

---

# Docentenhandleiding Pijlenketting en functie

*versie maart 2008*

## **Vooraf**

In deze handleiding wordt beschreven hoe u de lessenserie ‘Pijlenketting en functie’ kunt uitvoeren in uw klassen. Het doel is u te informeren over de opzet zoals wij die voor ogen hebben en waarin de eerdere ervaringen met deze lessenserie zijn verwerkt. We hopen echter dat u een en ander niet als spoorboekje of diktaat opvat, maar zich vrij voelt om van het onderstaande af te wijken als u dat wenselijk vindt. Vanzelfsprekend zijn we wel geïntereiseerd in uw redenen om dat te doen!

## **Omvang, planning, materiële en technische zaken**

- Het lesmateriaal wordt aangeleverd als pdf en door de school gereproduceerd.
- De leerlingen krijgen per tweetal een account op de DWO-server van het FI. DWO staat voor Digitale WiskundeOmgeving en is digitale omgeving waarin het applet functioneert. U kunt deze logins van tevoren aanmaken, dan wel door de leerlingen zelf laten aanmaken aan het begin van de derde les.
- De lessenserie is gepland voor 8 lessen van 50 minuten. Het is wellicht verstandig om één les uitloop te reserveren. De eindtoets kan dan plaatsvinden in les 9 of 10.
- De lessen 1 en 2 vinden plaats in een gewoon lokaal. In les 1 is een aantal beweegbare parallellogrammen met onderliggens ruitjespapier nodig. Een ‘bouwpakket’ daarvoor wordt aangeleverd, maar dit vraagt nog enig knipwerk. Dat kunt u vooraf zelf doen, of door de leerlingen laten uitvoeren.
- Afhankelijk van het alternatief dat u bij les 1 en 2 kiest, zijn daarbij posters en stiften nodig. We gaan ervan uit dat die op school beschikbaar zijn. Als u de ‘levende pijlenketting’ wilt maken, zijn er grote ‘bordjes’ op A4-formaat nodig.
- De lessen 3, 4, 5 en 7 vinden plaats in een computerlokaal, dat mogelijk al tijdig gereserveerd dient te worden. De computers dienen voorzietn te zijn van een snelle internetverbinding en van Java (<http://www.java.com/nl/download/>). Het is voor demonstraties en nabesprekingen zeer wenselijk als het tijdens deze lessen ook mogelijk is om het scherm van een computer (met internettoegang) te projecteren via een beamer. Als dit in het computerlokaal niet mogelijk is, is een optie om deze delen van de lessen in een ander lokaal te laten plaatsvinden. Het nadeel daarvan is dat de klas tijdens de les een keer moet verhuizen.

- 
- De lessen 6 en 8 vinden plaats in een gewoon lokaal, waar het echter wel zeer wenselijk is als er een computer met internettoegang en beamer beschikbaar is. Bij les 6 zijn envelopjes met functierepresentaties nodig (worden op A4 aangeleverd, vraagt nog wat snij/knipwerk) en eventueel ook posters en stiften.

### **Afronding en beoordeling**

Voor de afronding en de beoordeling van de lessenserie stellen we een combinatie voor van

- een beoordeling van het digitale werk van de tweetallen leerlingen in de DWO
- een beoordeling van het papieren werk van de individuele leerlingen
- een eindtoets, die bestaat uit een papieren, individuele toets, een digitale toets (individueel of in tweetallen), of een combinatie van beide.

Gelet op de ervaringen lijkt het verstandig om zowel het DWO-werk van de duo's (het 'digitale schrift') als de uitwerkingen in het papieren werkboek te waarderen, bijvoorbeeld elk met 1 punt, en dan de toets met maximaal 8 punten. Een alternatief kan zijn om de toets op 10 punten te normeren en bonuspunten voor het boekje en de DWO te geven. Voor de eindtoets zal een opzet worden aangeleverd, die zowel een individueel papieren toets als een DWO-toets voor tweetallen omvat. Als er slechts tijd is voor één van de twee, dan svp de papieren toets afnemen. Voorstellen voor toetsopgaven zijn bijzonder welkom!

---

## Les 1 Beschrijven en voorspellen

- Benodigdheden**
- 1 boekje voor elke leerling (repro op school)
  - per groepje 1 vierhoek en ruitjesvel (zelf in elkaar zetten, materiaal aangeleverd)
  - eventueel per groepje 1 poster, stiften, plakband om poster op te hangen
- Klassikale inleiding  
groepswerk**
- Vooraf zo nodig iets zeggen over het experiment en over de wijze van afronden en beoordelen van de lessenserie, en met name over de waardering van DWO-werk, papierwerk en eindtoets?

Inleiding in de geest van: “Je gaat nu in groepjes drie situaties verkennen waarin wiskundige beschrijvingen van afhankelijkheidssituaties een rol spelen, waarin je twee grootheden/variabelen hebt waarbij de ene van de andere afhangt, waarin de andere de waarde van de ene bepaalt.”

