekscyclus goed kunnen werken, maar dat het interpreteren van data met statistische begrippen lastig is, evenals het monitoren door leerlingen van het eigen leerproces met behulp van het bijhouden van een logboek. Bovendien zorgt het gebrek aan sturing van de docenten bij het formuleren van de onderzoeksvraag ervoor dat leerlingen geen verband tussen variabelen kunnen vinden.

1. Probleemstelling en onderzoeksvragen

In het Nederlandse wiskundeonderwijs heeft het zwaartepunt tientallen jaren gelegen op het leren onderwijzen van wiskundige vaardigheden en technieken, met name op het gebied van de algebra en de differentiaalrekening. Met de invoering van de basisvorming krijgen de toepassingen een grotere plaats in het programma ten koste van de formele wiskunde en de algebraïsche technieken en algoritmen (Goffree, Van Hoorn & Zwaneveld, 2000). De aandacht voor toepassingen is evenwel beperkt tot veelal aangeklede wiskundesommen. Voor het ontwikkelen van de bekwaamheid om praktische probleemsituaties met behulp van wiskunde te beschrijven en op te lossen zijn in het programma van de basisvorming de zogenaamde Geïntegreerde Wiskundige Activiteiten ingevoerd, terwijl een methode als Moderne Wiskunde ook het onderzoek als activiteit introduceerde. In de bovenbouw van havo-vwo viel er voorafgaand aan de Tweede Fase een duidelijk verschil in aandacht voor onderzoeksvaardigheden te constateren tussen de natuurwetenschap-

pen en wiskunde (Pol, 1997). Voortvloeiend uit de ruime aandacht voor het natuurwetenschappelijke practicum had in de examenprogramma's voor natuurkunde, scheikunde en biologie het *zelfstandig onderzoek* al een plaats gekregen en ontwikkelde zich een praktijk waarin serieus werk werd gemaakt van onderzoeksvaardigheden.

In de huidige examenprogramma's Tweede Fase havo-vwo voor wiskunde en de natuurwetenschappelijke vakken is het uitvoeren van grote praktische opdrachten en het profielwerkstuk voorgeschreven. Dat heeft voor het vak wiskunde het denken over het ontwikkelen van onderzoeksvaardigheden met behulp van onderzoeksopdrachten op gang gebracht, met als gevolg dat in een aantal scholen ook wordt nagedacht over een lange ontwikkelingslijn met betrekking tot onderzoeksvaardigheden vanaf leerjaar 1 tot en met 5 havo en 6 vwo. In de Tweede Fase is daarmee ook een accentverschuiving te zien van het leren van kennis naar het leren van vaardigheden om kennis te verwerven. De vaardigheden die leerlingen moeten leren zijn divers. Leerlingen moeten kunnen plannen, problemen analyseren en oplossen, samenwerken en zelfstandigheid tonen. Het aanleren van vaardigheden moet ervoor zorgen dat leerlingen beter voorbereid zijn op hun toekomstige opleiding en/of beroep. Het leren van onderzoeksvaardigheden is een belangrijk onderdeel daarvan (Rijborz, 2003).

Conceptueel is het niet helemaal duidelijk wat die onderzoeksvaardigheden precies zijn en hoe daar systematisch in de verschillende leerjaren aandacht aan kan worden besteed. Volgens Stokking en Van der Schaaf (2000) is onderzoek te benaderen als een complexe taak, ervan uitgaande dat leerlingen zoveel mogelijk leren als ze op een realistische manier aan de slag gaan met het doen van onderzoek. Leerlingen zullen daarbij veel eigen keuzes in de vraagstelling en opzet maken, maar bijvoorbeeld ook ten aanzien van de plaats waar het onderzoek wordt uitgevoerd (in of buiten de klas) en de planning.

Gelet op de eindtermen van de examenprogramma's havo/vwo zal tenminste enige expliciete aandacht moeten gaan naar het opzetten en uitvoeren van onderzoek bij wiskunde. Het is echter niet helder wat precies de doelen zijn die worden nagestreefd met de Geïntegreerde Wiskundige Activiteiten, praktische opdrachten en onderzoeksopdrachten (Harskamp, De Haan & Van Streun, 2000). Harskamp e.a. stellen dat het daarom nodig is het gehele complex aan doelen en activiteiten nader te analyseren, de praktijk te inventariseren en een traject uit te zetten waarin een meer systematische en doelgerichte ontwikkeling van de bedoelde onderzoeksvaardigheden centraal staat. Niet alleen de gesignaleerde conceptuele onduidelijkheid over de gewenste doelen werkt complicerend voor een goede ontwikkeling van onderzoeksvaardigheden, maar ook de uitvoering van dat type activiteit in het reguliere onderwijs varieert sterk met de persoonlijke opvattingen van de docent of de wiskundesectie (Witterholt & Van Streun, 2002).

Het voorliggende onderzoek maakt deel uit van een groter onderzoeksproject met als kern het identificeren van criteria voor een onderwijsontwerp die van belang zijn voor het verwerven van onderzoeksvaardigheden door leerlingen in het domein van de statistiek. Met de onderzoeksopdrachten is het mogelijk aan te sluiten bij een veranderende maat-

schappij met een groter wordende invloed van ICT (Van den Akker, 2003a). Bovendien kunnen dergelijke opdrachten bijdragen aan een grotere (intrinsieke) motivatie bij zowel leerlingen als docenten, vanwege het feit dat het leerboek nu eens terzijde kan worden geschoven (Van den Akker, 2003b).

Binnen de wiskunde neemt de statistiek een bijzondere plaats in door de maatschappelijke relevantie van de statistiek en statistisch onderzoek. Statistici, leerplanontwikkelaars en onderzoekers stellen in verschillende terminologie dat in het statistiekonderwijs de onderzoeksvaardigheden centraal moeten staan, zonder dat zij overeenstemming hebben over een heldere definiëring van deze vaardigheden. Wel is er een zekere mate van consensus dat leerlingen statistische onderzoeksvaardigheden ontwikkelen door zelf statistische onderzoeken uit te voeren. De probleemstelling van het gehele onderzoeksproject kent twee te onderscheiden aspecten:

1. Een definiëring en operationalisering van statistische onderzoeksvaardigheden.
2. Het ontwikkelen en beproeven van criteria voor een optimaal leertraject waarin leerlingen de beoogde statistische onderzoeksvaardigheden verwerven.

In dit artikel wordt gerapporteerd over een onderwijsexperiment in vier 3 havoklassen, uitgevoerd door vier wiskundedocenten van één school. Middels een literatuurstudie wordt nagegaan of er een definiëring en operationalisering van statistische onderzoeksvaardigheden kan plaatsvinden en of het onderwijsontwerp zou passen in een leertraject voor leerlingen waarin ze deze vaardigheden verwerven. Het ontwerp voor het onderwijsexperiment begint met een voorbeeld door de docent, waarna de leerlingen in groepjes aan een onderzoeksopdracht werken waarin het verwerken van gegevens met behulp van statistiek centraal staat. Leerlingen kiezen zelf een onderwerp, maken een plan van aanpak, voeren het onderzoek uit, trekken conclusies en doen aanbevelingen. In het onderzoek waarover hier gerapporteerd wordt gaat het om de volgende onderzoeksvragen:

1. Hoe gebruiken leerlingen in 3 havo geleerde statistische kennis in een zelfstandig uit te voeren statistisch onderzoek?
2. Hoe gebruiken leerlingen in 3 havo de geleerde vaardigheid van het werken met een statistisch computerprogramma bij het uitvoeren van hun eigen statistisch onderzoek?
3. Hoe voeren leerlingen in 3 havo hun eigen onderzoek uit in relatie tot een al eerder doorlopen onderzoekscyclus?
4. Kunnen leerlingen in 3 havo de ontwikkeling van hun eigen onderzoeksvaardigheden monitoren en erop reflecteren?
5. In hoeverre zijn de gekozen kenmerken van het onderwijsontwerp adequaat voor het kunnen beantwoorden van bovenstaande onderzoeksvragen?

2. Onderzoeksvaardigheden

Wiskundige competentie

De literatuur levert een aantal belangrijke invalshoeken op voor het onderzoek naar het verwerven van onderzoeksvaardigheden in het domein van de statistiek. Met de ontwikkeling van statistische begrippen moeten leerlingen ook leren redeneren en argumenteren met deze begrippen. Competentie op een bepaald vakgebied wordt gedefinieerd als een basis aan feitenkennis en vaardigheden verbonden met een netwerk van begrippen en zo georganiseerd dat het herkennen, ophalen en toepassen van kennis wordt bevorderd. Het verlenen van betekenis, het reflecteren en monitoren, het uitleggen aan jezelf en anderen valt onder de metacognitie. (Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2001; Donovan & Bransford, 2005; en Bransford, Brown, & Cocking, 2000). Van Streun (2001) vat de wiskundige competenties als volgt samen:

- *Weten dat*: kennis van wiskundige feiten en begrippen, reproduceren, technieken.
- *Weten hoe*: aanpak van wiskunde problemen, toepassen, onderzoeksvaardigheden.
- *Weten waarom*: principes, abstracties, rijke cognitieve schema's, overzicht.
- *Weten over weten*: reflecteren, monitoren, kennis over je eigen weten en aanpak.
- *Houding*: wiskunde leren is leuk, interessant, het geeft voldoening en ik kan het.

