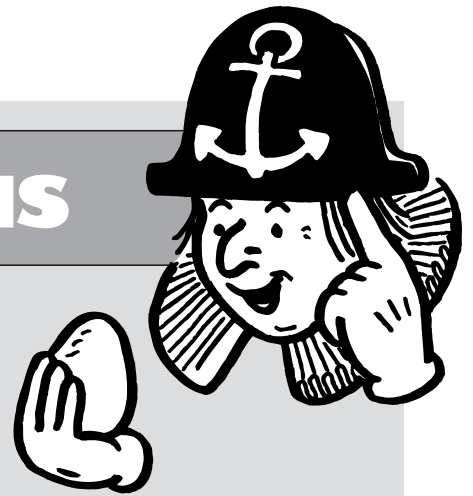


Ei van Columbus



Jos van den Bergh
Ron Felix
Tekeningen: Leo Faes

Verjaardagsrekenen

Mijn dochter is geboren op mijn dertigste verjaardag. Voor een wiskundeleraar is dat een dubbel geschenk. Kijk maar: op haar eerste verjaardag was ik precies 31 keer zo oud, op haar tweede 16 keer, op haar derde 11 keer en zo verder. Ik maakte er een lijstje van:

dochter	vader	keer zo oud	dochter	vader	keer zo oud
1	31	31	16	46	
2	32	16	17	47	
3	33	11	18	48	
4	34		19	49	
5	35	7	20	50	
6	36	6	21	51	
7	37		22	52	
8	38		23	53	
9	39		24	54	
10	40	4	25	55	
11	41		26	56	
12	42		27	57	
13	43		28	58	
14	44		29	59	
15	45	3	30	60	2

Ik hoef het lijstje niet nog langer te maken, want 1 keer zo oud ofwel even oud zullen we natuurlijk nooit worden. Het leuke is dat er maar liefst acht keer een leeftijd is waarop ik een geheel aantal keren zo oud ben als zij is. Stel dat ik niet op mijn dertigste jaar, maar op een andere leeftijd vader zou zijn geworden, zou er dan een lijstje kunnen ontstaan waarbij dit verschijnsel nog vaker dan 8 keer voorkomt? Daar moet je maar eens over nadenken. Probeer het in ieder geval eens met het getal 36.

Het leuke is dat dit vooral lukt bij getallen die veel delers hebben. Waarom zou dat zo zijn?

Nogmaals verjaardagsrekenen

Ik vroeg me af of het toeval is dat in de derde kolom van het lijstje hiernaast precies 8 keer een geheel getal voorkomt, en dat het aantal delers van 30 ook precies 8 is. Kijk maar, dit zijn de acht delers van dertig: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30.

Dit zijn precies de getallen uit kolom 1 waarbij een getal uit kolom 3 behoort. Dat is geen toeval. Laten we bijvoorbeeld eens naar rij 5 kijken. Daar zie je de getallen 5, 35 en 7. Nu geldt: $35 : 5 = (30 + 5) : 5 = 30 : 5 + 5 : 5 = 6 + 1 = 7$. En kijken we bijvoorbeeld naar rij 10, dan staan daar: 10, 40 en 4. Nu geldt: $40 : 10 = (30 + 10) : 10 = 30 : 10 + 10 : 10 = 3 + 1 = 4$. En dit kun je steeds zo doen.

Opa en kleinzoon

Een kleinzoon is op dezelfde dag jarig als zijn grootvader. Op de dag dat hij zes jaar wordt ontdekt hij dat zijn leeftijd voor het zesde achtereenvolgende jaar een deler is van de leeftijd van zijn opa. Hoe oud is opa op dat moment?



Vader en zoon

Zoek eens uit wanneer jouw vader twee keer zo oud is als jij.

Gemiddelde

Het gemiddelde bepalen van een aantal getallen is vaak een bewerkelijke bezigheid: je moet al die getallen bij elkaar optellen en dan de som door het aantal getallen delen. Als je getallen hebt die met elkaar een keurig rijtje vormen kan het een stuk handiger. Kijk maar: Om het gemiddelde te bepalen van de getallen 1, 2, 3, ..., 10 maak ik eerst allemaal koppels met hetzelfde gemiddelde, namelijk

$$\frac{1+10}{2} = \frac{2+9}{2} = \frac{3+8}{2} = \frac{4+7}{2} = \frac{5+6}{2} = 5,5$$

Dus is het gemiddelde van alle 10 getallen ook 5,5.

Als ik nu die tien getallen moet optellen ben ik ook snel klaar, want de som van deze getallen is: $10 \times 5,5 = 55$. Handig!

Weet jij nu een handige manier om $1 + 2 + 3 + \dots + 50$ uit te rekenen?

