

# Rekenen/Wiskunde en W&T/OOL in de basisschool

Ed van den Berg  
Hogeschool van Amsterdam en  
Vrije Universiteit  
met aantekeningen onder de slides

Versie: 11 maart 2016

De presentatie bestaat uit 4 hoofdstukjes die beschreven zijn in het abstract. Er zitten wat extra slides in deze versie, slide waar ik met de presentatie overheen gesprongen ben.

# 1. FORMATIEVE TOETSING

Het eerste deel gaat over formatieve toetsing, dat is toetsing of 'verzameling van informatie' om het leerproces bij te sturen, niet om cijfers te creëren. Soms is over de schouders meekijken al voldoende en kun je op grond daarvan nuttige feedback geven aan een leerling of aan de klas.

## Basis operaties bij rekenen

- Survey onder 567 leerlingen uit klas 2 en 4 van 15 middelbare scholen in de Filipijnen
- De hele leeftijdsgroep van vmbo tot vwo

Tijdens mijn verblijf in de Filipijnen (1996-2002) voerden we een survey uit om te zien in hoeverre er problemen waren met basisoperaties in rekenen in het middelbaar onderwijs. We toetsten random samples van leerlingen uit de 2de en 4de klas van 15 middelbare scholen. De hele leeftijdsgroep werd getest, zeg maar van vmbo tot en met vwo. In de Filipijnen zitten al deze leerlingen op dezelfde school.

Rekenen: 360 2<sup>de</sup> en 207 4<sup>de</sup> jaars VO  
leerlingen

$$\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{5}{7}$$

61% correct

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{4} = \frac{3}{9} \text{ of } 3$$

③

15% correct

Er waren vooral grote problemen bij het optellen van ongelijknamige breuken. Tellers en noemers werden afzonderlijk opgeteld. Dat probleem zou bij middelbare scholieren niet meer voor mogen komen. Er zitten twee kanten aan dit probleem. Ten eerste mechanisch rekenen, in het VO moeten de recepten voor het optellen van breuken al verregaand geautomatiseerd zijn, zoals bijvoorbeeld gelijknamig maken. Ten tweede en belangrijker, leerlingen moeten enig inzicht hebben in de grootte van getallen en dus ook breuken. Bijvoorbeeld dat  $\frac{2}{5}$  is al bijna  $\frac{1}{2}$ . Als je er dan  $\frac{1}{4}$  bij optelt, moet het toch zeker groter zijn van  $\frac{1}{2}$  en als je dan  $\frac{1}{3}$  als uitkomst krijgt, dan ga je zoeken naar een fout..

## Visualiseren van breuken

8

2

Hoe veel keer kan ik 2 uit 8 nemen?

5

6

--

Hoeveel keer kan ik  $1/6$  uit  $5/6$  nemen?

1

6

In het rekenonderwijs moet je dus werken aan zowel het automatiseren van recepten oftewel operaties met getallen (gelijknamig maken) als aan ontwikkeling van begrip. Bijvoorbeeld, wat is de essentie van de deelopertatie? Hoeveel keer past iets in wat anders. Hoeveel keer past 2 in 8. Of hoeveel keer past  $1/6$  in  $5/6$ . Je kunt dat gemakkelijk visualisering met een cake. Snij die in 6 plakken. Wat is  $1/6$ ? 1 plak. Wat is  $5/6$ ? 5 plakken. Wat is  $5/6$  gedeeld door  $1/6$ ? Dat is hoeveel keer  $1/6$  in  $5/6$  past. Hoeveel keer past 1 plak cake in 5 plakken cake? 5x!! In Wetenschap en Techniek denken we veel gemakkelijker aan visualisaties. Die kun je overal bij verzinnen. Heen-en-weer denken tussen getallen en operaties enerzijds en plaatjes anderzijds is belangrijk voor begripsvorming. Laat het ook zien, ik liet sneed de cake tijdens de presentatie.