In dit onderzoek wordt gebruik gemaakt van deze door Van Streun geformuleerde wiskundige competenties. De onderzoeksvaardigheden op het gebied van de statistiek vallen in de eerste plaats onder het *weten hoe*. Het gaat daarin om het formuleren van de onderzoeksvraag, de analyse van de situatie, een systematische probleemaanpak, het ontwikkelen van een onderzoeksopzet, het controleren van de ondernomen acties. In de opzet en uitvoering van het statistisch onderzoek moeten feiten en begrippen (*weten dat*) in de nieuwe situatie worden herkend en toegepast (*weten hoe*). Het reflecteren en monitoren is een goede strategie om de eigen onderzoeksvaardigheden te expliciteren en te ontwikkelen (*weten over weten*).

Onderzoeksvraag 1 heeft betrekking op kennis van begrippen en technieken (*weten dat*) en een aanpak (*weten hoe*) die nodig zijn om het statistisch onderzoek te kunnen uitvoeren. Onderzoeksvraag 2 heeft betrekking op het gebruik van computerprogramma's (*weten hoe*). Onderzoeksvraag 3 gaat over de vraag in hoeverre leerlingen adequaat een statistisch onderzoek kunnen uitvoeren (*weten hoe, weten waarom*). Onderzoeksvraag 4 gaat over de ontwikkeling van metacognitie (*weten over weten*). Onderzoeksvraag 5 heeft betrekking op het ontwerpen onderwijs om de ontwikkeling van bovengenoemde competenties mogelijk te maken.

Statistische kennis

Statistiekonderwijs richt zich op het leren redeneren met statistische begrippen en het geven van betekenis aan kwantitatieve informatie. Statistiekonderwijs omvat het interpre-

teren van datasets, van representaties van data en van statistische samenvattingen van data. Veel vormen van statistische redeneringen combineren ideeën over data en kans, wat leidt tot het trekken van conclusies (met onzekerheid) en het interpreteren van statistische resultaten. Aan de basis van dit redeneren liggen kernbegrippen ten grondslag zoals verdeling, centrummaat, spreiding, samenhang, onzekerheid, toeval en steekproef. Garfield en Gal (1999) onderscheiden een aantal doelen van statistische kennis, waarin het begrip van het onderzoeksproces en de wiskundige concepten, maar ook het beheersen van vaardigheden bij het verwerken van data, interpreteren en kritisch beoordelen van uitkomsten en argumenteren met statistische begrippen worden genoemd.

Onderwijsonderzoek uit de laatste decennia heeft duidelijk gemaakt dat de nadruk op het berekenen van statistische maten en toetsingsgrootheden onvoldoende bijdraagt aan het bereiken van de hiervoor geformuleerde doelen. Zo werd in onderzoek van Pollatsek, Lima en Well (1981) duidelijk dat het kunnen berekenen van een gemiddelde of mediaan weinig zegt over het begrijpen van het onderliggende basisconcept. Mokros en Russell (1995) maken onderscheid tussen leerlingen die begripsmatig redeneren en die vooral rekenen. Delmas en Liu (2005) onderzochten het begrip van leerlingen aan wie het begrip standaarddeviatie was onderwezen. De meeste leerlingen pasten een regelgestuurde benadering toe om verdelingen te vergelijken in plaats van te redeneren op basis van het begrijpen van de standaarddeviatie. Met inzet van ontwikkelde software deden de onderzoekers een poging om leerlingen meer en beter statistische redeneringen te laten geven.

Konold en Pollatsek (2002) wijzen erop dat veel leerlingen uiteindelijk wel in staat zijn om gemiddelden en medianen uit te rekenen, maar dat zij er geen notie van hebben hoe ze die kunnen toepassen en interpreteren. Een deel van het probleem ligt in het feit dat dergelijke samenvattende maten wel worden gebruikt als typische scores voor een verzameling gegevens, maar dat zij een magere conceptuele basis vormen voor het presenteren van de gehele groep, bijvoorbeeld in het vergelijken met andere groepen.

Statistisch redeneren

In de internationale literatuur is geen eenduidig equivalent te vinden van de Nederlandse term 'statistische onderzoeksvaardigheden'. Meestal wordt gesproken van 'statistical literacy', 'statistical reasoning' of 'statistical thinking'. Pfannkuch en Rubick (2002) onderzochten in een kleinschalig experiment het statistisch denken van de leerlingen (observaties, hardop denken, interviews), terwijl die leerlingen een gestructureerd onderzoekje uitvoerden. Leerlingen besteedden veel tijd aan het nadenken over data, het leren over de data voor het construeren van representaties en aan het zelf construeren van representaties van de data. De opbrengst is een aantal relevante beschrijvingen van redeneringen van leerlingen, waarbij de docent goed heeft doorgevraagd over de betekenissen van representaties en argumentaties. Chance (2002) geeft eerst een review van recente definities van statistisch denken en formuleert daarna zelf de volgende samenvattende 'mental habits':

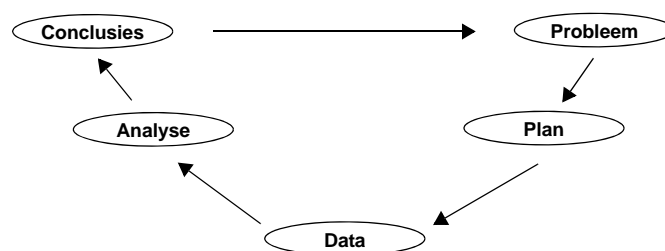
- Bekijken hoe het beste betekenisvolle en relevante data te verkrijgen zijn om de onderzoeksvraag te beantwoorden.
- Voortdurend nadenken over de betrokken variabelen en nieuwsgierig zijn naar methoden om de verkregen data en het gegeven probleem te onderzoeken.
- Het volledige onderzoeksproces niet uit het oog verliezen, maar ook terugblikken en bijstellen van de afzonderlijke onderzoeksfasen.
- Met enige scepsis de verkregen data in ogenschouw nemen.
- Een relatie leggen tussen de data en de context van het probleem en de conclusies interpreteren in niet-statistische termen.
- Niet vasthouden aan het studieboek.

Garfield (2003) heeft een instrument ontwikkeld om het redeneren met statistische begrippen en het betekenis geven aan statistische informatie te kunnen beoordelen. Zij formuleert de aard van statistisch redeneren als volgt:

'Much of statistical reasoning combines ideas about data and chance, which leads to making inferences and interpreting statistical results. Underlying the reasoning is a conceptual understanding of important ideas, such as distribution, centre, spread, association, uncertainty, randomness, and sampling' (Garfield, 2003, p. 23).

Statistische onderzoeksvaardigheden

Het veelgebruikte begrip 'statistical literacy' heeft verwantschap met het door ons gebruikte begrip statistische onderzoeksvaardigheden. Statistische onderzoeksvaardigheden zijn op te vatten als een dimensie van 'statistical literacy' (Gal, 2002) of 'statistical thinking' (Wild & Pfannkuch, 1999). Wild en Pfannkuch (1999) noemen de onderzoekscyclus als één van de dimensies van het uitvoeren van statistisch onderzoek (zie figuur 1). Deze onderzoekscyclus 'concerns the way one acts and what one thinks about during the course of a statistical investigation' (Wild & Pfannkuch, 1999, p. 225).



Figuur 1. Onderzoekscyclus

De elementen in deze onderzoekscyclus zijn vergelijkbaar met de onderzoeksfases die leerlingen doorlopen als zij zelfstandig een statistisch onderzoek uitvoeren. In tabel 1 staan per onderzoeksfase de leerlingactiviteiten die worden onderscheiden.

Tabel 1. De fasen in de onderzoekscyclus versus leerlingactiviteiten

Fase	Leerlingactiviteiten
1. Probleem	Leerlingen definiëren het probleem en formuleren de onderzoeksvraag.
2. Plan	Leerlingen maken een plan van aanpak bij het door hun gekozen onderwerp. Leerlingen denken na over: Welke data moeten verzameld worden? Hoe worden data verzameld? Wat is de opzet van het onderzoek? Wat hebben we nodig om de onderzoeksvraag te beantwoorden? Wat hebben we nodig voor de analyse van data?
3. Data	Bij het uitvoeren van het plan van aanpak verzamelen leerlingen data en bekijken hoe ze deze data moeten verwerken.
4. Analyse	Bij het verwerken van de zelf verkregen data analyseren leerlingen de data. Ze kijken of alle gegevens bruikbaar zijn en kijken of er uitschieters zijn die van belang zijn. Ze verwerken de data met behulp van de computer en kiezen zelf hoe ze de data representeren.
5. Conclusies	Leerlingen interpreteren de verkregen uitkomsten en maken daarbij gebruik van de eerder opgedane statistische kennis. Ze kijken terug naar de probleemstelling en trekken conclusies.

Het onderwijsontwerp voor de klassen 3 havo in de onderhavige studie is vooral gebaseerd op redeneren en argumenteren met statistische begrippen. Deze begrippen zijn met de leerlingen besproken in een voorbereidende fase (zie § 3). Vervolgens voeren leerlingen zelf een statistisch onderzoek uit, inclusief de vraagstelling, het experimentele ontwerp, de gegevensverzameling, de ordening van gegevens, het vergelijken van groepen, het leggen van verbanden, het concluderen en het rapporteren. In de besproken onderzoeksliteratuur zijn goede argumenten te vinden voor deze benadering om onderzoeksvaardigheden te ontwikkelen. Wild en Pfannkuch (1999, p. 225) verwoorden dit als volgt: 'Thus, the ultimate goal of statistical investigation is learning in the context sphere'.