Huisnummers

Ik woon in een mooi klein straatje. Laatst ontdekte ik iets. Als ik de nummers die kleiner zijn dan mijn huisnummer bij elkaar optel, dan is dat precies evenveel als de som van alle nummers die gróter zijn dan het mijne. Op welk nummer woon ik en wat is het hoogste nummer in m'n straatje? Mijn vriend aan wie ik dit probleem voorlegde zei: 'Hé, da's ook toevallig, dat geldt ook voor mijn huisnummer, maar jij en ik hebben niet hetzelfde huisnummer!' Weet jij hoe lang het straatje van mijn vriend is en op welk nummer hij woont?



Joggen met de Nachtwacht?

Onlangs stond in de krant het bericht dat de Nachtwacht tijdelijk verhuisd is naar een andere locatie in verband met de verbouwing van het Rijksmuseum. De verhuizing was heel goed voorbereid. Het kostbare schilderij was zorgvuldig ingepakt. Het moest door zes dragers met een bepaalde snelheid worden getransporteerd om de kans op scheurtjes door schokken zo klein mogelijk te laten zijn. Het artikel meldde dat deze snelheid 0,3 seconde per meter was. Dat lijkt me erg onwaarschijnlijk. Reken eens uit hoeveel kilometer per uur dat is. Wat zou er gestaan moeten hebben, denk je?

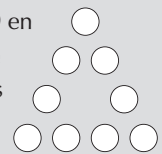


Deelbaar door elf

Schrijf een getal op van drie cijfers en zorg dat het middelste cijfer gelijk is aan de som van het eerste en het laatste cijfer (bijv. 253). Zo'n getal is altijd deelbaar door elf. Waarom zou dat zo zijn?

Driehoekspuzzel

Noteer in de rondjes de cijfers 1, 2, 3, ..., 9 en doe dat zó dat de vier cijfers die op een lijn staan samen steeds 17 zijn. Lukt het ook als die som 23 moet zijn (of 19 of 20 of 21)?



Driehoeksgedicht

*Begin eens bijvoorbeeld met twaalf lettergrepen
Vervolg dan met elf, en met tien enzovoort
Het is met zulke schrandere knepen
Dat de vakman de lezer bekoort
Telkens zo'n syllabe minder
Veredelt het metrum niet
Daarin zit de hinder
Zoals u wel ziet
Nu nog 'n paar
Doch meteen
Zo maar
Een*

Drs. P

Raadsel voor opa of oma

Geef je opa of oma eens het volgende raadsel op: In een bus zitten 15 mensen. Bij de eerste halte stappen er 3 in en 2 uit. Bij de volgende halte stappen er 4 in en 5 uit. Bij de daarop volgende halte stappen er 10 in en 6 uit. Daarna 2 in en 6 uit, dan 7 in en 10 uit en vraag dan hoe vaak de bus is gestopt.

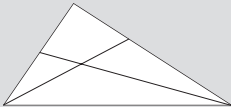
Andijvie



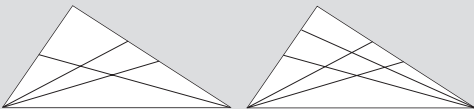
Een grote struik verse andijvie weegt 1 kilo en bestaat voor 95% uit water. Als de struik een dag op de stoep van de groenteboer heeft gelegen is hij behoorlijk uitgedroogd. Dezelfde krop weegt dan nog maar een pond. Hoeveel procent water zit er dan nog in?

Nogmaals driehoeken tellen

In het novembernummer van *Willem Bartjens* (nr. 2, jrg. 23) vroegen we je om driehoeken te tellen. Gerben en Gerlinde uit IJsselmuiden ontdekten dat de antwoorden die we gaven, niet allemaal klopten.



Deze figuur telt 8 driehoeken, in de volgende figuur kun je 7 nieuwe driehoeken ontdekken, dus samen 15.



In de rechtse figuur ten slotte komen daar nog eens 12 driehoeken bij, wat leidt tot 27 driehoeken in totaal. Uit de onderste hoeken (A en B) kun je nog meer lijnen trekken en steeds zal dan het aantal driehoeken toenemen. Hoeveel driehoeken zijn zichtbaar als er n lijnen uit hoekpunt A worden getrokken en m lijnen uit hoekpunt B?

Driemiljard kilometer op de fiets!

Er wordt wat afgefietst in ons landje! Alle inwoners van Nederland hebben in 2003 met elkaar ruim drie miljard kilometer weggefietsd...

Hoeveel is dat ongeveer per persoon?
Trouwens drie miljard kilometer.
Hoeveel keer is dat de wereld rond?