<p>d. <math>6.25 - 4 = 6.21</math></p> $\begin{array}{r} 6.25 \\ \quad 4 \\ \hline 6.21 \end{array}$	<p>Identificeer de fouten! 42%</p>
<p>49% correct</p>	<p>f. <math>42.13 - 6.7 = 44.6</math></p> $\begin{array}{r} 42.13 \\ \quad 6.7 \\ \hline 44.63 \end{array}$
<p>e. <math>47.1 - 0.65 = 22.1</math></p> $\begin{array}{r} 47.1 \\ \quad 65.0 \\ \hline 22.1 \end{array}$	<p>24% correct</p>

Deze opgaven komen uit die toets voor 5<sup>de</sup> en 4<sup>de</sup> klassers van 15 middelbare scholen in de Filipijnen en oorspronkelijk uit een landelijk project in UK. De leerlingen maken veel elementaire fouten maar die blijken heel systematisch te zijn en dan kun je er wat aan doen! In het Filipijnse onderwijs systeem met grote klassen (40 - 60 kinderen) en veel leerkrachten die onvoldoende letten op fouten van kinderen, blijven dergelijke systematische fouten onontdekt. Heel tragisch want veel fouten zijn te voorkomen of relatief gemakkelijk te corrigeren. Dan moet je zorgen dat je die als leerkracht ontdekt. Dat kan gewoon in de klas als je erop gespist bent. Je hoeft niet 's avonds achter een berg schriften te zitten. Bovenstaande diagnostische opgaven kun je gewoon even op het bord schrijven en dan de klas rondlopen om te zien welke problemen er zijn. Daar kun je dan ter plekke direct op reageren. Ik heb dit uitgebreider beschreven in een artikel in Euclides van november 2014: E. Van den Berg, W. Hoekstra (2014), Onmiddellijke diagnose en feedback in de wiskundeles. Euclides 90(2), 22-25.

## Ordenen van decimale getallen

Orden van kleinst naar grootst

- |          |      |      |
|----------|------|------|
| a) 6     | 9    | 5    |
| b) 0.3   | 0.1  | 0.6  |
| c) 0.55  | 0.8  | 0.14 |
| d) 168   | 97   | 201  |
| e) 0.37  | 0.1  | 0.23 |
| f) 0.65  | 19   | 8.7  |
| g) 0.07  | 0.23 | 0.1  |
| h) 0.438 | 0.4  | 0.44 |

Welke  
opgaven  
zijn het  
moeilijkst?  
Waarom?

Ook dit rijtje opgaven komt uit het Filipijnse en Engelse onderzoek. Denk er even over na welke vragen het moeilijkst zouden zijn. Nou, dat blijken de getallen te zijn met ongelijk aantal decimalen, dus c, e (veel mee), g, f, en h. Zie de volgende slide.

## Ordenen van decimale getallen

	De opgaven			Procent Correct	
		2 <sup>de</sup>	4 <sup>de</sup>		
a) 6	9	5	97.4	98.6	
b) 0.3	0.1	0.6	88.0	91.8	
c) <b>0.55</b>	<b>0.8</b>	<b>0.14</b>	<b>16.3</b>	<b>25.8</b>	
d) 168	97	201	95.2	97.9	
e) 0.37	0.1	0.23	84.3	85.6	
f) 0.65	19	8.7	50.0	67.7	
g) <b>0.07</b>	<b>0.23</b>	<b>0.1</b>	<b>17.5</b>	<b>40.2</b>	
h) <b>0.438</b>	<b>0.4</b>	<b>0.44</b>	<b>9.4</b>	<b>18.6</b>	