3. Kenmerken van het onderwijsontwerp

In steeds meer onderzoeken in het domein van de statistiek wordt onderwijs ontworpen met inzet van geschikt gemaakte of speciaal voor leerlingen ontworpen software, waardoor vanzelf de aandacht van het berekenen verschuift naar het redeneren. Zo hebben McClain en Cobb (2001) onderwijs ontworpen waarin leerlingen door opdrachten en het gebruik van software actief aan het werk gaan met het verzamelen en interpreteren van data in betekenisvolle contexten. Zij concentreerden zich in hun onderzoek op het rede-

neren met de 'big ideas' van de statistiek. Hierbij maakten de leerlingen gebruik van de computer voor het analyseren van data, maar ook werd de computer ingezet voor het ondersteunen van het denken met wiskundige begrippen. Het doel was het ontwikkelen van het logisch redeneren over manieren om gegevens te structureren voor het trekken van conclusies. Het onderzoek richtte zich op het redeneren van de leerlingen binnen één dataset en op het vergelijken van twee datasets. De onderzoekers rapporteren dat de leerlingen regelmatig in discussie gingen over de aanpak, de geschiktheid van de te kiezen statistische maten en de zinvolheid van conclusies in het licht van de contexten.

Bakker en Gravemeijer (2002) en Bakker (2004) maken gebruik van computerprogramma's bij het stimuleren van het leren redeneren van brugklasleerlingen over verdelingen van gegevens (*minitools*). De minitools zijn zo ontworpen, dat ze de elementen van het begrip verdeling als een samenhangend geheel kunnen ondersteunen. Bakker en Gravemeijer komen tot vier typen zinvolle activiteiten, namelijk het verzinnen van data bij een gegeven uitspraak, groeiende steekproeven, grafieken laten ontwerpen door leerlingen en voorspellende 'wat-als-vragen'.

Doerr & English (2003) presenteren een gedetailleerde analyse van het denken van leerlingen in het leggen van verbanden tussen hoeveelheden, waaruit zij de conclusie trekken dat leerlingen goed in staat blijken om gegevens te selecteren, te ordenen en te wegen. Op grond van hun review van onderzoeksliteratuur en hun eigen onderzoek benadrukken zij dat leerlingen zelf onderzoekjes moeten uitvoeren en data moeten verzamelen om te ervaren welke statistische methoden ze nodig hebben en zinvol kunnen toepassen.

Chance (2002) betoogt op grond van haar analyse van uitgevoerde onderzoeken dat leerlingen statistische onderzoeksvaardigheden moeten leren aan de hand van hun eigen onderzoekjes en eigen data.

'Students quickly see the difficulties associated with such a task: Do we have an appropriate measurement tool?(...) Students clearly see the messiness of actual data collection so often ignored in textbook problems. Students also have a higher degree of ownership and engagement with such assignments. (...)' (Chance, 2002, p. 5).

Op grond van de literatuur zijn de volgende kenmerken van het onderwijsontwerp geformuleerd.

Vorbereidende fase

Tijdsduur: zes tot acht lesuren van 50 minuten voor het bespreken van het hoofdstuk 'Statistiek' uit het boek (zie punt 1 hieronder), één lesuur van 50 minuten voor het kennismaken met een statistisch computerprogramma (zie punt 2 hieronder) en één dagdeel voor het begeleid doorlopen van een onderzoekscyclus (zie punt 3 hieronder).

Uit de hiervoor besproken onderzoeksliteratuur is duidelijk geworden dat beheersing van de statistische begrippen (Garfield, 2003), het kunnen analyseren van data met een computerprogramma (McClain & Cobb, 2001) en het gestructureerd doorlopen van een onder-

zoekscyclus (Pfannkuch & Rubick, 2002) voorwaarden zijn voor het zelf kunnen uitvoeren van statistisch onderzoek. De volgende kenmerken van het onderwijsontwerp ter voorbereiding op het uitvoeren van statistisch onderzoek door leerlingen ontstaan als interpretatie van de besproken onderzoeksliteratuur:

1. Zij leren statistische begrippen (de centrummaten: gemiddelde, modus, mediaan) en grafische representaties (staafdiagrammen, lijndiagrammen, cirkeldiagrammen, spreidingsdiagrammen die leerlingen kennen als puntenwolken en boxplots). De centrummaten en een aantal van deze grafische representaties zijn in eerdere jaren al besproken. Nieuw zijn de puntenwolken en de boxplots.
2. Zij leren werken met een statistisch computerprogramma (Excel, VU-Statistiek).
3. Zij doorlopen begeleid een onderzoekscyclus, namelijk aan de hand van een gegeven probleemstelling.

Leerlingen doorlopen een onderzoekscyclus

Tijdsduur: anderhalve dag, van het bedenken van een onderwerp tot en met het maken van de poster.

De hierna genoemde onderzoekscyclus komt voort uit het gestelde in paragraaf 2 en is ook een uitwerking van aanbevelingen Doerr en English (2003), Chance (2002) en McClain en Cobb (2001).

1. In een groepje van vier brengen leerlingen ieder twee onderzoeksonderwerpen in, waarna in een brainstormsessie één onderwerp wordt gekozen met een schriftelijk gemotiveerde onderzoeksvraag. De docent geeft feedback op de gemaakte keuze. De leerlingen presenteren de gemaakte keuze aan (een gedeelte van) de andere groepen.
2. Het groepje schrijft een plan van aanpak voor het uitvoeren van het onderzoek. De docent geeft feedback. De leerlingen presenteren de gemaakte keuzes aan (een gedeelte van) de andere groepen.
3. Halverwege meldt het groepje zich bij de docent voor schriftelijke tussentijdse feedback op de voortgang. De docent geeft aanwijzingen voor eventuele aanpassing van het plan van aanpak en het vervolg.
4. Het groepje maakt na elke bijeenkomst een verslag van werkzaamheden in de vorm van een logboek, signaleert problemen en vergelijkt planning met uitvoering. De docent geeft feedback op dit logboek.
5. De zelf verzamelde gegevens worden verwerkt met een statistisch computerprogramma.
6. Uit de gegevens worden conclusies getrokken, op een poster samengevat en mondeling gepresenteerd.

Reflecteren met behulp van een learner report

Tijdsduur: Het invullen van een learner report duurt 20 tot 30 minuten.

Voorafgaand aan en na de afronding van het statistisch onderzoek rapporteren de leerlingen in een learner report (Van der Kamp & Van der Kamp, 1982) over wat ze over het uitvoeren van een statistisch onderzoek hebben geleerd.

4. Methode

4.1 De keuze voor 3 havo en de deelnemers aan het onderzoek

In de onderbouw van het voortgezet onderwijs maken de leerlingen kennis met beschrijvende statistiek. De centrummaten (modus, gemiddelde en mediaan) en de spreiding komen aan de orde, evenals verschillende vormen van grafische representaties van data (staafdiagrammen, lijndiagrammen, cirkeldiagrammen, puntenwolken en boxplots). In de derde klassen wordt een begin gemaakt met het trekken van conclusies naar aanleiding van (representaties van) gegeven statistische data. Het zelf uitvoeren van een statistisch onderzoek wordt in het algemeen niet gedaan.

De keuze voor 3 havo in dit onderzoek heeft te maken met de grote spreiding aan wiskundige bekwaamheden, terwijl de leerlingen in 4 havo toch met dat vak moeten doorgaan. Veel wiskundedocenten hebben moeite met het motiveren van leerlingen in deze klassen. Juist het onderdeel statistiek doet geen zwaar beroep op voorkennis, zodat het beheersen van de noodzakelijke begrippen binnen het bereik van de leerlingen ligt. Wel stelt de keuze voor deze leerlingenpopulatie de nodige eisen aan de motiverende aspecten van het onderwijsontwerp.

De leerlingen die het onderwijsontwerp hebben uitgevoerd zijn alle leerlingen van 3 havo van een brede scholengemeenschap voor vmbo, havo en vwo op het platteland in de provincie Groningen, met twee klassen 3 havo per jaar. In de schooljaren 2002-2003 en 2003-2004 waarin het onderwijsontwerp is uitgevoerd, betrof dat in totaal 97 leerlingen. Uitvoering vond plaats tijdens twee opeenvolgende dagen in een projectweek, onder leiding van in totaal acht docenten. Elke docent was verantwoordelijk voor twee groepjes leerlingen. Het onderwijsontwerp was voorzien van een docentenhandleiding die vooraf aan de docenten is uitgereikt. Uit gesprekken met docenten voorafgaand aan de uitvoering van het ontwerp bleek dat docenten geen hoge verwachtingen van inzet, motivatie en resultaten van deze klassen hadden.

4.2 Het onderwijsontwerp

Met de genoemde kenmerken (zie § 3) is een onderwijsontwerp voor de leerlingen in 3 havo ontwikkeld. De opdracht voor de leerlingen is hiernaast beschreven.

De gekozen onderwerpen en de hierbij behorende resultaten zijn te vergelijken met gegevens uit de database van de Nationale Doorsnee. Dit is een omvangrijke database met gegevens van ruim 50.000 leerlingen over allerlei onderwerpen, zoals lichaamslengte, ontbijt, tijdsbesteding aan sport, tv-kijken en computeren, leukste schoolvak, inkomsten uit baantjes en zakgeld en favoriete popartiesten. Aanleiding voor het organiseren

Inhoudsbeschrijving van het onderwijsontwerp

De leerlingen krijgen de volgende doelen op schrift aangereikt, als onderdeel van de opdracht:

1. Je voert in een groepje een opdracht uit en leert op deze manier samenwerken, taken verdelen en plannen.
2. Je leert hoe je een onderzoeksopdracht voor wiskunde moet aanpakken.
3. Je maakt een mooie poster als resultaat van je onderzoek en presenteert deze samen met je groepje.

