

Rekenen met de verhoudingstabel

Groep 6, 7

Leerlingen moeten niet alleen met de verhoudingstabel kunnen werken wanneer die al klaar staat in het rekenboek, ze moeten ook zelf een verhoudingstabel kunnen bedenken als een probleem daar aanleiding toe geeft. De bedoeling van deze lessen is dat leerlingen gaan ervaren dat de verhoudingstabel een handig hulpmiddel is bij het redeneren met verhoudingen.

Achtergrond

Model en rekenhulpmiddel

De verhoudingstabel helpt kinderen bij het redeneren met verhoudingen, en is tegelijkertijd een handig rekenhulpmiddel. Het is zowel een denkmodel als een kladblaadje voor tussenberekeningen.

In bijna alle methoden komen tabellen voor met boven en onder twee verschillende grootheden, zoals prijs en gewicht, aantal en prijs, afstand en tijd:

aantal	1	2	10	20	100
prijs			17,50		

De verhoudingstabel wordt ook gebruikt voor deel-totaal verhoudingen. Bijvoorbeeld: een school heeft 240 leerlingen; 2 van de 5 kinderen gaan naar naschoolse opvang.

kinderen naar n.s.o.	2						
alle kinderen	5						240

In de een aantal methodes wordt de verhoudingstabel gebruikt om met procenten te rekenen. Bijvoorbeeld: hoeveel is 12% van 1200?

100%	10%	1%	2%	12%
1200	120	12	24	144

Bij het doornemen van de methodes vallen twee dingen op:

- Meestal staat bij de opgave al een verhoudingstabel klaar. Kinderen leren dus niet om zelf te bedenken wanneer die verhoudingstabel handig is.
- De methoden doen alsof het voor de kinderen vanzelfsprekend is wat voor stappen je mag maken binnen een tabel.

Vanuit de ideeën over realistisch reken-wiskundeonderwijs zou het rekenen met de verhoudingstabel meer een eigen ontdekking van de kinderen moeten zijn.

Context

Het is erg belangrijk dat leerlingen zich voortdurend blijven realiseren waar hun getallen voor staan, bijvoorbeeld boven de streep voor gewicht en onder de streep voor prijs. Binnen zo'n context is namelijk duidelijk dat je gewicht en prijs allebei met hetzelfde getal mag vermenigvuldigen, maar dat je niet bij allebei hetzelfde getal mag optellen. Bijvoorbeeld:

100 gram kost €2,-

- Verdubbelen mag, want als je twee keer zoveel koopt, moet je ook twee keer zoveel betalen. Dus 200 gram kost €4,-
- Het zelfde getal optellen mag niet; 150 gram kost niet €2,50 (bij de getallen 50 opgeteld).
- Kolommen bij elkaar optellen mag wel. Als 100 gram €2,- kost en 50 gram dus €1,-, dan kost 100 gram + 50 gram samen €3,-

Vanuit de context geredeneerd is eenzelfde getal erbij optellen nogal onlogisch en toch maken leerlingen vaak zulke fouten als ze in een verhoudingstabel werken. Ze gaan truukmatig rekenen en vergeten waar hun getallen voor staan. Om deze reden is het heel belangrijk dat in de verhoudingstabel de eenheden steeds erbij worden geschreven. Dus:

gewicht	1000 gr	100 gr	25 gr	125 gr
prijs	€20,-	€2,-	€0,50	€2,50

of eventueel, maar minder duidelijk:

gewicht (gram)	1000	100	25	125
prijs (€)	20,-	2,-	0,50	2,50

De afbeelding op de volgende pagina geeft een overzicht van de rekenstappen die binnen een verhoudingstabel mogelijk zijn.

Notatie

Wat de notatie betreft geldt dat de verhoudingstabel erg overzichtelijk is, maar op zich niet persé beter dan een tabel of lijstje waarin de getallen onder elkaar staan. Soms is dit zelfs handiger.