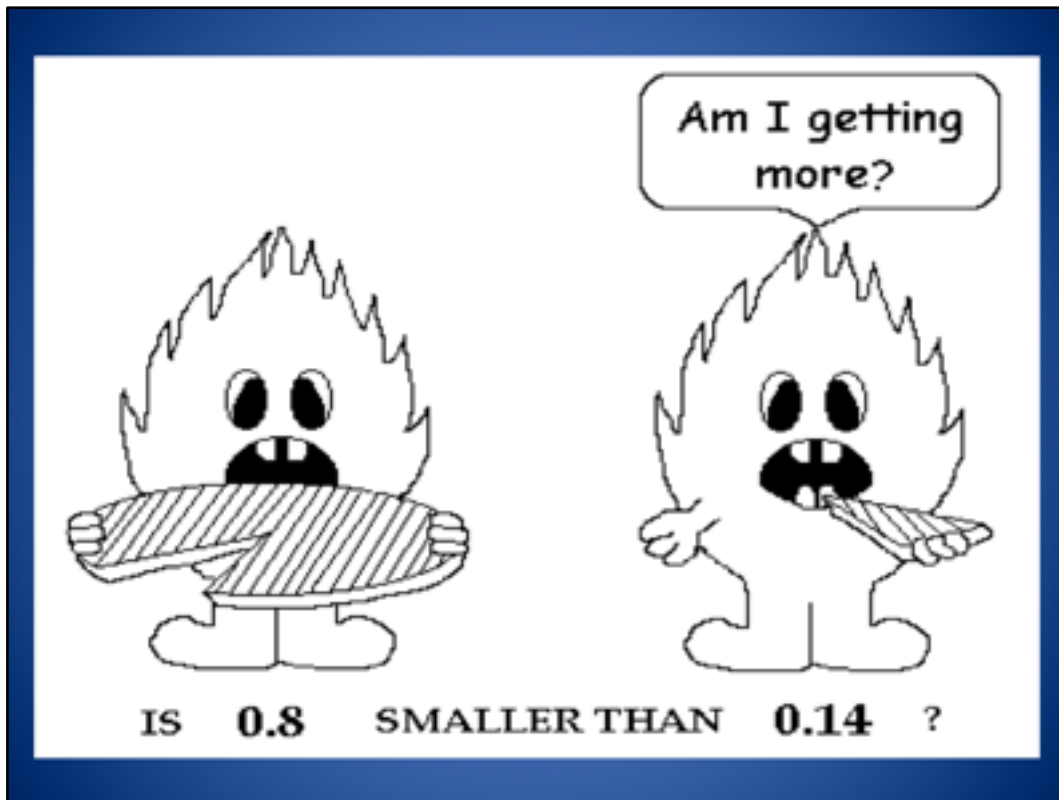
In theorie kun je 3 getallen op 6 verschillende manieren rangschikken. Maar het blijkt dat maar twee fouten antwoorden heel veel voorkomen, dat zijn dus systematische fouten en dan kun je er wat aan doen. De volgende slides laten die zien.



## Decimal Point Ignored (DPI)

Kleinst - grootst			2 <sup>de</sup> klas	4 <sup>de</sup> klas
0.8	0.14	0.55	68.9%	62.2%
0.1	0.07	0.23	63.1	41.6
0.4	0.44	0.438	74.1	61.9

Leerlingen die deze fout maken, ordenen de getallen alsof er geen "decimal point" was, dus decimal point ignored. Een receptachtige oplossing is de decimalen aan te vullen totdat elk getal hetzelfde aantal decimalen heeft, bijvoorbeeld 0,400 ...0,440 ... 0,438. In dat geval gaat het in alle gevallen om duizendsten: 400/1000, 440/1000 en 438/1000. Dan kun je ze wel gemakkelijk ordenen. Maar je zou ook willen dat er wat meer getalbegrip zou zijn dat leerlingen de getallen kunnen correleren met grootte van taartpunten bijvoorbeeld bij 0,8 0,14 en 0,55 ... Zie volgende slide.



Beeld de decimalen af als taartpunten of pizzapunten. Dat visualiseert de grootte. Belangrijk voor de begripsontwikkeling.