De opdracht voor de leerlingen:

Samen met je groepje maak je een poster over een door jullie gekozen onderwerp dat je wilt onderzoeken. Je doorloopt hierbij de volgende **fasen**:

1. Kies een **onderwerp** en laat dit goedkeuren door de aangegeven docent. Let op! Er mogen niet twee dezelfde onderwerpen gekozen worden. Zorg ervoor, dat je een verband kunt onderzoeken. Het is dus niet voldoende om bijvoorbeeld alleen te onderzoeken wat het gemiddelde gewicht is van de leerlingen in de 3 havo-klassen, maar probeer dan bijvoorbeeld te onderzoeken of er een verband is tussen het gewicht en het aantal uren sporten per week. Voor het kiezen van een onderwerp krijg je een A3-papier.
2. Maak samen met de rest van je groepje een **plan van aanpak** en laat dit goedkeuren door de aangegeven docent. Let op de materialen die je nodig hebt voor het maken van het eindproduct en formuleer één of meer onderzoeksvragen.
3. Je houdt elke dag een **logboek** bij van alle werkzaamheden in je groepje. Het logboek lever je aan het einde van de dag in bij de aangegeven docent, die het logboek aftekent en bij zich houdt. Nadat onderwerp en plan goedgekeurd zijn kom je met twee andere groepen en met de docent in een lokaal samen. Daar **presenteer** je onderwerp en plan voor de aanwezigen.
4. Je **voert** het onderzoek **uit**. Voor vragen ga je naar de docent.
5. Ga halverwege de uitvoering van het onderzoek voor een **tussentijdse controle** naar de docent. Op deze manier kom je erachter of je op de goede weg bent.
6. Het **eindproduct** is een poster. Aan het einde van de tweede projectdag **presenteer** je het eindproduct van je groepje aan de andere twee groepen en aan de docent. De posters worden opgehangen in het wiskundelokaal.

Eisen waaraan het eindproduct moet voldoen:

1. **Wiskunde:** Kies een goede *titel*, waarin het *onderzochte verband* duidelijk naar voren komt. Let op een juist gebruik van weergave in *diagrammen* met behulp van VU-Statistiek en trek de juiste *conclusies*. Zorg ervoor dat de essentiële informatie er staat. Dit betekent onder andere dat je een centrummaat moet gebruiken, dat je VU-Statistiek moet gebruiken en dat je gebruik maakt van de diagrammen in VU-Statistiek.
2. **Aansprekendheid:** hoe ziet de poster eruit? Niet alleen de lay-out moet goed zijn, maar ook het gebruik van kleur, duidelijk taalgebruik en de opbouw.
3. **Samenwerking tussen de groepsleden:** het logboek geeft een aanwijzing over hoe er is samengewerkt tussen de groepsleden. De logboeken moeten nauwkeurig worden bijgehouden. Heeft iedereen zijn of haar bijdrage geleverd?

van de Nationale Doorn was het feit dat het jaar 2000 door UNESCO (= United Nations Educational, Scientific and Cultural Organisation) uitgeroepen werd tot het World Mathematical Year.

4.3 Het verzamelen van onderzoeksgegevens

Bij de uitvoering van het onderwijsontwerp zijn de volgende data verzameld:

1. *Schriftelijke toets over statistische begrippen en grafische representaties*

Voorafgaande aan de uitvoering van het onderwijsexperiment hebben leerlingen het hoofdstuk 'Statistiek' uit het boek doorgewerkt. Ze hebben geleerd om centrummaten (gemiddelde, modus, mediaan) uit te rekenen en om bij gegeven data grafische representaties (staafdiagrammen, lijndiagrammen, cirkeldiagrammen, puntenwolken en boxplots) te maken. Het hoofdstuk werd afgesloten met een schriftelijke toets, waarbij leerlingen centrummaten moesten berekenen en diagrammen tekenen. De docent heeft de toets afgenomen en nagekeken. Voor dit onderzoek is het van belang dat de leerlingen centrummaten kunnen berekenen en verschillende grafische representaties kunnen tekenen.

2. *Observaties*

Zowel tijdens de voorbereidende fase als tijdens het doorlopen van de onderzoekscyclus zijn (groepjes) leerlingen geobserveerd. Twee groepjes leerlingen worden afwisselend 10 minuten achtereen geobserveerd. Tijdens de observaties wordt op een voorbedrukt formulier (bijlage) aangegetekend waar de leerlingen mee bezig zijn, waarover ze overleggen, of ze hulp nodig hebben en waarvoor, waar ze hulp zoeken en wat de invloed van de docent is. Ook wordt gelet op de voortgang van het werk in de groep en de taakverdeling binnen de groep. Observaties behorende bij de voorbereidende fase:

- Lesobservaties van de lessen over het werken met het computerprogramma VU-Statistiek. Leerlingen werken in tweetallen aan een uitgedeeld computerpracticum, waarin ze leren om gegevens in te voeren in de computer. Vervolgens moeten ze met behulp van dit programma centrummaten uitrekenen en grafische representaties tekenen.
- Observaties van de uitvoering van de exemplarische onderzoekscyclus. Leerlingen doorlopen onder begeleiding de verschillende fasen van onderzoek, van het maken van een plan van aanpak tot het trekken van conclusies.

Tijdens de uitvoering van het onderwijsontwerp worden (groepjes) leerlingen geobserveerd:

- Observaties van leerlingsoverleg van in totaal vier groepjes leerlingen.
- Observaties van de brainstormsessie over de keuze van de onderzoeksvraag en het invullen van het bijbehorende A3-formulier door leerlingen.
- Observaties van het ontstaan van het plan van aanpak en het invullen van het bijbehorende A3-formulier door leerlingen.

- Observaties van de drie presentaties van respectievelijk het gekozen onderwerp, het plan van aanpak en de poster.

3. *Schriftelijke producten van leerlingen*

Gedurende het onderzoek ontstaat een aantal door leerlingen gemaakte producten. Deze zijn:

- Learner reports: Leerlingen hebben vooraf en achteraf aangegeven of ze beter of minder goed zijn geworden met betrekking tot het beheersen van een twaalfal onderzoeksvaardigheden (tabel 1). Ook is er ruimte opengelaten op de reports waarop leerlingen opmerkingen kunnen noteren.
- A3-formulier voor het kiezen van een onderwerp. Tijdens de brainstormsessie, waarin voor een bepaald onderwerp wordt gekozen, noteren leerlingen op het formulier de ingebrachte onderwerpen en hun uiteindelijke keuze. De docent geeft feedback en tekent dit formulier voor akkoord.
- A3-formulier voor het maken van een plan van aanpak. Tijdens de brainstormsessie, waarin voor een bepaald plan van aanpak wordt gekozen, noteren leerlingen op het formulier de ingebrachte plannen van aanpak en hun uiteindelijke keuze. De docent geeft feedback en tekent dit formulier voor akkoord.
- Logboeken: Tijdens de uitvoering van hun eigen onderzoek rapporteren de leerlingen over hun voortgang met behulp van een voorbedrukt logboek. In het logboek noteren de leerlingen de taakverdeling in de groep, het onderwerp waaraan ze werken, de gemaakte afspraken, vragen die besproken worden, gesignaleerde problemen en vragen die de groep met de docent wil bespreken. De docent controleert het logboek, geeft feedback en zet een paraaf voor akkoord.
- Posters: De poster is het eindproduct van het uitgevoerde onderzoek door de leerlingen. Leerlingen kiezen centrummaten en grafische representaties bij hun verzamelde onderzoeksgegevens, vatten de resultaten samen en trekken conclusies.

4. *Door docenten geleverde feedback*

- Schriftelijke feedback door docenten: Docenten hebben tussentijds op een voorbedrukt formulier feedback gegeven op de voortgang van de groepen. Docenten vragen of leerlingen volgens het opgestelde plan werken, of het plan bijgesteld moet worden, of elke leerling zijn taak goed uitvoert, of er wijzigingen binnen de groep zijn, of de groep voldoende tijd heeft om het onderzoek uit te voeren en of de leerlingen voldoende informatie (zowel qua kennis als qua organisatie) hebben om de taken uit te voeren.
- Docentrapportages over hun ervaringen: Achteraf vullen de docenten een vragenlijst in, waarin gevraagd wordt naar de normale gang van zaken tijdens de wiskundelessen en naar de verschillen van het werken door leerlingen tijdens de uitvoering van het onderwijsontwerp.

4.4 Analyse van onderzoeksgegevens

Voor de analyse van de onderzoeksgegevens worden de onderzoeksvragen (zie § 1) in relatie tot de databronnen vermeld. Hierbij zijn de databronnen cursief gedrukt.

Onderzoeksvraag 1

- Na de voorbereidende fase blijken de mate van beheersing en het functioneel kunnen gebruiken van de statistische voorkennis uit de *schriftelijke toets*.
- Alle posters zijn geanalyseerd op de vraag of de gekozen centrummaten en grafische representaties in overeenstemming zijn met de door leerlingen gevonden data.

Onderzoeksvraag 2

Zowel in de voorbereidende fase als tijdens de uitvoering van het onderwijsontwerp worden leerlingen *geobserveerd* terwijl zij werken met een statistisch computerprogramma.

