

# Rekenen over de drempel van PO naar VO

Mieke van Groenestijn, Kenniscentrum Educatie, Hogeschool Utrecht,  
Marjoleine Muit, vo-docente, studente onderwijskunde, Universiteit Utrecht  
Frans Prins, Faculteit Sociale Wetenschappen, Universiteit Utrecht

## Samenvatting

In 2008 is het rapport van de commissie Meijerink 'Over de drempels met taal en rekenen'<sup>10</sup> verschenen. Hierin wordt dringend geadviseerd om de opgedane kennis en vaardigheden die leerlingen verworven hebben op gebied van taal en rekenen in het primair onderwijs te onderhouden en verder te ontwikkelen. Daartoe zijn in de deelrapporten over taal en rekenen uitgebreid doelen geformuleerd en aanbevelingen gedaan. De beleidsreactie van het Ministerie van oc&w ondersteunt dit rapport. Dit wordt een grote opgave voor docenten in het vo. De aansluiting van PO naar VO is voor rekenen een onduidelijk gebied. Op welk niveau stromen leerlingen na de CITO-toets in groep 8 uit naar het VO en op welk niveau komen dezelfde leerlingen binnen in het VO? Zijn er veranderingen te zien in hun oplossingsstrategieën? Deze twee vragen staan centraal in dit onderzoek.

In de periode april 2008 tot november 2008 is in het kader van een Masterthesis voor onderwijskunde aan de UU, onderzoek gedaan naar de rekenvaardigheid van 132 leerlingen in groep 8. In april 2008 is de ABC-toets rekenen voor VO<sup>11</sup> afgenomen in groep 8. Deze toets bestaat uit drie onderdelen: getallen en bewerkingen (blok A), verhoudingen (blok B) en meten/meetkunde (blok C). De resultaten op de toets zijn vergeleken met de resultaten op de CITO-eindtoets. Hierbij is gekeken naar het niveau waarop leerlingen uitstromen naar het VO en naar het gebruik van oplossingsstrategieën bij het onderdeel getallen en bewerkingen. Vervolgens is van dezelfde groep bij 89 leerlingen de toets opnieuw afgenomen in het najaar van 2008 in het VO. Daarbij is gekeken naar veranderingen in het resultaat en in strategieën. Ook zijn er interviews afgenomen met de betrokken leraren van groep 8 en van het VO. Op basis van de verkregen informatie worden conclusies getrokken over de aansluiting rekenwiskunde van PO naar VO. In de laatste fase van het onderzoek zullen nog enkele rekenwiskundemethodes worden vergeleken naar inhoud op het domein getallen en bewerkingen.

## Onderzoeksvraag

De onderzoekshypothese luidt:

Het verschil in rekenvaardigheid tussen de CITO-eindtoets en de brugklas is gemiddeld negatief.

Het vermoeden is dat de rekenvaardigheid van leerlingen in het begin van de brugklas achteruit is gegaan ten opzichte van de resultaten in de tweede helft van groep 8. Tevens lijkt het alsof leerlingen in de brugklassen rekenprocedures en algoritmes minder goed beheersen dan in groep 8. De vraag is of dat werkelijk zo is, en of leerlingen in de tussenliggende tijd van groep 8 naar de brugklas van strategie zijn veranderd. Een vervolgvraag hierop is hoe rekenmethodes in het primair onderwijs en wiskundemethodes in het VO op elkaar aansluiten met betrekking op rekenvaardigheid. Dat leidt tot de volgende meer gedetailleerde onderzoekshypothesen:

1. Er is achteruitgang waar te nemen in rekenvaardigheid in het begin van klas 1 in het VO.

---

<sup>10</sup> Zie literatuurlijst

<sup>11</sup> Zie literatuurlijst

2. Er zijn veranderingen te zien in strategieën op het onderdeel basisvaardigheden.
3. Rekenmethodes PO en wiskundemethodes VO sluiten niet op elkaar aan met betrekking tot rekenvaardigheid.

Deelvragen hieruit voortkomend zijn:

1. Is er sprake van een niveaudaling van de reken- en wiskundige vaardigheid in de eerste klas van het voortgezet onderwijs ten opzichte van midden groep 8?
2. Welke verschillen en overeenkomsten zijn er in het strategiegebruik van de leerlingen bij domein A: getallen en bewerkingen?
3. Hoe is de aansluiting van de rekenmethode in het basisonderwijs op de wiskundemethode in het voortgezet onderwijs met betrekking tot de basisvaardigheden?
4. Wat is de visie van docenten op de aansluitingsproblematiek tussen het basisonderwijs en het voortgezet onderwijs?

In dit artikel wordt alleen ingegaan op de deelvragen 1 en 2.

## Het onderzoek

Het onderzoek bestaat uit drie fasen:

Fase 1: onderzoek in groep 8 na de CITO-eindtoets in de periode april-juni 2008 (N= 132)

Fase 2: onderzoek in de brugklas in het najaar van 2008 (N=85)

Fase 3: analyse van de doorgaande lijn.

In fase 1 en 2 is bij de leerlingen de ABC-toets afgenomen. Ook zijn er gesprekken gevoerd met de leraren van groep 8 en met de betrokken wiskundedocenten in de brugklas.