## Reverse Order with Decimals (ROD)

Kleinst - grootst	2 <sup>de</sup> klas	4 <sup>de</sup> klas
0.55   0.14   0.8	11.2	9.3
0.23   0.1   0.07	8.2	7.6
0.438   0.44   0.4	12.5	16.2

De andere populaire fout (maar minder populair dan decimal point ignored) is de volgorde bij breuken juist om te keren. Dat is een wat ingewikkelder fout.

## Schatten van hoogte van de deur van het lokaal

Opties	2 <sup>de</sup> klas %	4 <sup>de</sup> klas %	Totaal %
A. 20 cm	19%	16%	18%
B. 200 cm	38	41	39
C. 20 m	27	28	27
D. 200 m	13	14	13

Dan komen we bij meten en eenheden terecht. In het Filipijnse voorgezet onderwijs curriculum zijn er 5 momenten waarop leerlingen eenheden bestuderen, dat is in het eerste jaar bij wiskunde en elk jaar bij science. Jammer genoeg gaat het dan voornamelijk om conversies van bv mm naar m of kg naar g etc. Veel leerlingen hebben nooit een idee gekregen wat een meter of gram/kilogram voorstelt.

## Schatten van “gewicht” van een paar schoenen

Opties	2 <sup>de</sup> klas %	4 <sup>de</sup> klas %	Totaal %
A. 6 kg	20%	22%	21%
B. 60 kg	18	16	17
C. 6 g	37	25	32
D. 600 g	22	33	26

Een redelijke schatting van “gewicht” van een paar schoenen is 600 g. Natuurlijk is er erg veel variatie maar schoenen van 6 kg en 60 kg komen we niet tegen, evenals schoenen van 6g.

## Visualisatie en Referentiefraam

- Maten laten zien
- Bekende objecten laten meten en zo referentiekader opbouwen waarmee je kunt vergelijken
- Oefenen met schatten van lengte, oppervlak, volume, massa, temperatuur, etc.
  
- Formatieve toetsing gebruiken, kinderen individueel hun schatting op laten schrijven en even snel langslopen om een deel te zien

Hoe kun je er wat aan doen? Door veel voorbeelden te laten zien en door voor elke eenheid een soort van referentiekader te ontwikkelen van voorbeelden. Bv, een paperclip is ongeveer 1 mm dik, de dikte van onze vingers is 1 a 2 cm, een deur is ongeveer 2 meter hoog. Etc. Op die manier kan een leerling elke maat correleren met een aantal voorbeelden en ontstaat er gevoel/begrip voor maten. Regelmatig dus even leerlingen laten schatten. Bv voorwerp omhoog houden, hoe lang is dat ongeveer? Alle leerlingen schrijven het individueel op. Dan even controleren door meten. Of wat zou een auto wegen? Individuele schatting laten maken, dan ter controle even opzoeken op internet.

## 2. Grafieken

## Grafieken ... groep 1&2

- Groep 1&2 Sinterklaas bootjes maken van aluminium folie en dan kijken hoeveel pakketjes erin passen voordat het bootje zinkt
- Aantal pakketjes uitzetten in staafgrafiek
- Er vragen over stellen
  
- Filmfragmenten Ans Repko en haar klas van de Wegwijzer in Schagen

Tot mijn verrassing kun je ook met kleuters al aan staafgrafieken werken. Ans Repko deed dat in de nu volgende filmfragmenten (niet ingesloten bij deze presentatie omdat de fragmenten alleen in besloten groepen vertoond mogen worden). De kinderen vouwen bootjes van gelijke stukjes aluminium folie. Dan testen ze de bootjes door er zoveel mogelijk sinterklaas pakjes in te plaatsen. Het gaat dan om het drijfvermogen van het bootje (slim vouwen) en om het slim verdelen van de lading. Het maximale aantal pakjes voor het bootje van elk kind voordat het ging zinken, werd door het kind met kruisjes aangegeven in een staafgrafiek (volgende slide). Tegen het eind van de les stelt leerkracht Ans een hele serie vragen over de staafgrafiek. Wie had de meeste pakjes, wie was daarna de hoogste? Vraag een kind naar voren, vraag die hoeveel pakjes een willekeurig ander kind had, etc. Dat ging verrassend goed.