- Kunnen leerlingen centrummaten uitrekenen bij de gegevens die ze invoeren?
- Kunnen leerlingen grafische representaties tekenen bij de ingevoerde gegevens?
- Vragen leerlingen om hulp tijdens het werken met het computerprogramma?
- Treden er stagnaties op tijdens het werken met het computerprogramma?

Onderzoeksvraag 3

- Op grond van *A3-formulieren*, de *presentaties* van onderwerpen en *groepsobservaties* wordt nagegaan of leerlingen zelfstandig tot de keuze van een onderwerp komen.
- Slagen de leerlingen erin om zelfstandig een plan van aanpak op te stellen (*A3-formulier, groepsobservaties, presentaties* van de plannen)? In welke mate wordt het plan van aanpak beïnvloed door de feedback van de docent? (*observaties*)
- Slagen de leerlingen erin om zelfstandig een plan van aanpak uit te voeren (*observaties, logboeken*)? Hoe beïnvloedt de feedback van de docent de voortgang van het verloop? (*feedback op de voortgang, observaties*)
- Kunnen leerlingen hun gegevens invoeren in en verwerken met een statistisch computerprogramma? (*observaties, posters*)
- Kloppen de gekozen centrummaten en grafische representaties met de data en de onderzoeksvragen? (*posters, presentaties van de posters*)
- Kloppen de conclusies op de posters met de verzamelde data en onderzoeksvragen? (*posters, presentaties van de posters*)

Onderzoeksvraag 4

- In welke mate zijn leerlingen bereid en in staat om te monitoren over de voortgang? (*logboeken, observaties*)
- Zijn leerlingen in staat om aan te geven wat hun ontwikkeling is geweest? (*learner reports*)

Onderzoeksvraag 5

- Treden er stagnaties op bij het uitvoeren van eigen onderzoek volgens het onderwijsontwerp? (observaties, logboeken, feedback door de docent, opmerkingen van leerlingen op learner reports)
- Zijn leerlingen gemotiveerd om aan hun eigen onderzoek te blijven werken? (vragenlijst docenten, observaties, opmerkingen van leerlingen aangegeven op learner reports)

5. Resultaten

In deze paragraaf worden resultaten gepresenteerd met betrekking tot de onderzoeksvragen.

Gebruiken van statistische kennis

In de voorbereidende fase blijken de groepjes leerlingen voldoende kennis (Weten dat, zie hoofdstuk 2) van statistische begrippen en grafische representaties te hebben opgedaan om met een opdracht als deze aan de slag te kunnen. Dit betekent dat leerlingen centrummaten kunnen berekenen en verschillende grafische representaties kunnen tekenen, zoals cirkel- en staafdiagrammen, maar ook boxplots en puntenwolken. Een voorbeeld van wat leerlingen op een poster zetten, staat in het kader hieronder.

Zakgeld: Hoeveel zakgeld krijgen leerlingen in 3 havo en waar geven ze het geld aan uit? Resultaten: 44 leerlingen Gemiddelde = € 44,60 Mediaan = € 30,- Modus = € 30,- Min = € 0 Max = € 100,- Conclusie: Aan de uitslagen is te zien, dat de gemiddelde leerling zo'n € 40,- aan kleding/zakgeld krijgt.
--

In de opdracht voor de leerlingen (zie § 4.2) staat dat leerlingen een verband tussen twee variabelen moeten onderzoeken. Op de posters is te zien dat dit in de meeste gevallen niet is gelukt. Bijvoorbeeld bij het onderzoek met als vraag: 'Wat is de kleur van de ogen van de leerlingen in 3 havo?' is het lastig een verband aan te geven, omdat er maar één variabele is. Een betere onderzoeksvraag zou bijvoorbeeld geweest zijn: 'Hebben blonde leerlingen vaker blauwe ogen dan leerlingen met donker haar?' Dan zijn er twee variabelen (kleur ogen en haarkleur), waar een verband tussen gezocht kan worden.

Werken met een statistisch computerprogramma

Hoewel de leerlingen in de voorbereidende fase goed kunnen werken met het programma VU-Statistiek, is er bij het uitvoeren van hun eigen onderzoek een aantal stagnaties. Leerlingen vergeten hoe ze gegevens in moeten voeren en hoe ze vervolgens een cirkel- of staafdiagram kunnen krijgen. Een aantal groepjes stapt daarom over naar het werken met het voor hen meer bekende programma Excel om grafische representaties toe te kunnen voegen aan de posters. Mede dankzij de aanwezigheid van voldoende computers in het computerlokaal en de mediatheek hebben alle groepjes één of meer (kleurige) diagrammen als grafische weergave van de data kunnen opnemen.

Leerlingen voeren eigen onderzoek uit

- In een geanimeerde discussie kiezen leerlingen het onderwerp dat ze het leukst en meest interessant vinden om uit te zoeken. Leuk heeft niet alleen te maken met een voor de leerlingen aansprekend onderwerp, maar ook of ze voor het verzamelen van data het lokaal uit mogen om bijvoorbeeld leerlingen uit andere klassen te interviewen. Voorbeelden van gekozen onderwerpen door leerlingen zijn: 'Wat is de kleur van de ogen van de leerlingen in 3 havo?', 'Welk merk tandpasta gebruiken de leerlingen in 3 havo?' en 'Wat is het favoriete drankje van leerlingen in 3 havo?'. De feedback door de docent is vooral nodig om de onderzoeksvraag duidelijk te krijgen. Vaak gaat dit door het stellen van vragen, zoals: 'Wat willen jullie precies weten?', 'Welke vragen stellen jullie daarvoor op?' en 'Kunnen jullie aan informatie komen over dit onderwerp?'. In een aantal gevallen moeten leerlingen een ander onderwerp kiezen, omdat er anders te veel van dezelfde onderwerpen onderzocht worden of omdat er geen geschikte data verzameld kunnen worden in klas of op school. De presentaties zijn in het algemeen erg kort en bedoeld om leerlingen te laten verwoorden waarom ze een bepaalde keuze hebben gemaakt.
- Het invullen van het A3-formulier voor het plan van aanpak verloopt zonder problemen. Leerlingen overleggen samen over het meest geschikte plan van aanpak. Feedback door de docent op het plan van aanpak gaat vragenderwijs, met vragen als: 'Moeten jullie alle leerlingen van de hele school ondervragen?', 'Hoe gaan jullie informatie verzamelen?' en 'Lukt het met dit plan in de aangegeven tijd?'. Een plan van aanpak wordt zelden afgekeurd door de docent, ook wordt er zelden om een meer uitgebreid plan gevraagd. De presentaties van de plannen zijn erg kort en bedoeld om de werkwijzen uit te leggen. De voorstructurering van het uit te voeren onderzoek blijkt nuttig, omdat altijd eenvoudig kan worden teruggekeken naar de vorige stap in het onderzoek. De docent kan verwijzen naar het plan van aanpak, mede daar deze op papier is vastgelegd.
- Dankzij de feedback door de docent is het mogelijk om tijdig bij te sturen, zodat voortgang in het onderzoek wordt gewaarborgd. Zo moet een aantal groepjes aangespoord worden om te beginnen met het verwerken van de gegevens, omdat ze anders in tijd-

nood zullen komen. Het moment van de presentatie van de poster staat immers vast. Andere groepjes wordt geadviseerd de taken te verdelen, omdat anders het werk niet afkomt.

- Het invoeren en verwerken van data met behulp van het computerprogramma VU-Statistiek kent enkele stagnaties. Zoals eerder genoemd weet een aantal groepjes niet meer hoe ze gegevens in moeten voeren en hoe ze vervolgens berekeningen kunnen uitvoeren of grafische representaties kunnen krijgen. Deze groepjes gaan over op het werken met Excel, waar ze al meer ervaring mee hebben.
- Op de posters is te zien dat leerlingen regelmatig voor een puntenwolk kiezen om hun data te representeren. Met heel weinig waarnemingen heeft dit geen zin. Leerlingen kunnen in zo'n geval beter voor een staafdiagram kiezen. Regelmatig is op de posters ook informatie te lezen die niet van belang is voor het beantwoorden van de onderzoeksvraag. De groep die heeft onderzocht hoeveel broodjes leerlingen meenemen naar school, plakt bijvoorbeeld een tekst op de poster over hoe brood wordt gemaakt.
- Leerlingen kunnen conclusies trekken uit hun onderzoek. Deze conclusies zijn vaak eenvoudig van aard, omdat er geen verband tussen data wordt gevonden. De meeste groepjes hebben niet gezocht naar verbanden tussen hun onderzoeksgegevens en het is docenten ook niet gelukt hen deze kant op te sturen. Bij het groepje dat een verband heeft onderzocht tussen de afstand tot school en het tijdstip van het naar bed gaan 's avonds is dit wel gelukt. Dit groepje vindt dat leerlingen niet eerder gaan slapen, naarmate ze verder van school wonen. Een ander groepje heeft de kleur ogen onderzocht van de leerlingen in de derde klassen en vindt slechts aantallen en percentages.
- In het ingekaderde voorbeeld op pagina 45 kiezen de leerlingen ervoor om in de conclusie op de poster met het gemiddelde hun onderzoeksgegevens samen te vatten, terwijl de modus hier een betere keuze is. Vanwege een aantal uitschieters in de data wordt door het gebruik van het gemiddelde een verkeerd beeld van de data gegeven. Op meer posters zijn verkeerde conclusies getrokken. Dit heeft zeer sterk te maken met het feit dat leerlingen niet altijd op een juiste manier gebruik maken van de statistische begrippen en grafische representaties.