In fase 3 worden deze gegevens verwerkt. Er is een kwantitatieve en kwalitatieve analyse gemaakt van de leerlingresultaten. De interviews met leraren worden nog verwerkt. Daarbij wordt in fase 3 ook een beperkte methodeanalyse uitgevoerd van het onderdeel getallen en bewerkingen bij de gebruikte rekenmethodes van de PO-scholen in dit onderzoek en de wiskundemethodes in het voortgezet onderwijs.

In dit artikel wordt verslag gedaan van de leerlingresultaten.

## Eerste resultaten

### Kwantitatieve analyse

#### Fase 1: de ABC-toets in groep 8

De ABC-toets rekenen VO is afgenomen op vier scholen in groep 8 in de maanden mei en juni, dus na de CITO-toets. De interne consistentie van de ABC-toets is bij voorafgaande onderzoeken bij een populatie van ruim 10.000 leerlingen<sup>12</sup> gemeten op 0.8.

De resultaten van dit onderzoek tonen een correlatie van 0.724 met de standaardscore van CITO en van 0.776 met het onderdeel rekenen van CITO. Dit komt overeen met eerdere resultaten<sup>13</sup>. Dit is hoog op de schaal van 0 tot 1.

De toets toetst de rekenvaardigheid van leerlingen op drie domeinen:

Blok A: getallen en bewerkingen

Blok B: verhoudingen, breuken, procenten en decimale getallen

Blok C: meten en meetkunde.

Elk blok heeft tien items. Elk item staat voor een bepaalde categorie oefeningen.

---

<sup>12</sup> Zie inspectierapport vo voorjaar 2009

<sup>13</sup> Zie inspectierapport vo voorjaar 2009

## Resultaten jongens - meisjes

Onderstaande resultaten zijn gemeten in eind groep 8.

Er zijn geen significante verschillen gevonden tussen de totaalscores van jongens en meisjes (22,59 vs. 21,10 punten). Ook wanneer wordt gekeken naar de afzonderlijke blokken A, B en C zijn geen significante verschillen waarneembaar. De scores zijn hier respectievelijk 8,02 vs. 7,97 punten, 6,79 vs. 6,74 punten en 6,29 vs. 6,99 punten. Zowel de jongens als de meisjes scoren op onderdeel A gemiddeld het hoogst en op C gemiddeld het laagst. Zie tabel 1.

Sekse	N	Blok A	Blok B	Blok C	Totaal
Meisjes	63	8,02 (1,60)	6,79 (2,20)	6,29 (2,28)	21,10 (5,05)
Jongens	69	7,97 (1,46)	7,64 (1,87)	6,99 (2,02)	22,59 (4,32)

Tabel 1. Gemiddelden (sd) op de ABC-toets van jongens en meisjes in groep 8

## Onderscheid NL, gemengd en niet-NL

Er is gekeken naar verschillen in de resultaten van leerlingen op basis van hun afkomst. De leerlingen zijn ingedeeld in drie categorieën:

Gezinstype 1: een geheel Nederlands gezin

Gezinstype 2: een gemengd gezin. Minimaal een van de ouders of de leerling is van buitenlandse afkomst.

Gezinstype 3: buitenlandse afkomst. Alle leden van het gezin zijn geboren in het buitenland.

De verschillen op de onderdelen A, B en C zijn niet significant. Zie tabel 2. Wel is opvallend dat de zes leerlingen uit gezinstype 3 het hoogst scoren op onderdeel A en het laagst op de onderdelen B en C. De onderdelen B en C doen misschien meer een beroep op de taalvaardigheid van de leerlingen.

Gezinstype	N	Blok A	Blok B	Blok C	Totaal
1	71	8,06 (1,59)	7,25 (1,93)	6,68 (2,11)	21,99 (4,60)
2	55	7,89 (1,46)	7,27 (2,33)	6,64 (2,34)	21,80 (5,09)
3	6	8,17 (1,47)	6,67 (1,03)	6,50 (1,05)	21,33 (2,81)
Totaal	132	7,99 (1,52)	7,23 (2,07)	6,65 (2,17)	21,88 (4,72)

Tabel 2. Gemiddelden (sd) op de ABC-toets in groep 8 naar gezinstype.

## Fase 2: de ABC-toets in de brugklas

Bij het herhalingsonderzoek in de brugklas is onderscheid gemaakt tussen vmbo-leerlingen en hv-leerlingen. Het aantal vmbo-leerlingen was te klein (N=48) om daarbinnen nog een onderverdeling naar leerwegen te maken. De vmbo-groep bestaat wel overwegend uit tl- en th-leerlingen. De hv-groep bestaat uit 41 leerlingen.

Bij de vmbo-leerlingen gaan zowel de meisjes als de jongens op het onderdeel A sterk achteruit, respectievelijk 1,21 en 1,16 punten. Bij blok B en C gaan ze ook achteruit, maar daar zijn de verschillen kleiner. Zie tabel 3.