## Staafdiagram drijven en zinken



Kinderen zetten kruisjes voor hoeveel pakjes hun bootje kon dragen zonder te zinken. Elke staaf representeert de resultaten van 1 kind.

## Groep 6 – 8 Grafieken met €Sense Sensoren

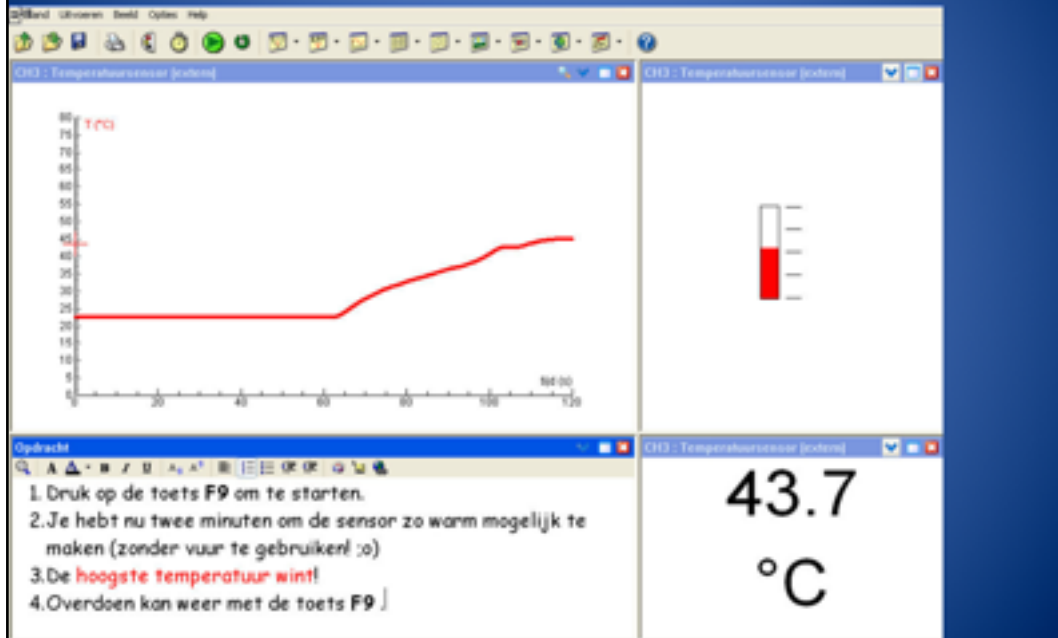
### Sensoren

- Geluid
- Licht
- Temperatuur



Met het roze doosje kun je geluid, temperatuur, en licht meten en grafieken verschijnen onmiddellijk op het scherm. Binnen 5 minuten kunnen kinderen dit bedienen. De gaatjes links zijn van een microfoon (geluidsensor), het oogje rechts is van de lichtsensor. De draad met het staafje vormen de temperatuursensor.

# Display EuroSense



Bv als je de temperatuursensor gaat wrijven, dan neemt de temperatuur toe. Die wordt afgebeeld als grafiek, als staafdiagram, en als getal, in drie representaties dus.

## Onderzoeksvragen

Kunnen kinderen van 10 - 12

- Communiceren met grafieken?
- Grafieken gebruiken in nieuwe situaties?

Bij grafieken heb je –net als bij andere rekenen/wiskunde onderwerpen- zowel routine aspecten (juiste assen gebruiken, waarden aflezen) als conceptuele aspecten zoals het verhaal begrijpen dat een grafiek vertelt. Wij deden een onderzoek met 40 groep 7&8 leerlingen naar beide aspecten.