Monitoren en reflecteren

- Uit groepsobservaties blijkt dat leerlingen in verschillende fasen van de onderzoekscyclus regelmatig de voortgang bespreken en op die manier zicht krijgen op hun eigen inbreng. Vragen die worden gesteld zijn: 'Wat hebben we nu gedaan?' en 'Wat moeten we nog doen?' Wegens de onderlinge taakverdeling, waarbij de leerlingen elk een eigen taak hebben, ontbreekt het soms aan de noodzakelijke uitwisseling van gegevens en kennis. Leerlingen die op de computer gegevens hebben verwerkt en grafische representaties hebben gemaakt, overleggen vaak niet over de gekozen weer-gave van data met de leerlingen

die een andere taak hebben. De logboeken worden meestal snel en onvolledig ingevuld en zijn niet een vanzelfsprekend onderdeel bij het doorlopen van de onderzoeksacyclus.

- In tabel 2 is een samenvatting van de learner reports te lezen, waarin leerlingen zelf rapporteren over de onderzoeksvaardigheden die ze al dan niet hebben geleerd tijdens de uitvoering van het onderwijsontwerp. In tabel 2 staan twaalf onderzoeksvaardigheden waarover leerlingen rapporteren. Naast een aantal algemene onderzoeksvaardigheden (zoals 'Taken verdelen', 'Afspraken maken' en 'Afspraken nakomen' met betrekking tot het werken in groepen), gaat het hierbij om vaardigheden die voor statistische doelen worden gebruikt, zoals 'Gegevens verzamelen'. De nadruk ligt daarbij op het verwerken van data met behulp van statistiek en op het interpreteren van deze data, zoals de vaardigheden 'Gegevens verwerken tot een verhaal', 'Een werkstuk maken' en 'Een presentatie houden'. Vóór de uitvoering van het onderwijsontwerp hebben leerlingen aangegeven in welke mate ze deze vaardigheden beheersen. Ná de uitvoering van het onderwijsontwerp hebben ze dat nog een keer gedaan. Hiermee geven leerlingen zelf aan wat hun ontwikkeling van de betreffende vaardigheden is. In de tabel is G='Goed', NG='Niet Goed' en WN='Dat weet ik niet'. In de tabel staan absolute aantallen en percentages. De percentages staan tussen haakjes en zijn cursief gedrukt.

Hoewel er sprake was van een korte tijdsperiode, twee dagen, hebben de leerlingen toch bij bepaalde activiteiten zelf een duidelijke vooruitgang gerapporteerd. Hieronder is een aantal vaardigheden uitgelicht:

1. *Taken verdelen*: 67% van de leerlingen geeft aan deze taak zowel vooraf als na uitvoering van het ontwerp goed te beheersen (G→ G). Na uitvoering van het onderwijsontwerp komt er nog 20% bij (NG→ G samen met WN→ G).
2. *Plannen*: 53% van de leerlingen geeft aan deze taak zowel vooraf als na uitvoering van het ontwerp goed te beheersen (G→ G). Na uitvoering van het onderwijsontwerp komt er nog 28% bij (NG→ G samen met WN→ G).
3. *Afspraken maken*: Maar liefst 73% van de leerlingen geeft aan deze taak zowel vooraf als na uitvoering van het ontwerp goed te beheersen (G→ G). Na uitvoering van het onderwijsontwerp komt er nog 8% bij (NG→ G samen met WN→ G), terwijl 12% van de leerlingen aangeeft na de uitvoering van het ontwerp niet goed te zijn in het maken van afspraken (G→ NG, NG→ NG en WN→ NG samen).
4. *Gegevens verzamelen via internet*: 58% van de leerlingen geeft aan deze taak zowel vooraf als na uitvoering van het ontwerp goed te beheersen (G→ G). 16% van de leerlingen is echter van mening dat, hoewel ze dachten goed op internet te kunnen zoeken naar gegevens, dit in de praktijk bleek tegen te vallen (G→ WN).
5. *Inschatten hoe lang iets gaat duren*: 19% van de leerlingen geeft aan deze taak zowel vooraf als na uitvoering van het ontwerp goed te beheersen (G→ G). Na uitvoering van het onderwijsontwerp komt er nog 30% bij (NG→ G en WN→ G). Dit blijkt voor leerlingen een moeilijke activiteit te zijn. Er is een flinke groei, maar 29% blijft dit lastig vinden.

Tabel 2. Onderzoeksvaardigheden onderwijsontwerp voor 3 havo in absolute aantallen en in procenten

Voor en na → ↓ Vaardigheden	G → G	G → NG	G → WN	NG → G	NG → NG	NG → WN	WN → G	WN → NG	WN → WN
1. Taken verde- len	51 (67)	2 (3)	2 (3)	2 (3)	0 (0)	1 (1)	13 (17)	3 (4)	2 (3)
2. Plannen wat er moet ge- beuren	41 (53)	2 (3)	3 (4)	11 (14)	5 (6)	1 (1)	11 (14)	1 (1)	2 (3)
3. Afspraken maken	57 (73)	8 (10)	3 (4)	3 (4)	1 (1)	1 (1)	3 (4)	1 (1)	1 (1)
4. Gegevens verzamelen via internet	45 (58)	5 (6)	12 (16)	2 (3)	2 (3)	0 (0)	9 (12)	1 (1)	1 (1)
5. Afspraken nakomen	48 (63)	4 (5)	7 (9)	3 (4)	2 (3)	1 (1)	8 (11)	1 (1)	2 (3)
6. Inschatten hoe lang iets gaat duren	15 (19)	4 (5)	7 (9)	13 (17)	16 (21)	5 (6)	10 (13)	2 (3)	5 (6)
7. Gegevens verzamelen in bibliotheek/ mediatheek	41 (53)	2 (3)	9 (12)	6 (8)	5 (6)	1 (1)	7 (9)	2 (3)	5 (6)
8. Overleggen	52 (68)	7 (9)	6 (8)	3 (4)	0 (0)	1 (1)	4 (5)	1 (1)	2 (3)
9. Gegevens verwerken tot een verhaal	32 (42)	3 (4)	4 (5)	12 (16)	4 (5)	3 (4)	13 (17)	3 (4)	3 (4)
10. Een werkstuk maken	57 (74)	0 (0)	1 (1)	5 (6)	2 (3)	1 (1)	9 (12)	1 (1)	1 (1)
11. Een presen- tatie houden	19 (25)	4 (5)	3 (4)	9 (12)	13 (17)	10 (13)	9 (12)	3 (4)	6 (8)
12. Nagaan waarom iets fout gaat als het fout gaat	22 (29)	0 (0)	6 (8)	10 (13)	1 (1)	8 (10)	13 (17)	5 (6)	12 (16)

6. *Gegevens verwerken tot een verhaal*: 42% van de leerlingen geeft aan deze taak zowel vooraf als na uitvoering van het onderwerp goed te beheersen (G→G). Na uitvoering van het onderwijsontwerp komt er nog 33% bij (NG→G en WN→G). Een mooie toename, waarschijnlijk te danken aan het moeten concluderen en samenvatten op een poster.
7. *Presentatie houden*: 25% van de leerlingen geeft aan deze taak zowel vooraf als na uitvoering van het ontwerp goed te beheersen (G→G). Na uitvoering van het onderwijsontwerp komt er nog 24% bij (NG→G en WN→G). Een verdubbeling van het vertrouwen.
8. *Nagaan waarom iets fout gaat als het fout gaat*: 29% van de leerlingen geeft aan deze taak zowel vooraf als na uitvoering van het onderwerp goed te beheersen (G→G). Na uitvoering van het onderwijsontwerp komt er nog 30% bij (NG→G en WN→G). 34% van de leerlingen weet na uitvoering niet of ze deze taak goed of niet goed beheersen (naar WN).

Kenmerken van het onderwijsontwerp

- De aangeboden onderzoekscyclus voor de uitvoering van eigen onderzoek door leerlingen werkt goed. Het kiezen van een onderwerp, het schrijven van een plan van aanpak, de feedback op de voortgang en ten slotte het maken van het eindproduct levert in het algemeen weinig problemen op. Een aantal kenmerken van het onderwijsontwerp is minder goed. Ten eerste is in de voorbereidende fase geen aandacht voor de keuze van statistische begrippen en grafische representaties. Leerlingen weten soms niet welke centrummaat ze moeten gebruiken en waarom juist deze centrummaat. Hetzelfde geldt voor de keuze van een grafische representatie. Ten tweede ontbreekt het vanzelfsprekend noteren in het logboek zodat leerlingen onvoldoende samen overdenken wat ze in het groepje doen en waarom ze dat zo doen. Ten derde beheersen de leerlingen het computerprogramma VU-Statistiek onvoldoende, zodat ze tijdens het doorlopen van de onderzoekscyclus besluiten over te gaan op het computerprogramma Excel, wat ze wel voldoende beheersen.
- De posters die klaar zijn komen in het wiskundelokaal te hangen. De posters blijven een aantal weken in het lokaal hangen. Dit laatste, omdat leerlingen erg trots zijn op hun werk. Een leerling vraagt of de poster nog blijft hangen, omdat ze haar vriendinnen uit een andere klas de poster wil laten zien. In de learner reports geven leerlingen aan dat ze het uitvoeren van eigen onderzoek leuk vinden en dat dit vaker zou moeten. Bovendien geven de meeste leerlingen aan dat ze het samenwerken met medeleerlingen één van de leukste aspecten van de opdracht vinden. Mede door voorgaande opmerkingen, maar ook door het feit dat docenten aangeven dat deze leerlingen tijdens de 'gewone' wiskundelessen soms moeilijk aan het werk te krijgen zijn, zijn de docenten aangenaam verrast door de inzet en de motivatie van hun leerlingen.

