

Breuken vermenigvuldigen

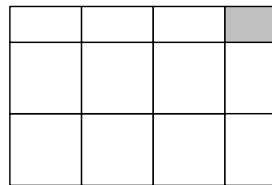
Groep 7/8

In de context van het berekenen van oppervlakte wordt aan de orde gesteld hoe je breuken met elkaar kunt vermenigvuldigen.

Achtergrond

De les is bedoeld om te laten zien dat differentiatie niet persé hoeft te betekenen dat betere en zwakkere rekenaars verschillende opgaven worden voorgezet. Het tegelprobleem van deze les kan op een heel concrete manier worden aangepakt, en zal door de meeste leerlingen kunnen worden opgelost. De betere rekenaars kunnen in deze context echter ontdekken hoe je breuken met breuken kunt vermenigvuldigen.

De opgave vraagt om te berekenen hoeveel tegels nodig zijn voor een tegelvloertje van $2\frac{1}{2} \times 3\frac{3}{4}$. In eerste instantie zoeken de leerlingen uit hoeveel hele tegels er voor het tegelvloertje nodig zijn. Vandaaruit wordt de vraag gesteld hoeveel tegels precies nodig zijn, dus wat de oppervlakte is van het tegelvloertje. Het draait met name om de grootte van de hoektegels die $\frac{1}{2}$ bij $\frac{3}{4}$ groot is.



Door te tekenen zullen de meeste leerlingen de oppervlakte van het tegelvloertje kunnen vinden. Betere rekenaars ontdekken echter wellicht ook een meer algemene procedure voor het vermenigvuldigen met breuken.

- $2\frac{1}{2} \times 3\frac{3}{4} = (2 \times 3) + (\frac{1}{2} \times 3) + (2 \times \frac{3}{4}) + (\frac{1}{2} \times \frac{3}{4})$
- $\frac{1}{2} \times 3 = 1\frac{1}{2}$, want dat kun je uitrekenen als $3 \times \frac{1}{2}$, maar het is ook het is de helft van 3.
- $2 \times \frac{3}{4} = \frac{3}{4} + \frac{3}{4}$, dus $1\frac{1}{2}$.
- $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$, want $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$, en daar moet je de helft van nemen.

Voor een groot deel van de leerlingen is het echter voldoende als ze weten dat bij een vermenigvuldiging als $2\frac{1}{2} \times 3\frac{3}{4}$ - buiten een context, dus als kale som - de uitkomst tussen 2×3 en 3×4 ligt.

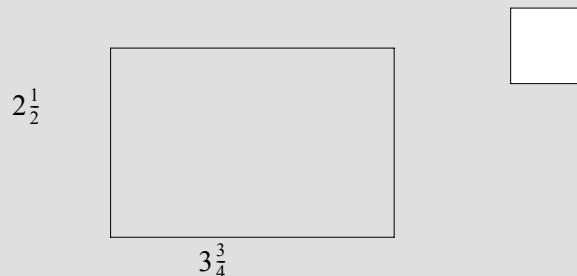
Les: Tegels voor een terrasje

Materiaal

Papier zonder ruitjes, omdat leerlingen anders de ruitjes als maat willen gebruiken, wat het probleem waarschijnlijk lastiger maakt.

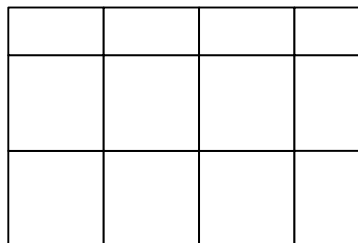
Het eerste probleem

Iemand wil een terrasje maken in de tuin en heeft daar grote, vierkante tuintegels voor uitgezocht. Die tegels passen echter niet netjes op het gekozen stukje grond. De tegel past $2\frac{1}{2}$ keer in de ene richting en $3\frac{3}{4}$ keer in de andere richting. Hoeveel tegels moet je kopen?



Waarschijnlijk zijn er leerlingen die zeggen dat je in ieder geval 12 tegels nodig hebt, namelijk 3×4 . Je kunt ook tegels doorsnijden; stukken die je overhoudt kun je misschien aan de andere kant gebruiken.

Een oplossing is bijvoorbeeld:



Voor de bovenrand moet je tegels precies doormidden snijden. Je kunt de andere helft ook gebruiken, dus voor de bovenrand heb je maar 2 tegels nodig. Je hebt nog 2 extra tegels nodig voor de tegels die $\frac{3}{4}$ breed moeten worden. In totaal zijn er $6+2+2$, dus 10 tegels nodig.

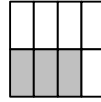
Het tweede probleem

Kun je nu ook uitrekenen wat de oppervlakte van het vloertje is? Hoeveel tegels is het precies? Het is waarschijnlijk een getal met een breuk.

Een oplossing is waar leerlingen mee kunnen komen is:

- 6 hele tegels.
- 3 halve tegels, dus $1\frac{1}{2}$ tegel.
- 2 tegels van $\frac{3}{4}$ breed, dus $1\frac{1}{2}$ tegel.
- Plus de tegel rechtsboven.

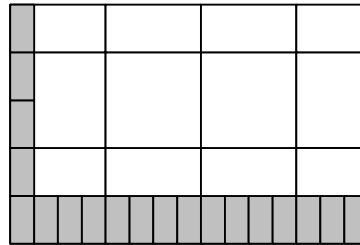
Het echte probleem zit in de grootte van die laatste tegel. Deze is $\frac{1}{2}$ bij $\frac{3}{4}$. Stimuleer leerlingen om te tekenen hoe je de hoektegel zou kunnen versnijden. Als je de tegel eerst half doorsnijdt en daarna in vieren zie je dat het stuk dat je nodig hebt $\frac{3}{8}$ tegel groot is. .



Het derde probleem

Het is handiger om kleine tegels te gebruiken in plaats van zulke grote. Welke vorm zou je zulke tegels geven? En hoeveel van zulke tegels heb je nodig?

Leerlingen komen waarschijnlijk met het voorstel om kleine vierkante tegeltjes te gebruiken, $\frac{1}{16}$ van de grote tegels te gebruiken. Het kan echter ook met de tegeltjes van $\frac{1}{8}$, zoals die gebruikt werden bij de vorige vraag. Laat uitzoeken hoeveel tegeltjes van $\frac{1}{8}$ je nodig zou hebben..



Van zulke tegels zijn er 5×15 , dus 75 nodig.

Laat de uitkomst - 75 tegeltjes van $\frac{1}{8}$ - vergelijken met de oppervlakte die gevonden is bij het tweede probleem. Klopt het dat $75 \times \frac{1}{8}$ evenveel is als $9\frac{3}{8}$?

Het vierde probleem

De oppervlakte van zo'n terrasje kun je vinden via de vermenigvuldiging $2\frac{1}{2} \times 3\frac{3}{4}$. Kun je uitleggen hoe die vermenigvuldiging de uitkomst $9\frac{3}{8}$ oplevert?

De tekening van het tegelvloertje biedt hier steun. Je kunt samennemen:

- de hele tegels: 2×3
- het rijtje boven de hele tegels: $3 \times \frac{1}{2}$
- het rijtje naast de hele tegels: $2 \times \frac{3}{4}$
- de ene tegel rechtboven: $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}$

Je kunt ook direct beginnen vanuit $2\frac{1}{2}$.

De oppervlakte is $2\frac{1}{2} \times 3$ plus $2\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}$

$2\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}$ op zijn beurt is weer $2 \times \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{4}$.

Op dezelfde manier zou je ook kunnen beginnen vanuit $3\frac{3}{4}$.