## Methode

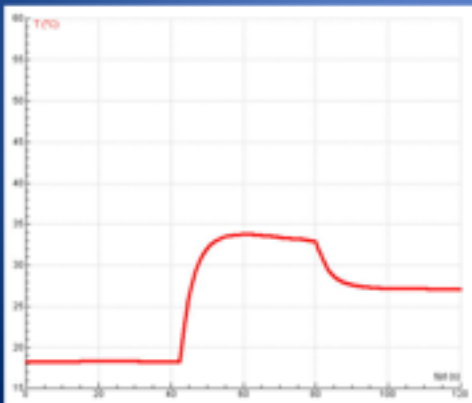
- Kinderen: 27 groep 7, 13 groep 8
- Activiteiten:
  - afstand sensor (20 minutes)
  - temperatuur sensor (20 minutes)
- Data:
  - Video/audio recording van het leerproces
  - Pre-post test van grafieken (N=40)
  - Individueel retentie interview (N=20)

40 kinderen van een gecombineerde groep 7 & 8 oefenden in twee activiteiten van 20 minuten. 20 minuten met een temperatuuractiviteit en een week later 20 minuten met een afstand sensor activiteit. 5 weken daarna werden de kinderen geïnterviewd en beantwoordden ze een schriftelijke toets.

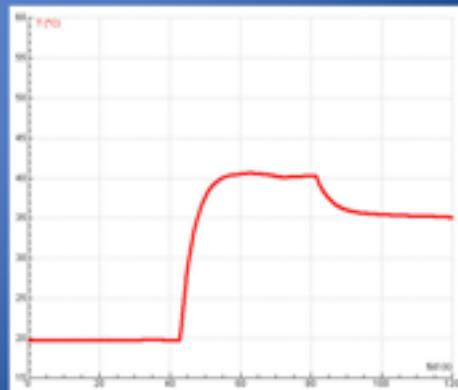
## Interview: grafieken interpreteren

1. Hoe zou je grafiek A kunnen maken?
2. Wat moet je veranderen om B te krijgen?

A

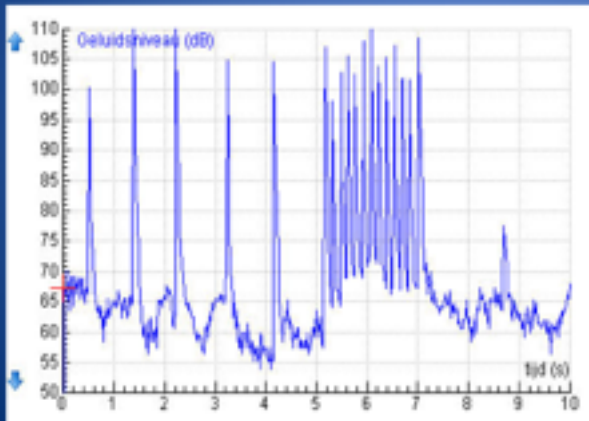


B



In het interview presenteerde ik een temperatuurgrafiek en de vraag was eerst om een paar punten af te lezen en vervolgens wat je moest doen om zo'n grafiek te krijgen. Wat zou er gebeurd kunnen zijn. De meeste kinderen gaven heel acceptabele antwoorden. Bv Rita noemde dat je de koude kraan aan had en toen ook de warme kraan aanzette. Dat zou tot een iets minder steile grafiek hebben geleid, maar dat kon ze niet weten. De vorm die ze in de activiteit hadden gezien, was heel anders geweest.