6. Conclusies en discussie

Terugkijkend naar de centrale probleemstelling (zie § 1) is te concluderen dat met de uitvoering van het onderwijsontwerp door leerlingen een bijdrage is geleverd aan de operationalisering van statistische onderzoeksvaardigheden. Statistische onderzoeksvaardigheden zijn gedefinieerd als dimensie van 'statistical literacy' of 'statistical thinking' en gekoppeld aan leerlingactiviteiten. Wild en Pfannkuch (1999) noemen:

'In many research environments, statistical thinking is like breathing – everyone does it all the time, seldom being aware that it is happening. Statistics, the discipline, should be teaching people to 'breathe' more effectively' (Wild & Pfannkuch, p. 246).

Door het invullen van de learner reports lijken leerlingen zich meer bewust van de problemen die zich kunnen voordoen bij het zelfstandig uitvoeren van onderzoek, maar ook van hun eigen sterke en zwakke punten op dit gebied. Het aanbieden van een onderzoekscyclus is goed, maar het interpreteren van data met statistische begrippen blijft lastig, evenals het monitoren door leerlingen van het eigen leerproces. Er is een leertraject ontwikkeld waarbij leerlingen in 3 havo, die beginnen met statistiek en vaak minder gemotiveerd voor wiskunde zijn, erin geslaagd zijn een onderwerp te kiezen dat ze aansprak. Ze hebben in overleg een plan van aanpak geschreven en ten slotte hebben ze gemotiveerd hun eigen statistisch onderzoek uitgevoerd. In deze hoedanigheid is het ontworpen onderwijsontwerp, met een aantal aanpassingen, geschikt als onderdeel van een langer leertraject met betrekking tot onderzoeksvaardigheden.

Voor leerlingen is het van belang dat ze weten dat er een bij de data passende centrummaat en grafische representatie gebruikt moet worden. Dit onderzoek laat zien dat als het *weten dat* in orde is, dit niet hoeft te betekenen dat ook het *weten hoe* wordt beheerst door de leerlingen. Leerlingen kunnen centrummaten uitrekenen en grafische representaties tekenen, maar de gevonden conclusies bij het uitgevoerde onderzoek door leerlingen zijn niet altijd de juiste conclusies. Dit laatste is bekend uit de literatuur. Volgens Konold en Poltsek (2002) kunnen leerlingen wel een centrummaat berekenen, maar hebben zij er geen notie van hoe ze deze centrummaat kunnen toepassen en interpreteren. Hoewel in de opdracht staat dat leerlingen een verband tussen twee variabelen moeten onderzoeken, komt dit onvoldoende uit de verf. Enerzijds is dit te wijten aan onvoldoende voorbereiding op het vinden van verbanden: in de voorbereidende fase komt geen verband tussen variabelen aan de orde. Anderzijds moet de docent meer sturen bij de keuze van het onderwerp en eerder ingrijpen als de onderzoeksvraag zich beperkt tot een telprobleem. Docenten hebben vaak geen ervaring met het begeleiden van statistisch onderzoek en ook in de docentenopleiding is de aandacht voor het begeleiden van statistisch onderzoek gering of zelfs niet aanwezig. Voor docenten is het daarom lastig om leerlingen zo te sturen dat er wel een goede onderzoeksvraag ontstaat, een vraag waaruit een verband tussen variabelen naar voren komt.

Een aantal van de gesignaleerde problemen tijdens de uitvoering van het onderwijsontwerp, zoals het aangeven van een verband bij de keuze van een onderwerp, het invullen van het logboek, het introduceren van statistische kennis en begrippen en het interpreteren van centrummaten, zouden op te lossen zijn als de docent meer sturend aanwezig was geweest. Dit is op te lossen door docenten te betrekken bij het ontwikkelen van het onderwijsontwerp. Hoe meer een docent weet wat er van hem verwacht wordt, des te beter hij de leerlingen kan begeleiden tijdens het uitvoeren van hun eigen onderzoek.

In het onderhavige onderzoek werken de leerlingen met vooraf besproken statistische kennis en begrippen. Volgens onderzoek door Van Gerwen (2005) uitgevoerd, in klassen 4 havo, moeten wiskundige begrippen goed ontwikkeld zijn. Als er veel tijd nodig is om de begrippen aan leerlingen uit te leggen tijdens het doorlopen van de onderzoeks cyclus, komt het onderzoeksaspect in het geheel niet uit de verf. Volgens Van der Sanden e.a. (2000) echter, kunnen statistische concepten zich al werkende aan onderzoeksopdrachten ontwikkelen. Leerlingen werken op deze wijze aan de groei van hun 'weten' en 'kunnen' in onderlinge samenhang. Hoewel leerlingen centrummaten kunnen berekenen en grafische representaties kunnen tekenen, is het functioneel gebruik van statistische kennis nog lastig. Als de statistische kennis en begrippen pas aan de orde komen als leerlingen hierom vragen, kunnen deze leerlingen de kennis wellicht eenvoudiger toepassen in andere situaties en kunnen ze resultaten beter interpreteren.

Ten slotte moet opgemerkt worden dat door de taakverdeling de vaak noodzakelijke uitwisseling van gegevens en kennis ontbreekt, waardoor niet elke leerling in een groepje even goed op de hoogte is. Daarom moet gestreefd worden naar een situatie waarin leerlingen wel de noodzaak inzien van het uitwisselen van gegevens en kennis. Dit kan bijvoorbeeld door het afnemen van een afsluitende toets waarin kennis en vaardigheden worden getoetst.

Leerlingen maken met name gebruik van de computer voor het verwerken van gegevens en het krijgen van grafische representaties van deze gegevens. Het redeneren met de beschikbare statistische kennis komt hier wat minder goed uit de verf. McClain en Cobb (2001) of Bakker en Gravemeijer (2002) weten dit met hun educatieve computerprogramma's wel te bewerkstelligen. Tijdens het werken met deze educatieve computerprogramma's worden statistische begrippen ontwikkeld, bij VU-Statistiek en Excel is dit niet het geval. VU-Statistiek en Excel zijn beide dataverwerkingsprogramma's, waarbij VU-Statistiek speciaal voor het voortgezet onderwijs is gemaakt. VU-Statistiek kent minder keuzemogelijkheden dan Excel en is daarom meer gebruikersvriendelijk voor de doelgroep. In dit onderzoek blijken leerlingen echter vaak niet meer te weten hoe ze met VU-Statistiek moeten werken. Ze stappen over op het werken met Excel tijdens het uitvoeren van hun eigen onderzoek, omdat Excel bekend is.

Het verwerken van gegevens met de computer is nuttig, omdat leerlingen vaak werken met veel gegevens en het uitrekenen met de hand te tijdrovend zou zijn. Bovendien leren

leerlingen hun kennis toe te passen door te werken met dergelijke computerprogramma's. Voor een betere implementatie van het computerprogramma is het aan te bevelen om het computerpracticum te integreren in het onderwijsontwerp; leerlingen werken dan aan het computerpracticum als ze eraan toe zijn en niet voorafgaande aan de uitvoering van het onderwijsontwerp. Leerlingen hebben de nodige informatie bij de hand en hoeven niet over te schakelen op een ander computerprogramma.

De aangeboden onderzoeksacyclus (Millar, 1989; Pijls e.a., 2000; Van Rens & Dekker, 2000) werkt goed voor de leerlingen. Belangrijk hierbij is, dat leerlingen *zelf* een onderwerp kiezen. Hierdoor wordt het onderzoek in de ogen van de leerlingen interessant en van belang, zoals Van Rens (2005) aangeeft. Mogelijk kan er met minder formulieren gewerkt worden, hoewel deze formulieren wel informatie geven over de gemaakte keuzes door leerlingen. Dit betekent bijvoorbeeld dat er geen voorbedrukte bladen hoeven te komen voor het kiezen van het onderwerp en het plan van aanpak. Bovendien is aan te bevelen om vakoverstijgend eenzelfde onderzoeksacyclus te hanteren, wat voor leerlingen de samenhang tussen vakken bevordert en de herkenbaarheid van de verschillende onderzoeksfasen verbetert.

In dit onderzoek ontbreekt het noteren in het logboek bij de meeste groepjes, waardoor het logboek niet functioneert zoals bedoeld. Door middel van het logboek kunnen leerlingen terugkijken op hun werk en hun manier van werken. Van Streun (2001) noemt het reflecteren en monitoren een goede strategie om de eigen onderzoeksvaardigheden te expliciteren en te ontwikkelen (*weten over weten*). Het bijhouden van een logboek zou hierbij van waarde kunnen zijn. Harskamp et al. (2000) benadrukken dat alleen bij een goed opgebouwd leerproces leerlingen vorderingen maken op weg naar het einddoel. Het is daarom aan te bevelen om voor het invullen van het logboek standaard een vast moment in de les vrij te maken. Het logboek wordt op deze manier geïntegreerd in het onderwijsontwerp, en wordt voor de leerlingen een vanzelfsprekend onderdeel van het onderwijsontwerp. In de learner reports rapporteren leerlingen zelf over de onderzoeksvaardigheden die ze al dan niet hebben geleerd tijdens de uitvoering van het onderwijsontwerp. Het is echter niet te zeggen of leerlingen de volgens hen zelf geleerde onderzoeksvaardigheden ook in een andere probleemstelling kunnen toepassen.