Bij de hv-leerlingen gaan zowel de meisjes als de jongens achteruit op onderdeel A. Het verschil is groter bij de meisjes dan bij de jongens (respectievelijk 0,93 en 0,26 punten). Op de onderdelen B en C gaan de jongens achteruit, terwijl de meisjes zelfs vooruitgaan. De totale score van de jongens is iets achteruit gegaan (0,93 punten). De totale score van de meisjes is vooruit gegaan (0,61 punten). Zie tabel 4.

Sekse	N		Totalen blok A	Totalen blok B	Totalen Blok C	Totaal
Meisjes	29	PO	7,83 (1,44)	6,21 (1,95)	5,90 (2,09)	19,93 (4,11)
		VO	6,62 (1,61)	5,93 (2,28)	5,45 (1,92)	18,00 (4,62)
Jongens	19	PO	7,84 (1,30)	6,53 (1,68)	5,89 (1,70)	20,26 (3,77)
		VO	6,68 (2,00)	5,74 (2,49)	5,74 (2,33)	18,16 (5,16)
Totaal	48	PO	7,83 (1,37)	6,33 (1,84)	5,90 (1,93)	20,06 (3,94)
		VO	6,65 (1,76)	5,85 (2,34)	5,56 (2,07)	18,06 (4,79)

Tabel 3. Gemiddelden (sd) in het PO en het VO van VMBO-leerlingen.

Sekse	N		Totalen blok A	Totalen blok B	Totalen Blok C	Totaal
Meisjes	18	PO	8,61 (0,92)	7,67 (1,14)	6,78 (2,26)	23,06 (3,30)
		VO	7,78 (1,26)	8,06 (1,39)	7,83 (1,65)	23,67 (3,01)
Jongens	23	PO	8,35 (1,23)	8,61 (1,34)	8,22 (1,24)	25,17 (2,77)
		VO	8,09 (1,78)	8,22 (1,17)	7,96 (1,11)	24,26 (2,77)
Totaal	41	PO	8,46 (1,10)	8,20 (1,33)	7,59 (1,88)	24,24 (3,16)
		VO	7,95 (1,56)	8,15 (1,26)	7,90 (1,36)	24,00 (2,86)

Tabel 4 Gemiddelden (SD) in het PO en het VO van HV-leerlingen.

Vervolgens zijn de resultaten van de VMBO-leerlingen en de HV-leerlingen met behulp van de T-toets voor gekoppelde gemiddelden vergeleken.

De VMBO-leerlingen zijn bij blok A significant achteruit gegaan,  $t(47) = 4,712$ ;  $p < ,001$ . Bij blok B bij en C zijn geen significante verschillen gevonden. Het verschil bij de totaalscore is wel significant,  $t(47) = 4,658$ ;  $p < ,001$ .

Bij de HV-leerlingen zijn geen significante verschillen gevonden.

De eerste resultaten laten zien dat er werkelijk een achteruitgang is vast te stellen bij de leerlingen die naar het VMBO zijn gegaan. Dit kan betekenen dat potentiële VMBO-leerlingen onvoldoende tijd hebben gehad in groep 8 om de leerstof van het PO voldoende te automatiseren.

Bij de HV-leerlingen zijn de verschillen gering, maar het is wel van belang om de ontwikkeling van de leerlingen in de gaten te houden.

## Kwalitatieve analyse

Er is een vergelijking gemaakt van de gebruikte strategieën op de items A1, A3, A4, A6, A8 en A9. Het betreft respectievelijk de basisbewerkingen vermenigvuldigen (met context), optellen (zonder context), aftrekken (zonder context), delen (met context), vermenigvuldigen (zonder context) en delen (zonder context).

De strategieën zijn verdeeld in verschillende categorieën, waaronder traditioneel cijferen, kolomsgewijs rekenen en handig rekenen. Bij de bewerking vermenigvuldigen is de strategie 'herhaald optellen' toegevoegd. Bij delen is de strategie 'er naar toe vermenigvuldigen' toegevoegd. Bij de strategie 'handig rekenen' zijn verschillende vormen onderscheiden.

De resultaten in de volgende paragrafen en de praktijkvoorbeelden geven een indruk van de oplossingsstrategieën van de leerlingen in dit onderzoek. Deze resultaten zullen in fase 3 van dit onderzoek nog worden vergeleken met andere onderzoeken<sup>14</sup>.

<sup>14</sup> Zie bijgevoegde literatuur in de literatuurlijst, o.a. Bolhuis, e.a. (2004), Rademakers (2001, 2004), Rippe (2005) en Vreede (2005)

## Strategieën bij optellen en aftrekken

Bij de bewerkingen optellen en aftrekken rekent een groter deel van de vmbo-leerlingen dan van de hv-leerlingen op de traditionele manier. Bij handig rekenen is dit andersom. Zie tabel 5 en tabel 6. In deze tabellen staan de percentages van de 48 vmbo-leerlingen en de 41 hv-leerlingen die de strategie traditioneel cijferen of handig rekenen gebruikten. Slechts een klein deel van de leerlingen gebruikte een andere strategie.

	trad	handig	overig	geen
VMBO	79,2%	16,7%	4,1%	0,0%
HV	56,1%	43,9%	0,0%	0,0%

Tabel 5a. Strategieën item A3 po.

	trad	handig	overig	geen
VMBO	79,2%	20,8%	0,0%	0,0%
HV	53,7%	41,5%	0,0%	4,8%

Tabel 5b. Strategieën item A3 vo.

	trad	handig	overig	geen
VMBO	91,7%	8,3%	0,0%	0,0%
HV	68,3%	29,3%	0,0%	2,4%

Tabel 6a. Strategieën item A4 po.

	trad	handig	overig	geen
VMBO	83,3%	16,7%	0,0%	0,0%
HV	65,9%	31,7%	0,0%	2,4%

Tabel 6b. Strategieën item A4 vo.