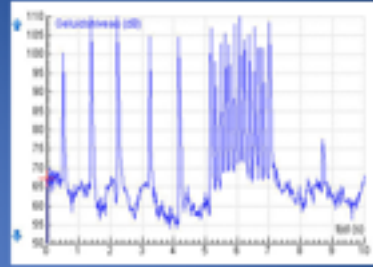
## Nieuwe situatie



- Hoe zou je de sensor en grafieken kunnen gebruiken om de winnaar te kiezen in een **snelklap** wedstrijd

Aan het eind van het interview presenteerde ik een voor hen nieuwe sensor, de geluidsensor. Ik liet even zien hoe de grafiek reageerde op geluid. Vervolgens kregen ze een probleem voorgelegd. Hoe zou je de sensor met dit soort grafiek kunnen gebruiken om de winnaar van een snelklap wedstrijd aan te wijzen. Het ging dus om snel klappen, niet om hard klappen.

## Resultaten snelklappen



- 60% van de groep 7 and 8 kinderen had een acceptabele oplossing
- Groep 7: keek naar afstand tussen de pieken (kleine afstand .... snel klappen)
- Groep 8: frequentie...pieken per tijdsinterval

Ik vond het verrassend dat 60% van de kinderen die maar 2x 20 minuten gewerkt hadden met grafieken en sensoren tot een acceptabele oplossing kon komen en zoals boven genoteerd, keken groep 7 kinderen vooral naar hoe dicht de pieken bij elkaar lagen en keken groep 8 kinderen naar hoeveel pieker er waren per tijdseenheid.



### 3. Wetenschap en Techniek als natuurlijke context voor rekenen/wiskunde

## Groep 5 & 6 Dierentuinproject Marja van Graft

- 5de Montessorischool, STAIJ Amsterdam
- alle groepen 5 & 6
- Niels de Ruig W&T coordinator

Opdracht: ontwerp een verblijf voor dieren, dus o.a.

- Uitzoeken wat olifanten nodig hebben (biologie)
- Verblijf op schaal ontwerpen

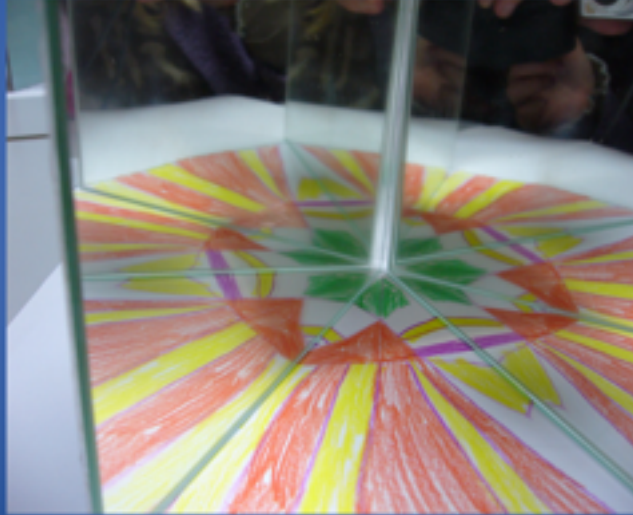
Kinderen werden in groepjes ingedeeld en elk groepje moest voor een bepaald dier (bv olifant, krokodil, leeuw, etc.) een verblijf ontwerpen. Dus moesten ze eerst er achter komen wat hun dier nodig zou hebben en vervolgens daar een verblijf voor ontwerpen. Dat verblijf moest op schaal zijn, dus rekenen met proporties. Kinderen slaan automatisch aan het rekenen. Een jongetjes had bij het begin gezegd: “juf, we gaan toch niet rekenen?”. Even later zat hij spontaan en enthousiast die proporties uit te rekenen.