Geheimschrift

WIE KAN DZEE GMIEHEE BDOOHACSP OIFEJNTCERN?
HET BKLIJT ZO TE ZJIN
DAT TKETESN
WARIAN VAN ALLE
WORDEON AEELN
DE ETSERE EN LATATSE
LETETR NOG OP DE
JTIUSE PATLAS SATAN
NOG HEEL GEOD TE
LZEEN ZJIN. DIT KMOT
ODAMT WE BIJ HET
LEEZN VAN TETESKN
NEIT ALLE LTETERS HOVEEN OP TE NMEEN, ALEELN
DE EETRSE EN LSTAATE VAN EEN WOROD ZJIN AL
VDONDOLEE OM HET WOROD TE KEUNNN HKEE-
NERNN.



Nog een geheimschrift

Deze is wat lastiger dan de vorige:
BQW LG FGBG IGJGKOG DQQFUEJCR QQM MWP-
PGP QPVEKLHGTGP?

Rechthoeken

Willem Vermeulen reageerde op de puzzel in een vorige aflevering van het Ei van Columbus waar we vroegen naar twee rechthoeken met oppervlaktes in de verhouding 2 op 1 en omtrekken in de verhouding 1 op 2. We hadden al gewaarschuwd dat het een lastige puzzel was, maar Willem vond een heel fraaie oplossingsmanier en die stuurde hij ons toe.

Hij vond het tweetal 6×11 en 33×1 . Je kunt gemakkelijk zien dat het klopt, want de oppervlaktes zijn resp. 66 en 33 terwijl de omtrekken 34 en 68 zijn. Ook zijn vergrotingen van dit tweetal zoals 12×22 en 66×2 of 18×33 en 99×3 zijn passende oplossingen. Controleer het maar. Willem

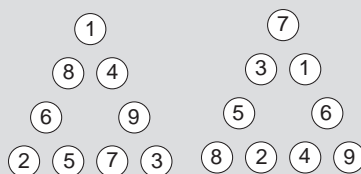
vond nog veel meer oplossingen, al leverde zijn methode niet alle mogelijke oplossingen op. Wie dat leuk vindt, kan op het rekenweb een excel-werkblad downloaden waarin alle oplossingen staan.



Deelbaar door elf

$$\begin{aligned}
 253 &= 2 \times 100 + 5 \times 10 + 3 = \\
 &= 2 \times 100 + (2 + 3) \times 10 + 3 = \\
 &= 2 \times 100 + 2 \times 10 + 3 \times 10 + 3 = \\
 &= 2 \times 110 + 3 \times 11 = \\
 &= 20 \times 11 + 3 \times 11 = \\
 &= 23 \times 11
 \end{aligned}$$

Driehoekspuzzel

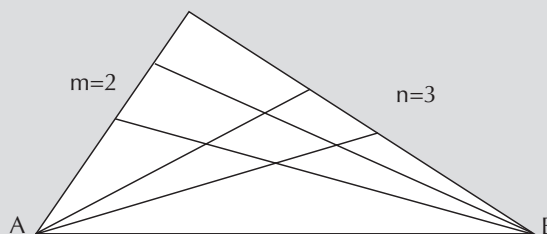


Andijvie

95% water betekent dat er 5% andijvie is, ofwel 50 g andijvie. Aan het eind van de dag is er nog steeds 50 g andijvie, maar het water is van 950 g verdampt tot 450 g. Het percentage water is dus nu 90%!

Nogmaals driehoeken tellen

m↓ n⇒	0	1	2	3
0	1	3	6	10
1	3	8	15	24
2	6	15	27	42
3	10	24	42	64



42 driehoeken

Driemiljard kilometer op de fiets

Als je het aantal Nederlanders op 15 miljoen afrondt, kom je op 200 kilometer per persoon uit. Dat is bijvoorbeeld de afstand van Amsterdam naar Maastricht. Het aantal Nederlanders ligt echter wat hoger (bijna 10 % procent, namelijk ruim 16,2 miljoen) dus zal het aantal kilometers per persoon iets lager moeten zijn. Maar baby's fietsen natuurlijk nog niet zo veel.

Eén keer de wereld rond is 40.000 km. Als je dat 100.000 keer doet zit je aan 4 miljard km. Neem het $\frac{3}{4}$ deel hiervan, dan kom je dus op 75.000 keer de wereld rond, amai!

Nog een geheimschrift

Probeer $c=a$, $d=b$, $e=c$, enzovoort.

Oplossingen

Opa en kleinzoon

Opa was 66, de kleinzoon 6.

Gemiddelde

$$50 \times 25,5 = 1275$$

Huisnummers

Ik woon op nummer 6 en het hoogste nummer is 8. Mijn vriend woont op 35 en het hoogste nummer in zijn straat is 50. Het zou ook nog kunnen dat hij op nummer 204 woont in een straat met als hoogste nummer 288.

Joggen met de Nachtwacht?

0,3 seconde per meter komt overeen met 12 km per uur. Dat is ongeveer zo snel als een fietser en dat is veel te snel voor het veilig transporteren van de Nachtwacht. Bedoeld werd natuurlijk 0,3 meter per seconde. Dat is hetzelfde als 1,08 km per uur.