Dit zou een systematisch lijstje zijn:

- 1000 gram kost €20,-
- 100 gram €2,-
- 25 gram €0,50
- 125 gram €2,50

Een verhoudingstabel met dezelfde tussenstappen zou er zo uitzien:

gewicht	1000 gr	100 gr	25 gr	125 gr
prijs	€20,-	€2,-	€0,50	€2,50

Het voordeel van de tabel is dat alle getallen hun eigen plek hebben en dat de eenheid hetzelfde moet blijven. In dat opzicht geven lijstjes meer vrijheid, en die vrijheid is niet altijd gewenst. Vergelijk het lijstje van boven met:

- 1 kilo kost €20,-
- 2,- voor 100 gram
- 25 gram €0,50
- Je betaalt €2,50 voor 125 gram

De reken-wiskundemethoden kiezen voor de verhoudingstabel-vorm en later in de brugklas gaat hij een belangrijke rol spelen. De leerlingen dienen daarom vertrouwd te raken met de notatie.

Deze lessen

De lessen die hieronder beschreven worden gaan over gewicht en prijs. Onze ervaring is dat kinderen in groep 6 en 7 bij opgaven rond prijs en gewicht niet veel moeite mee hebben om in termen van verhoudingen te redeneren, zo lang ze zich bewust blijven van de context.

Rekenen binnen de verhoudingstabel

<i>verdubbelen</i>	$\times 2$
<i>halveren</i>	$: 2$
<i>optellen</i>	$+$
<i>afrekken</i>	$-$
<i>keer 10, 100</i>	$\times 10$
<i>delen door 10, 100</i>	$: 10$

De lessen zijn bedoeld om met de leerlingen het belang van het systematisch noteren van tussenberekeningen te bespreken. Om die reden worden de verhoudingsproblemen aangeboden zonder dat er al een tabel klaarstaat op een werkblad. Dergelijke opgaven zijn niet gebruikelijk.

Het is waarschijnlijk dat weinig of geen van de leerlingen spontaan een verhoudingstabel zullen gebruiken. Wij denken dat u het meeste bereikt als u de leerlingen in eerste instantie zelf hun notatie laat kiezen. Bespreek vervolgens uitgebreid of de gekozen notatie overzichtelijk is. Veel leerlingen zullen hun tussenberekeningen bijvoorbeeld willekeurig over hun kladblaadjes spreiden,

maar dat heeft als nadeel dat achteraf niet meer te achterhalen is welke tussenstappen je hebt gemaakt.

Ons voorstel is dat u de leerlingen in de lessen vrij laat bij de notatie van hun tussenstappen. U gaat echter nadrukkelijk in op de manier van noteren: het moet voor iedereen - jezelf, de andere leerlingen in je groepje, de rest van de klas - duidelijk zijn welke tussenstappen je maakt. Zelf gebruikt u systematisch de verhoudingstabelnotatie op het bord om oplossingen van leerlingen uit te schrijven. Onze ervaring is dat kinderen daardoor de redenering van anderen goed kunnen volgen, ook als ze zelf de voorkeur geven aan andere manieren van noteren op hun kladblaadje.

Het is, met andere woorden, naar ons idee niet nodig om de tabel-notatievorm op te leggen aan de leerlingen. De notatie van oplossingen op het bord dient echter overzichtelijk te zijn, en daarvoor gebruikt u de verhoudingstabel. Juist door het contrast tussen uw notatie en hun eigen notatie zullen kinderen verleid worden om ook de verhoudingstabel te gaan gebruiken.

Les 1: Snoepjes voor diabetici

Materiaal

De eerste les gaat over zakjes snoep met een niet zo voor de hand liggende gewicht, zoals 675 gram. Voor de introductie van het probleem kunt u eventueel in de supermarkt een voorbeeld zoeken, bijvoorbeeld een zakje drop van Klene waar 210 gram in zit. Zie ook de website www.klene.nl

Het eerste probleem

Snoepjes voor diabetici zijn duur.

Ze kosten €20,- per kilo. Die snoepjes worden meestal niet per kilo verkocht, maar in kleinere zakjes.

Bijvoorbeeld zakjes van:

125 gram

210 gram

Reken van elk zakje uit hoeveel het kost.

Oplossingen zijn bijvoorbeeld:

- 125 gram is $\frac{1}{8}$ kg. Je kunt €20,- delen door 8 en je hebt meteen het antwoord.
- 100 gram kost €2,- (door 10 delen). 25 gram kost €0,50 (nog eens delen door 4). 125 gram kost dus €2,- + €0,50 = €2,50.