De nadruk leggen op de gerichte afhankelijkheid, en minder op vagere uitdrukkingen als verband of samenhang.

Dan elk van de drie problemen kort inleiden, groepjes indelen (het kan handig zijn dat al de les tevoren te doen of aan te kondigen) en het doel van het groepswerk duidelijk maken: het is de bedoeling dat de opdrachten in het boekje worden beantwoord (en niet te kort: een antwoord als “meer” is onvoldoende), maar ook dat men het daar over eens is in het groepje en dat de antwoorden de volgende les gepresenteerd moeten worden.

Omdat deze les nogal vol zit, is het belangrijk dat de inleiding niet te lang duurt en dat de leerlingen snel in groepjes aan de slag zijn.

- Groepswerk**
- Het is de bedoeling dat de leerlingen veel zelf handelen en keuzes maken (zelf bewegen van een figuur, zelf kiezen en benoemen van variabelen, ...) en daardoor het idee van afhankelijkheidsrelaties ervaren, en de vraag hoe die te beschrijven of te representeren. Voor de docent is het zaak te signaleren in hoeverre de ideeën van leerlingen aanknopingspunten bieden in gebruik van voorstellingen voor het vervolg met AlgebraPijlen. Vooral de organisatie van berekeningen onder elkaar of het maken van een tabel helpt bij de vierhoek en bij de telefoontarieven.

### *Praktisch:*

Groepjes van 3 of 4 leerlingen, heteroog samenstellen. Elk groepje begint aan een van de opdrachten (dus niet allemaal aan opgave 1!), die ze volgende les moeten presenteren. Voor de opdracht van de vierhoek hebben de leerlingen een ruitjesvel als onderlegger nodig, en de vierhoeken.

Voor die presentatie zijn er twee opties. Optie 1 is dat elk groepje tijdens deze les een poster maakt over de eigen opgave. In dat geval 20 minuten voor het einde van de les posters en stiften uitdelen en leerlingen hieraan laten beginnen! Mochten leerlingen hun poster klaar hebben, dan kan die worden opgehangen en kunnen ze even de andere opdrachten lezen. Als leerlingen de poster in de les niet afkrijgen, kunnen ze die als huiswerk (of op school als er tijd is) verder afmaken.

---

Optie 2 is dat de groepjes voor de volgende les een presentatie op het bord voorbereiden. Het voordeel daarvan is dat het minder tijdrovend is dan het maken van een poster, het nadeel is dat de poster ook van tevoren en naderhand nog zichtbaar is, en de docent eraan kan refereren.

*Begeleiding groepswork:*

Rondlopen en vragen stellen, de ideeën van overzichtelijke organisatie van berekeningen, keuze van onafhankelijke/beginvariabele, covariatie en afhankelijkheid oproepen. Verder ook vragen naar manieren om de samenhang op een wiskundige manier in beeld te brengen / voor te stellen / weer te geven / te representeren.

- Bij de situatie van de *vierhoek* bijvoorbeeld vragen wat nu de oppervlakte en de omtrek bepaalt, waar hangen die vanaf? Als leerlingen de hoogte van de ruit als onafhankelijke variabele nemen, dan is de oppervlakte daarmee recht evenredig ( $opp = hoogte \times basis$ ). Als leerlingen de hoek nemen, is het moeilijker, want dan heeft de hoogte met de sinus van de hoek te maken. In beide gevallen wel vragen hoe de oppervlakte van de onafhankelijke variabele afhangt. Wat gebeurt er met de oppervlakte als de hoek toeneemt? Eventueel suggereren (of idee oproepen) om gegevens van specifieke standen in een tabel te zetten. Overigens is vanwege de dikte van de stangen de oppervlakte niet precies gelijk aan 10 keer de hoogte. Leerlingen eventueel erop wijzen dat ze de situatie mogen idealiseren!
- Bij de situatie van de *mobieltjes* kan een vraag zijn hoe de kosten van het aantal belminuten afhangen. Als ze alleen met rekenmachine rekenen, dan vragen om berekeningen op te schrijven. Daarna eens kijken of ze dat bijvoorbeeld onder elkaar doen zodat een recept zichtbaar is. Eventueel vragen naar het recept om bij een gegeven aantal belminuten de kosten te berekenen, en hoe je kunt weten bij welk aantal belminuten welk abonnement het voordeligst is. Wat gebeurt er bij beide abonnementen als je steeds meer gaat bellen?
- Bij de situatie van de *remweg* vragen naar een manier om de remweg uit de snelheid te berekenen, en daarbij erop wijzen dat het kennelijk niet lineair is, dus dat er niet steeds evenveel bijkomt, of dat de punten niet op een rechte lijn liggen. Eventueel leerlingen vragen te onderzoeken hoeveel er elke stap (10 km) bijkomt.