Voor zowel de vmbo-leerlingen als de hv-leerlingen geldt dat de meeste leerlingen dezelfde strategie blijven gebruiken in het voortgezet onderwijs. Zie tabel 7 en tabel 8. Bij de vmbo-leerlingen ligt dit percentage hoger dan bij de hv-leerlingen. Hv-leerlingen veranderen vaker van strategie. Het gaat hierbij met name om veranderingen van traditioneel cijferen naar handig rekenen of andersom. Een deel van de leerlingen gebruikt verschillende vormen van handig rekenen.

	gelijk	trad ↔ handig	handig →	overig	geen
VMBO	83,3%	10,4%	2,1%	4,2%	0,0%
HV	56,1%	29,3%	9,7%	0,0%	4,9%

Tabel 7. Veranderingen strategieën van po naar vo bij item A3.

	gelijk	trad ↔ handig	handig →	overig	geen
VMBO	85,4%	12,5%	2,1%	0,0%	0,0%
HV	70,7%	17,1%	7,3%	0,0%	4,9%

Tabel 8. Veranderingen strategieën van po naar vo bij item A4.

## Praktijkvoorbeelden

Leerling 084 (figuur 1) gebruikt twee vormen van handig rekenen. In het primair onderwijs compenseert hij door 1 van 766 af te halen en deze bij 97999 op te tellen. In het voortgezet onderwijs rijgt hij door eerst 700 op te tellen en daarna 66. Bij de laatste optelling maakt hij een rekenfout.

<p><b>3</b> Reken uit. Laat zien hoe je het uitrekent.</p> <p><b>97999 + 766 =</b></p> <p>98000 + 765 = 98765 de 6 van 766 maak je 5 van en die ene doe je bij 97999 om er 98000 dat is makkelijker</p> <p style="text-align: right;"><span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">98765</span></p>	<p><b>3</b> Reken uit. Laat zien hoe je het uitrekent.</p> <p><b>97999 + 766 =</b></p> <p>97999 + 700 = 98699 98699 + 66 = 98765</p> <p style="text-align: right;"><span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">98765</span></p>
---	--

Figuur 1. Leerling 084 (HV), item A3, compenseren → rijgen

Leerling 091 (figuur 2) komt met twee verschillende strategieën tot het goede antwoord. In het primair onderwijs telt ze de getallen op de traditionele manier bij elkaar op. In het voortgezet onderwijs telt ze op met behulp van splitsen van honderdtallen, tientallen en eenheden.

<p><b>3</b> Reken uit. Laat zien hoe je het uitrekent.</p> <p><b>97999 + 766 =</b></p> <p style="text-align: center;"> <math display="block">\begin{array}{r} 97999 \\ 766+ \\ \hline 98765 \end{array}</math> </p> <p style="text-align: right;"><span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">98765</span></p>	<p><b>3</b> Reken uit. Laat zien hoe je het uitrekent.</p> <p><b>97999 + 766 =</b></p> <p>9 + 6 = 15 90 + 60 = 150 900 + 700 = 1600 97000 + 1600 + 150 + 15 = 98765</p> <p style="text-align: right;"><span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">98765</span></p>
---	---

Figuur 2. Leerling 091 (HV), item A3, traditioneel → splitsen

Leerling 039 (figuur 3) gebruikt in het primair onderwijs een bijzondere manier van splitsen. Het klopt niet wat hij opschrijft, maar hij komt wel goed uit. Hij doet eerst  $302 - 56$ , zet een 7 voor het antwoord en haalt er vervolgens nog 1400 van af. In het voortgezet onderwijs lijkt het erop dat hij de getallen op de traditionele manier van elkaar af wil halen, maar haalt steeds het laagste getal van het hoogste getal af. Het wordt niet duidelijk of hij wel op de traditionele manier kan aftrekken. Hij schrijft het onder elkaar op, maar maakt geen zichtbaar gebruik van onthouden.