U kunt leerlingen hun berekeningen zelf op het bord laten schrijven, in de notatie die ze hebben gebruikt op hun kladblaadjes. U kunt ook zelf hun redenering op het bord schrijven en daarbij de verhoudingstabelnotatie gebruiken.

Ga na of het voor alle leerlingen duidelijk is dat je kunt redeneren in verhoudingen: als de hoeveelheid 2 keer zo klein wordt, wordt ook de prijs de helft, enzovoort.

Ga vervolgens in op de notatie bij het rekenwerk.

- Waarschijnlijk zijn er groepjes die hun berekeningen door elkaar heen op hun kladblaadjes geschreven hebben. Dat is niet handig, want dan weet je achteraf niet meer precies wat je gedaan hebt.
- Misschien zijn er groepjes die nette rijtjes hebben gemaakt, bijvoorbeeld:
 - 1 kilo kost €20,-
 - 100 gram €2,-
 - 25 gram €0,50
 - 125 gram €2,50
- Misschien zijn er ook leerlingen die de verhoudingstabel hebben gebruikt.

gewicht	1000 gr	100 gr	25 gr	125 gr
prijs	€20,-	€2,-	€0,50	€2,50

Het tweede probleem

Snoep voor diabetici kost €20,- per kilo.
 Bereken hoeveel zakjes kosten van:
 450 gram
 675 gram
 850 gram
 Schrijf je berekeningen overzichtelijk op. Je moet straks kunnen vertellen welke rekenstappen jullie precies gemaakt hebben.

Ga weer eerst in op de redeneringen en op de oplossingen als zodanig. Noteer de redeneringen van leerlingen op het bord in de vorm van een verhoudingstabel. Leg daarbij steeds duidelijk een relatie met de context. Dus niet ‘boven keer 2, dan ook onder keer 2’ maar ‘als ik 2 keer zoveel kaas koop, dan moet ik ook 2 keer zoveel betalen.’

U hoeft nog niet uitgebreid in te gaan op de notatiewijze, maar kijk wel of de kinderen de relatie begrijpen tussen het verhaal van hun medeleerling en uw notatie.

Besteed daarna opnieuw aandacht aan het systematisch noteren van tussenstappen. Een overzichtelijk rijtje onder elkaar is net zo goed als een verhoudingstabel, als maar duidelijk is welke rekenstappen gemaakt zijn.

Les 2: De kaasboer

In de eerste les zijn twee verschillende dingen aan de orde geweest:

- het redeneren en rekenen met verhoudingen op zich,
- het overzichtelijk noteren van tussenstappen.

Waarschijnlijk is de meeste aandacht uitgegaan naar het eerste punt en heeft het punt van de notatie nog niet zoveel aandacht gekregen. Herhaal dan, min of meer, de les met een ander contextprobleem.

Het probleem

Bij de kaasboer is de jongbelegen kaas in de aanbieding:
€4,00 per 500 gram!
Hoeveel moet je betalen voor
300 gram
1060 gram
2 kg
1,25 kg
Schrijf je berekeningen weer duidelijk op.

Het is de vraag of leerlingen dit keer uit zichzelf met een verhoudingstabel notatie zullen komen. U kunt uit verschillende benaderingen kiezen:

- U kunt de leerlingen vragen om dit keer de verhoudingstabel te gebruiken voor hun berekeningen. Laat de leerlingen dan echter wel zelf uitzoeken hoe ze de tabel moeten opzetten: wat schrijf je vooraan?, wat komt er in de vakjes?
- U kunt de leerlingen echter ook de vrijheid geven om hun eigen notatie te kiezen. Ga bij de bespreking expliciet in op hun manier van noteren: is de notatie overzichtelijk? zou een andere leerling kunnen volgen welke stappen je hebt gemaakt?
U gebruikt dus in dit geval wel zelf de verhoudingstabel als manier om de redeneringen van kinderen uit te schrijven, maar u legt die notatie niet op aan de kinderen.

Verder lezen

Deze les hoort bij het boek 'Breuken, procenten, kommagetallen en verhoudingen', uitgegeven door Noordhoff Uitgevers, ISBN 90-01-85106-1.
Zie www.tal.wolters.nl en www.fi.uu.nl/tal