Gedurende de uitvoering van eigen onderzoek door leerlingen zijn de docenten een belangrijk aanspreekpunt. De feedback door docenten op de keuze voor het onderwerp, het plan van aanpak en op de voortgang blijkt voor deze groep leerlingen stimulerend en is daarom nuttig. Docenten geven aan dat de leerlingen tijdens 'gewone' wiskundelessen soms moeilijk aan het werk te krijgen zijn, maar dat ze een uitstekende inzet hebben getoond en gemotiveerd aan het werk waren. Leerlingen geven zelf ook aan, dat ze het samenwerken aan een zelf gekozen onderwerp leuk vinden en dat dergelijke onderzoeksopdrachten vaker gegeven zouden moeten worden. Het is niet ondenkbaar dat deze andere manier van werken impliceert, dat leerlingen sowieso al meer gemotiveerd aan het werk gaan dan tijdens 'gewone' wiskundelessen. Bovendien is het resultaat (de poster)

van het werk eerder zichtbaar en daarom beter te overzien dan het afwachten tot het proefwerk over een hoofdstuk.

De geconstateerde knelpunten geven inzicht in de begripsproblemen van leerlingen en in de implementatieproblemen in de klas. De aanpak, die berust op het laten uitvoeren van statistische onderzoeksprojecten in de klas, blijkt in een groot aantal opzichten succesvol. Een nog onbeantwoorde vraag betreft die van een curriculum voor de ontwikkeling van statistische onderzoeksvaardigheden van klas 1 tot en met klas 5 havo/6 vwo. Er zal dan een programma ontworpen moeten worden van onderzoeksprojecten met toenemende complexiteit. In dit onderzoek lijkt het erop dat niet alle leerlingen aanspreekbaar zijn voor een onderzoek naar een verband tussen twee variabelen. Blijkbaar moeten deze leerlingen eerst een onderzoek uitvoeren waarin ze ervaring opdoen met de spreiding van één variabele. Daarmee is een eerste indicatie verkregen over een mogelijke leerlijn.

English summary

Learning of statistical investigation in 3 havo

In mathematics education, investigative skills are trained more and more using especially designed instruction material. Schools consider the pursuit of a long-term course involving investigative skills from year 1 till 5 havo/6 vwo. This article reports on a research study in which 15-year-old students can develop investigative skills while working on a statistical project. The students chose their own research topic, but had to follow a well-defined research cycle. By way of learner reports, students report on what they have learned about working on their own statistical project. The conclusion is that the research cycle that was presented to them is good enough for the students to work with. However, interpreting data with statistical concepts proved difficult for the students, as did keeping a log book to monitor their own learning process. Moreover, the lack of guidance from the teachers in formulating the research question results in students not being able to find relationships between variables.

Literatuur

- Akker, J. van den (2003a). Dutch secondary curriculum reform between ideals and implementation. In J. van den Akker, W. Kuiper & U. Hameyer (ed.). *Curriculum landscapes and trends* (pp. 55-66). Dordrecht: Kluwer.
- Akker, J. van den (2003b). Curriculum perspectives: An introduction. In J. van den Akker, W. Kuiper & U. Hameyer (ed.). *Curriculum landscapes and trends* (pp. 1-10). Dordrecht: Kluwer.
- Bakker, A. (2004). *Design research in statistics education: On symbolizing and computer tools*. Utrecht: CD- β Press (proefschrift).
- Bakker, A. & Gravemeijer, K.P.E. (2002). Leren redeneren over statistische verdelingen; een ontwikkelingsonderzoek. *Tijdschrift voor Didactiek der β -Wetenschappen*, 19(1-2), 21-39.

- Bransford, J.D., Brown, A.L & Cocking, R.C. (ed.) (2000). *How People Learn*. Washington D.C.: National Academy Press.
- Chance, B.L. (2002). Components of Statistical Thinking and Implications for Instruction and Assessment. *Journal of Statistics Education*, 10(3), 1-18.
- Delmas, R.C. & Liu, Y. (2005). Exploring Students' Conceptions of the Standard Deviation. *Statistics Education Research Journal*, 4(1), 55-82.
- Doerr, H.M. & English, L.D. (2003). A modeling perspective on students' mathematical reasoning about data. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(2), 110-136.
- Donovan, M.S. & Bransford, J.D. (ed.) (2005). *How Students Learn*. Washington D.C.: National Academy Press.
- Gal, I. (2002). Adult's statistical literacy: meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-15.
- Garfield, J.B. & Gal, I. (1999). Teaching and Assessing Statistical Reasoning. In *Developing Mathematical Reasoning*, NCTM, 1999 Yearbook.
- Garfield, J.B. (2003). Assessing statistical reasoning. *Statistics Education Research Journal*, 2(1), 22-38.
- Gerwen, P.J.C. van (2005). *Praktische opdrachten; welke invloed heeft de structuur van de praktische opdracht op het product, het proces en de beleving van leerlingen?* Bètawetenschappelijk onderzoek, Rijksuniversiteit Groningen.
- Goffree, F., Hoorn, M. van & Zwaneveld, B. (2000). *Honderd jaar wiskundeonderwijs*. Leusden: Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren.
- Harskamp, E., Haan, D. de & Streun, A. van (2000). *Praktijkbrochure Praktische opdrachtenwiskunde*. Groningen/Utrecht: GION-RuG, IWI-RuG, FI.
- Kamp, L.J.Th. van der & Kamp, M. van der (1982). *Methodologie van Onderwijsresearch*. Lisse: Swets en Zeitlinger.
- Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (ed.) (2001). *Adding it Up: helping children learn mathematics*. National Research Council. Washington D.C.: National Academy Press.
- Konold, C. & Pollatsek, A. (2002). Data analysis as the search for signals in noisy processes. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(4), 259-289.
- McClain, K. & Cobb, P. (2001). Supporting students' ability to reason about data. *Educational Studies in Mathematics*, 45(1-3), 103-129.
- Millar, R. (1989). *What is 'scientific method' and can it be taught?* In J. Wellington (ed.), *Skills and processes in science education. A critical analysis* (pp 47-62). London: Routledge.
- Mokros, J. & Russell, S.J. (1995). Children's concepts of average and representatives. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(1), 20-39.
- Pfannkuch, M. & Rubick, A. (2002). An exploration of students' statistical thinking with given data. *Statistics Education Research Journal*, 1(2), 4-21.
- Pol, H. J. (ed.) (1997). *Bètablokker-Bronnenboek*. Groningen: Rijksuniversiteit.

- Pollatsek, A., Lima, S. & Well, A.D. (1981). Concept or computation: Students' understanding of the mean. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 191-204.
- Pijls, M., Dekker, R. & Hout-Wolters, B. van (2000). Wiskunde leren met de computer: een onderzoeksopdracht onderzocht. *Tijdschrift voor Didactiek der β -wetenschappen*, 17(1), 31-44.
- Rens, E. van & Dekkers, P. (2000). Leren onderzoeken – de rol van de docent. *Tijdschrift voor Didactiek der β -wetenschappen*, 17(1), 76-94.
- Rens, E.M.M. van (2005). *Effectief scheikundeonderwijs voor 'leren onderzoeken' in de tweede fase van het VWO: Een chemie van willen, weten en kunnen*. Academisch proefschrift. Amsterdam: Vrije Universiteit.
- Rijborz, D. (2003). *Leren onderzoeken: Leerlijnen bij praktische opdrachten in de tweede fase in het profiel 'Economie & Maatschappij'*. Academisch proefschrift, Vrije Universiteit Amsterdam.
- Sanden, J.M.M. van der, Terwel, J. & Vosniadou, S. (2000). New learning in science and technology. In P.R.J. Simons, J.L. van der Linden & T. Duffy (ed.). *New Learning* (pp. 119-140). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Stokking, K.M. & Schaaf, M.F. van der (2000). *Ontwikkeling en beoordeling van onderzoeksvaardigheden. Verslag van een onderzoek in de Tweede Fase VO*. Utrecht, The Netherlands: ICO-ISOR, Utrecht University.
- Streun, A. van (2001). *Het Denken Bevorderen*. Rijksuniversiteit Groningen, rede bij de aanvaarding van het ambt van hoogleraar in de didactiek van de Wiskunde en Natuurwetenschappen.
- Wild, C.J. & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67, 223-265.
- Witterholt, M. & Streun, A. van (2002). Lange lijn in de ontwikkeling van onderzoeksvaardigheden. In J.F. Deinum (ed.), *Werken aan de kwaliteit van onderwijs in de bètavakken; De start van een ontwerpgericht onderzoeksprogramma bètadidactiek* (pp.147-177) . Groningen: Werkgroep Bètadidactiek UCLO/FWN.

Bijlage: Observatieformulier Statistiekproject

Namen leerlingen en functie (voorzitter, notulist, vragensteller, computeraar):			
Groep geobserveerd op (datum)	van	tot	uur
Waar zijn de leerlingen mee bezig (samen of individueel):			
Leerlingen overleggen over:			
Leerlingen hebben hulp nodig (buiten de eigen groep) bij:			
Wat is de invloed van de docent hierbij?			
(Werk)sfeer in de groep:			
Taakverdeling binnen de groep:			