<p>4 Reken uit. Laat zien hoe je het uitrekent.</p> <p>7302 - 1456 =</p> $\begin{array}{r} 302 \\ 56 - \\ \hline 7246 \\ 1400 - \\ \hline 5846 \end{array}$ <div style="border: 1px solid black; width: 60px; height: 40px; margin: 10px auto; text-align: center; line-height: 40px;">5846</div>	<p>4 Reken uit. Laat zien hoe je het uitrekent.</p> <p>7302 - 1456 =</p> $\begin{array}{r} 7302 \\ 1456 - \\ \hline 6154 \end{array}$ <div style="border: 1px solid black; width: 60px; height: 40px; margin: 10px auto; text-align: center; line-height: 40px;">6154</div>
---	---

Figuur 3. Leerling 039 (VMBO-T), item A4, splitsen → traditioneel

Leerling 104 (figuur 4) komt met twee soortgelijke strategieën op het goede antwoord uit. In het primair onderwijs haalt ze eerst de duizendtallen van elkaar af. Daarna pakt ze de 302 er weer bij en haalt er nog 456 vanaf. Ze laat zien dat 456 de som is van 302 en 154. Waarschijnlijk berekent zij dus uiteindelijk  $6000 - 154$ . In het voortgezet onderwijs doet zij iets soortgelijks. Ze laat hier zien dat 1456 de som is van 1302 en 154. Ze haalt eerst 1302 er vanaf en daarna 154.

<p>4 Reken uit. Laat zien hoe je het uitrekent.</p> <p>7302 - 1456 =</p> $\begin{array}{l} 7000 - 1000 = 6000 \\ 6302 - 456 = 5846 \\ \quad 302 \quad 154 \end{array}$ <div style="border: 1px solid black; width: 60px; height: 40px; margin: 10px auto; text-align: center; line-height: 40px;">5846</div>	<p>4 Reken uit. Laat zien hoe je het uitrekent.</p> <p>7302 - 1456 =</p> $7302 - 1456 = 6000 - 154$ $\begin{array}{r} 5846 \end{array}$ <div style="border: 1px solid black; width: 60px; height: 40px; margin: 10px auto; text-align: center; line-height: 40px;">5846</div>
--	---

Figuur 4. Leerling 104 (HV), item A4, splitsen/aanvullen → rijgen

### Strategieën bij vermenigvuldigen

Bij de bewerking vermenigvuldigen zijn in het primair onderwijs meer VMBO-leerlingen dan HV-leerlingen die traditioneel cijferen. Bij handig rekenen is dit andersom (tabel 9 en tabel 10). Opvallend is het relatief hoge percentage bij de VMBO-leerlingen in het voortgezet onderwijs dat geen strategie heeft opgeschreven bij item A1.

	trad	handig	overig	geen
VMBO	64,6%	29,2%	2,1%	4,1%
HV	41,5%	39,0%	7,3%	12,2%

Tabel 9a. Strategieën item A1 PO.

	trad	handig	overig	geen
VMBO	37,5%	35,4%	10,4%	16,7%
HV	53,7%	31,7%	2,4%	12,2%

Tabel 9b. Strategieën item A1 VO.

	trad	handig	overig	geen
VMBO	83,3%	16,7%	0,0%	0,0%
HV	63,4%	34,2%	2,4%	0,0%

Tabel 10a. Strategieën item A8 PO.

	trad	handig	overig	geen
VMBO	68,8%	22,9%	8,3%	0,0%
HV	65,9%	31,7%	2,4%	0,0%

Tabel 10b. Strategieën item A8 VO.

Voor zowel de vmbo-leerlingen als de hv-leerlingen geldt dat de meeste leerlingen dezelfde strategie blijven gebruiken in het voortgezet onderwijs. Zie tabel 11 en tabel 12. Vooral het hoge percentage vmbo-leerlingen dat dezelfde strategie blijft gebruiken bij item A8 valt hier op.

	gelijk	trad ↔ handig	handig →	overig	geen
VMBO	50,0%	12,5%	8,3%	10,4%	18,8%
HV	51,2%	22,0%	2,4%	4,9%	19,5%

Tabel 11. Veranderingen strategieën van PO naar VO bij item A1.

	gelijk	trad ↔ handig	handig →	overig	geen
VMBO	70,8%	14,6%	6,3%	8,3%	0,0%
HV	58,6%	26,8%	14,6%	0,0%	0,0%

Tabel 12. Veranderingen strategieën van PO naar VO bij item A8.

## Praktijkvoorbeelden

Leerling 027 (figuur 5) maakt in het primair onderwijs een traditionele vermenigvuldiging. Zij past deze methode goed toe, maar maakt een fout bij het vermenigvuldigen van  $8 \times 8$ . In het voortgezet onderwijs splitst de leerling 48 op in 40 en 8. Hier berekent zij de vermenigvuldiging  $8 \times 8$  wel goed.

1 Hoeveel rollen plakband zijn er in totaal?

1 Hoeveel rollen plakband zijn er in totaal?

48 ROLLEN 48 ROLLEN  
48 ROLLEN 48 ROLLEN  
48 ROLLEN 48 ROLLEN  
48 ROLLEN 48 ROLLEN

48  
8x  
374

48 ROLLEN 48 ROLLEN  
48 ROLLEN 48 ROLLEN  
48 ROLLEN 48 ROLLEN  
48 ROLLEN 48 ROLLEN

48 x 8 =  
40 x 8 = 320  
8 x 8 = 64  
320  
64  
384

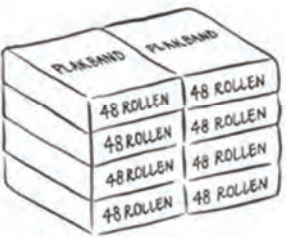
374

384

Figuur 5. Leerling 027 (VMBO-T), item A1, traditioneel → splitsen

Leerling 118 (figuur 6) berekent  $8 \times 48$  in het primair onderwijs door vier keer te verdubbelen. In het voortgezet onderwijs berekent zij eerst  $4 \times 48$ , daarna verdubbelt ze het antwoord. Bij de vermenigvuldiging  $4 \times 48$ , splitst zij 48 op in 40 en 8. Beide keren komt zij uit op een goed antwoord.