## Veel andere mogelijkheden

- Pannekoeken of koekjes bakken, of koken (proporties in recepten, meten van volume en massa)
- Huis ontwerpen (lengte, oppervlak, volume, rekenen met proporties, meetkunde)
- Grafieken en tabellen bij allerlei W&T onderzoekjes
- Groep 1-4: Symmetrieën, bv spiegel module HvA ([www.iederkindeentalent.nl](http://www.iederkindeentalent.nl))

W&T heeft talloze mogelijkheden om zowel de reken- als de conceptuele aspecten van rekenen/wiskunde te oefenen. Bij allerlei W&T activiteiten kun je tabellen en grafieken maken en meten, daar kun je dus zelfs mee beginnen in groep 1&2 zoals ik eerder liet zien. Bij bak- en kookactiviteiten kun je rekenen en meten in een natuurlijke en stimulerende context. In 8 lessen over spiegels voor groep 1 – 4 ontdekken kinderen allerlei spiegeleffecten en symmetrieën. Met een enkele spiegel wordt de symmetrie van allerlei figuren verkend. Met een dubbele spiegel krijg je vermenigvuldigingseffecten, zie volgende slides.

## Les 4: Dubbele spiegel (3)



Met een rechtopstaande dubbele spiegel worden patronen vermenigvuldigd. Kinderen in groep 1&2 passen hun tekeningen/kleurdingen al zo aan dat ze mooi vermenigvuldigen. Kinderen die net in groep 1 komen, kunnen dat soms nog niet.

## Les 4: Dubbele spiegel (4)



Verdere  
mogelijkheden:  
kralen, tekenen

En een vermenigvuldigd kralenpatroon.

## Les 4: Dubbele spiegel (5)

- Lijn op papier: maak een driehoek
- Maak een rechthoek
- Enz.



Spiegeling van een lijn levert een driehoek op. Bij een andere hoek van de dubbele spiegel krijg je veelhoeken.

## 4. Onderzoekend rekenen

## Onderzoekend Rekenen (Liping Ma)

Een leerling komt bij de leerkracht met een ontdekking:

*Hoe groter de omtrek van een figuur, des te groter de oppervlakte.*

En laat als bewijs de volgende figuren zien:



Bij een onderzoek onder Amerikaanse en Chinese leerkrachten bracht Liping Ma deze opgave in. Dit is een prachtige opgave om een onderzoekend leren project te starten. Laat leerlingen maar bedenken hoe ze dit kunnen onderzoeken. Ze kunnen verschillende kanten op. Eerst puur verkennen (aanrommelfase) en dan systematischer aan de gang.

Voor reactie van de leerkrachten verwijs ik naar het boek: Liping Ma (1999, 2010). *Knowing and Teaching Elementary Mathematics*. Routledge.

Kort gezegd waren er leerkrachten die dachten dat dit wel waar zou zijn. Er waren er die eerst eens formules voor omtrek en oppervlakte wilden opzoeken. Er waren er die een paar andere voorbeelden bedachten die klopten en op grond daarvan dachten dat de leerling gelijk had (analogie: ik zie twee witte zwanen, ik zie nog meer witte zwanen .... Dan zullen alle zwanen wel wit zijn). Er waren leerkrachten die een tegenvoorbeeld bedachten (lange dunne rechthoek), of de figuur opknipten in allerlei kleine stukjes met totaal nog steeds dezelfde oppervlakte maar nu veel meer omtrek. Er waren er ook die het echt wiskundig aanpakten. Neem nu die rechthoeken, als je een zijde of twee zijden langer maakt, dan klopt de uitspraak. Maar als je een zijde langer maakt en de andere korter, dan vind je gevallen waar het niet meer klopt, ..... Etc. Interessant voor onderzoek.



## Verdere informatie

Voorbeelden van lessenseries waaronder Spiegels ontwikkeld door Welmoet Damsma, HvA:

[www.iederkindeentalent.nl](http://www.iederkindeentalent.nl)

Grafieken met EuroSense: [www.cma-science.nl](http://www.cma-science.nl)

Voor een artikel over het onderzoek met sensoren, vraag [e.berg@vu.nl](mailto:e.berg@vu.nl)

Dierentuin: google op dierentuin/SLO/Marja van Graft

Overige vragen Ed van den Berg: [e.berg@vu.nl](mailto:e.berg@vu.nl)