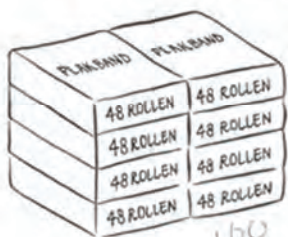
**1**  
Hoeveel rollen plakband zijn er in totaal?



$8 \times 48 = 384$   
 $1 \times 48 = 48$   
 $2 \times 48 = 96$   
 $4 \times 48 = 192$   
 $8 \times 48 = 384$

384

**1**  
Hoeveel rollen plakband zijn er in totaal?



$160$   
 $160$   
 $32$   
 $32$   
 $192$   
 $192$   
 $384$

384

Figuur 6. Leerling 118 (VMBO-GT), item A1, verdubbelen → splitsen/verdubbelen

Leerling 031 (figuur 7) splitst beide keren op een goede manier. In het voortgezet onderwijs maakt hij een rekenfout waardoor zijn antwoord fout is. Dit lijkt te komen doordat hij de vermenigvuldiging  $9 \times 18$  in één keer uit het hoofd doet, terwijl hij deze in het primair onderwijs nog opsplitst in  $9 \times 10$  en  $9 \times 8$ .

**8**  
Reken uit.  
Laat zien hoe je het uitrekent.

**119 x 18 =**

$100 \times 18 = 1800$   
 $10 \times 18 = 180$   
 $9 \times 10 = 90$   
 $9 \times 8 = 72$   
 $2142$

2142

**8**  
Reken uit.  
Laat zien hoe je het uitrekent.

**119 x 18 =**

$100 \times 18 = 1800$   
 $10 \times 18 = 180$   
 $9 \times 18 = 172$   
 $2152$

2152

Figuur 7. Leerling 031 (VMBO-T), item A8, splitsen → splitsen

Leerling 059 (figuur 8) gebruikt twee keer een vergelijkbare strategie. In het primair onderwijs gebruikt hij een combinatie van twee vormen van handig rekenen. Hij rondt 119 eerst af naar 120. Vervolgens berekent hij  $120 \times 18$  door te splitsen. Uiteindelijk haalt hij er nog  $1 \times 18$  van af. In het voortgezet onderwijs berekent hij in één keer  $119 \times 19$  door te splitsen.

**8**  
Reken uit.  
Laat zien hoe je het uitrekent.

**119 x 18 =**

$$\begin{array}{r}
 100 \times 18 = 1800 \\
 10 \times 18 = 180 \\
 10 \times 18 = 180 \\
 \hline
 2160 \\
 18- \\
 \hline
 2142
 \end{array}$$

2142

**8**  
Reken uit.  
Laat zien hoe je het uitrekent.

**119 x 18 =**

$$\begin{array}{r}
 10 \times 119 = 1190 \\
 8 \times 100 = 800 \\
 8 \times 10 = 80 \\
 8 \times 9 = 72 \\
 \hline
 2142
 \end{array}$$

2142

Figuur 8. Leerling 059 (HV), item A8, rond getal/splitsen → splitsen

### Strategieën bij delen

Bij de bewerking delen maken zowel VMBO-leerlingen als HV-leerlingen gebruik van de strategie ‘er naar toe vermenigvuldigen’. Dit gebeurt met name bij item A6. Zie tabel 13 en tabel 14. Op beide items wordt door zowel de VMBO-leerlingen als de HV-leerlingen vooral gedeeld op een traditionele manier. Er is gekozen om zowel de traditionele staartdeling als de manier van ‘herhaald aftrekken’ hier onder te laten vallen.

	trad	verm	overig	geen
VMBO	54,2%	22,9%	2,1%	20,8%
HV	43,9%	31,7%	2,4%	22,0%

Tabel 13a. Strategieën item A6 PO.

	trad	verm	overig	geen
VMBO	33,3%	25,0%	8,4%	33,3%
HV	51,2%	36,6%	7,3%	4,9%

Tabel 13b. Strategieën item A6 VO.

	trad	verm	overig	geen
VMBO	81,3%	10,4%	2,1%	6,2%
HV	68,3%	14,6%	12,2%	2,4%

Tabel 14a. Strategieën item A9 PO.

	trad	verm	overig	geen
VMBO	68,8%	10,4%	12,5%	8,3%
HV	63,4%	22,0%	12,2%	2,4%

Tabel 14b. Strategieën item A9 VO.

Bij item A9 geldt voor zowel de VMBO-leerlingen als de HV-leerlingen dat de meeste leerlingen dezelfde strategie blijven gebruiken. Zie tabel 15 en tabel 16. Vooral het percentage VMBO-leerlingen dat dezelfde strategie blijft gebruiken valt hier op. Bij item A6 is het percentage van de VMBO-leerlingen dat op één of beide toetsen geen strategie heeft opgeschreven het hoogst.

	gelijk	trad ↔	trad ↔ handig	vermv ↔	overig	geen
VMBO	31,3%	12,5%	0,0%	0,0%	10,4%	45,8%
HV	41,5%	26,8%	2,4%	4,9%	2,4%	22,0%

Tabel 15. Veranderingen strategieën van PO naar VO bij item A6.

	gelijk	trad ↔	trad ↔ handig	vermv ↔	overig	geen
VMBO	70,8%	6,3%	8,3%	2,1%	2,1%	10,4%
HV	56,1%	17,1%	4,9%	7,3%	7,3%	7,3%

Tabel 16. Veranderingen strategieën van PO naar VO bij item A9.

## Praktijkvoorbeelden

Leerling 063 (figuur 9) gebruikt twee keer dezelfde strategie. In het voortgezet onderwijs komt hij uit op een fout antwoord. Het lijkt erop dat hij hier gehaast te werk is gegaan. Hij maakt een fout in het vermenigvuldigingsrijtje, vergeet 10 op te schrijven in de rechterrij als hij  $3000 - 400$  doet en maakt een fout bij het berekenen van  $600 - 240$ .

**6**  
De eigenaar van een restaurant koopt 3000 glazen.  
Hoeveel dozen koopt hij?  $3000 : 40 =$

40 glazen

3000	
- 400	50x
2600	
- 800	20x
1800	
- 200	
1600	
- 200	5x
1400	
- 200	
1200	
- 200	
1000	
- 200	
800	
- 200	
600	
- 200	
400	
- 200	
200	
- 200	
0	

75

**6**  
De eigenaar van een restaurant koopt 3000 glazen.  
Hoeveel dozen koopt hij?  $3000 : 40 =$

40 glazen

3000	
- 400	10
2600	
- 800	20
1800	
- 2400	60
400	
- 240	6
160	
- 40	1
120	
- 40	3
80	
- 40	2
40	
- 40	1
0	

1 40  
2 80  
~~3000~~  
3 120  
4 1600  
5 2000  
6 2400  
10 4000

67

Figuur 9. Leerling 063 (HV), item A6, herhaald aftrekken → herhaald aftrekken.

Leerling 091 (figuur 10) gebruikt twee verschillende strategieën op de juiste manier, maar maakt een rekenfout in het voortgezet onderwijs. Ze geeft aan dat  $40 \times 500 = 2000$ . Het is zichtbaar dat ze de tweede nul achter de 5 in eerste instantie niet had opgeschreven.

**6**  
De eigenaar van een restaurant koopt 3000 glazen.  
Hoeveel dozen koopt hij?

40 glazen

3000	
- 400	10
2600	
- 1400	35
1200	
- 200	
1000	
- 200	
800	
- 200	
600	
- 200	
400	
- 200	
200	
- 200	
0	

75

**6**  
De eigenaar van een restaurant koopt 3000 glazen.  
Hoeveel dozen koopt hij?  $3000 : 40 =$

40 glazen

$3000 : 40 = 500$   
 $40 \times 500 = 20000$   
 $40 \times 20 = 800$   
 $40 \times 5 = 200$

500
20
5
+
525

525

Figuur 10. Leerling 091 (HV), item A6, herhaald aftrekken → er naar toe vermenigvuldigen.

Leerling 004 (figuur 11) gebruikt beide keren de traditionele staartdeling, maar past het algoritme in het voortgezet onderwijs verkeerd toe. Ze begint hier aan de rechterkant van het getal. Hieruit blijkt dat ze niet begrijpt wat ze aan het doen is bij het toepassen van de staartdeling.

<p>9 Reken uit. Laat zien hoe je het uitrekent.</p> <p>1275 : 25 =</p> <p>1=25 4=100 7= 2=50 5=125 8= 3=75 6=150 9=</p> <p>25   1275 \ 51  <math>\begin{array}{r} 125 \\ \underline{25} \\ 25 \\ \underline{25} \\ 0 \end{array}</math></p> <div style="border: 1px solid black; width: 50px; height: 50px; margin: 20px auto; text-align: center; line-height: 50px;">51</div>	<p>9 Reken uit. Laat zien hoe je het uitrekent.</p> <p>1275 : 25 =</p> <p>25   1275 \ 3440  <math>\begin{array}{r} 75 \\ \underline{200} \\ 200 \\ \underline{1000} \\ 0000 \end{array}</math></p> <div style="border: 1px solid black; width: 50px; height: 50px; margin: 20px auto; text-align: center; line-height: 50px;">3440</div>
---	--

Figuur 11. Leerling 004 (VMBO-T), item A9, staartdeling → staartdeling.

Leerling 023 (figuur 12) gebruikt twee verschillende strategieën op de juiste manier.

<p>9 Reken uit. Laat zien hoe je het uitrekent.</p> <p>1275 : 25 =</p> <p>1275 : 25  <math>\begin{array}{r} 1250 \quad 50x \\ 25 \\ \underline{25} \quad 1x \\ 0 \end{array}</math></p> <div style="border: 1px solid black; width: 50px; height: 50px; margin: 20px auto; text-align: center; line-height: 50px;">51.</div>	<p>9 Reken uit. Laat zien hoe je het uitrekent.</p> <p>1275 : 25 =</p> <p>75 : 25 = 3. 200 : 25 = 8. 1000 : 25 = 40 = 51.</p> <div style="border: 1px solid black; width: 50px; height: 50px; margin: 20px auto; text-align: center; line-height: 50px;">51.</div>
--	--

Figuur 12. Leerling 023 (VMBO-K), item A9, herhaald aftrekken → splitsen.

## Eerste conclusies

De kwantitatieve analyse bevestigt de onderzoekshypothese: het verschil in rekenvaardigheid tussen de CITO-eindtoets en de brugklas is gemiddeld negatief. Hoewel de verschillen gering zijn is er duidelijk een negatieve trend waar te nemen. Bij de VMBO-leerlingen is het verschil significant. Dit kan erop wijzen dat de leerlingen in de periode van na de CITO-toets tot in het begin van de brugklas minder hebben geoefend, waardoor de vaardigheid achteruit gaat. De tussenliggende zomervakantie kan hier ook mede oorzaak van zijn. Het wijst echter wel op de noodzaak om in het vo de draad weer op te pakken en de leerlingen de kans te geven voldoende te oefenen om hun rekenvaardigheid te behouden.

Met betrekking tot de strategieën op het onderdeel basisvaardigheden kan de conclusie worden getrokken dat de meeste leerlingen in het voortgezet onderwijs dezelfde strategie gebruiken als in het primair onderwijs. Dit neemt niet weg dat er wel degelijk veranderingen zichtbaar zijn. Dit betreffen voornamelijk veranderingen van traditioneel naar handig rekenen. Verder valt het op dat veel leerlingen die dezelfde (soort) strategie gebruiken hun strategie wel op een andere manier opschrijven. Veelal worden hier meer fouten bij gemaakt. Met name bij de vmbo-leerlingen valt het op dat er in het voortgezet onderwijs meer leerlingen zijn die helemaal geen strategie opschrijven. Het lijkt erop dat leerlingen het opschrijven van berekeningen en tussenstappen minder belangrijk vinden.

Traditioneel cijferen blijkt de meest gebruikte strategie te zijn bij zowel vmbo-leerlingen als hv-leerlingen. Dit kan afhankelijk zijn van de gebruikte methode in het primair onderwijs op deze scholen. Vmbo-leerlingen maken hier meer gebruik van dan hv-leerlingen, terwijl hv-leerlingen juist meer gebruik maken van handig rekenen dan vmbo-leerlingen. Dit kan betekenen dat vmbo-leerlingen meer behoefte hebben aan een standaardmethode, terwijl hv-leerlingen dit juist makkelijker los kunnen laten.

## Literatuur

- Bolhuis, A. van, Brakel, D. van, Burghouts, F., Deenen, S., Gopal, D., Hofman, J., Land, G. van 't, Ligtvoet, J., Murre, E., Ratsma, K., & Weide, B. van der (2004). *Rekenstrategieën bij deelsommen. Oefenonderzoek 2004*. Pedagogische Wetenschappen, Universiteit Leiden.
- Expertgroep Doorlopende Leerlijnen (Commissie Meijerink) (2008). *Over de drempels met taal en rekenen*. [www.taalenrekenen.nl](http://www.taalenrekenen.nl).
- Expertgroep Doorlopende Leerlijnen (Commissie Meijerink) (2008). *Over de drempels met rekenen*. [www.taalenrekenen.nl](http://www.taalenrekenen.nl).
- Groenestijn, M. van (2006). *ABC-toets rekenen-wiskunde voor het Voortgezet Onderwijs*. Hogeschool Utrecht, Faculteit Educatie
- Groenestijn, M. van (voorjaar 2009). *Rapport rekenvaardigheid in de brugklas* (werktitel) Inspectie van het Onderwijs, V.O. (voorjaar 2009). *Rapport rekenvaardigheid in de brugklas* (werktitel)
- Rademakers, G. (2001). Strategiegebruik, prestaties en foutentypen bij delen in groep 8 van het basisonderwijs; de PPON-data 1997 nader geanalyseerd. Doctoraalscriptie Pedagogische Wetenschappen (Onderwijskunde en Leerproblemen), Universiteit Leiden.
- Rademakers, G., Putten, C.M. van, Beishuizen, M., & Janssen, J. (2004). Traditionele en realistische algoritmen bij het oplossen van deelsommen in groep 8. *Panama-Post*, 23(4), 3–7.
- Rippe, R. (2005). *Homogeniteitsanalyse van structureel onvolledige gegevens met HOMALS; rekenstrategieën van basisschoolleerlingen bij het oplossen van deelsommen uit de PPON 2004*. Bachelorscriptie Psychologie, Universiteit Leiden.
- Vreede, G. de (2005). *Deelvaardigheid in groep 8 van het basisonderwijs; oorzaken van de verslechtering van de PPON-resultaten in 2004 t.o.v. 1997*. Bachelorscriptie Psychologie, Universiteit Leiden.