**Huiswerk opgeven**

Het huiswerk is:

- Poster eventueel afmaken / presentatie voorbereiden.
- Van de opgave waar je niet aan hebt gewerkt, onderdeel a maken. Dus als je groepswork ging over 1.1 (de vierhoek), dan thuis 1.2a en 1.3a op papier maken. Het doel hiervan is dat iedereen in staat is de poster/presentatie van de andere groepjes te volgen.

---

## Les 2 Van berekening naar pijlenketting

<b>Benodigdheden</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• plakband om posters op te hangen</li><li>• eventueel ‘bordjes’ van de pijlenketting om levende pijlenketting te maken (aangeleverd, zelf afdrukken)</li><li>• stiften om de bewerkingen op de ‘bordjes’ in te vullen</li></ul>
<b>Presentaties</b>	<p>In het geval van posters worden deze, probleem bij probleem, naast elkaar in het lokaal opgehangen. Elk probleem wordt door één groepje besproken (ca. 5 minuten). De groepjes die hetzelfde probleem hadden, presenteren dit niet nog een keer in zijn geheel, maar geven aanvullingen en bespreken de verschillen met de voorgaande groepjes. De leerlingen die niet aan dit probleem hebben gewerkt, mogen aangeven of het zo duidelijk is en op welke punten ze meer moeten weten.</p> <p>In het geval van presentaties zonder poster verloopt dit analoog, maar nu worden de leerlingen aangemoedigd tekeningen / berekeningen / tabellen / ... op het bord te zetten en toe te lichten.</p> <p>In beide gevallen let de docent op aanknopingspunten voor (i) organisatie van gegevens en berekeningen, (ii) het identificeren van grootheden en bewerkingen, (iii) het idee van afhankelijkheidsrelaties, en voor (iv) het gebruik en nut van de verschillende voorstellingen zoals tabellen, formules, vuistregels, grafieken bij het beschrijven en voorspellen.</p>
<b>Nabespreken</b>	<p>Na de presentaties in een klasgesprek ingaan op de verschillen tussen en het gemeenschappelijke van de drie situaties.</p> <p>Bij de vierhoek: tabel helpt. Bij de beltarieven: berekeningen onder elkaar helpt bij het herkennen van een recept (eventueel zelfs pijlenketting of formule). Bij remweg: met tabel kun je toenamen onderzoeken en grafiek helpt bij voorspellen (hier (nog) geen rekenrecept, terwijl dit bij de andere 2 problemen wel al mogelijk is).</p> <p>Conclusie: Wiskunde, en de voorstellingen zoals grafieken en tabellen, kunnen helpen om greep te krijgen op die samenhang. Soms kun je zelfs precies weten hoe de variabelen samenhangen. Redeneren over en begrijpen van co-variantie kan met behulp van formule, grafiek of tabel. Eventueel voorstellingen al op het bord zetten in een vorm die lijkt op de voorstellingen in AlgebraPijlen, maar dat kan ook bij het volgende punt.</p>
<b>De levende ketting</b>	<p>Een optie is vervolgens om leerlingen op een informele manier te laten kennismaken met pijlenkettingen, waarin ze zelf een rol spelen. Dit kan aansluiten op de resultaten van de opgave over de beltarieven.</p> <p>Hiervoor is een aantal kaarten nodig (A4-formaat) waarop een bewerking kan worden ingevoerd of die als invoer/uitvoerkaart kunnen dienen. Kleuren overeenkomstig de kleuren in het applet AlgebraPijlen.</p> <p>Leerlingen krijgen rollen, bijvoorbeeld invoergetal, vaste kosten, totale kosten, belminuten, ... en maken samen een stappenplan / ketting voor de situatie van de beltarieven. Wat is het gemak van zo'n ketting? Kan het ook op een andere manier, zijn er ook andere kettingen mogelijk? Misschien ook al terugrekenen vanuit gegeven totale kosten naar aantal belminuten? Een leerling op het bord laten bijhouden wat er gebeurt. Eventueel kan dit alles ook alleen op het bord.</p>

- 
- Uitleiding** “Je hebt nu situaties gezien waarin een ‘ding’ afhangt van iets anders: bijvoorbeeld hangt de drukte in het zwembad af van de buitentemperatuur. Hoe?”  
Als leerling alleen komen met:  
“Als het heet is, dan is het leuk om te gaan.”  
Dan vragen naar zinnen met ‘meer’ of ‘minder’.  
Vervolgens: “Het gaat in deze lessen om hoe de ene grootheid de andere bepaalt, erop van invloed is. Deze invloed is met wiskundige middelen in kaart te brengen. De pijlenketting is zo’n middel.  
Wie weet er nog meer voorbeelden? Over welke dingen gaat het en hoe hangen die samen? Welke grootheid is oorzaak en welke gevolg? Met welke (wiskunde-)woorden kun je die samenhang beschrijven?”  
Het woord ‘verband’ nu liefst vermijden, dat is te ongericht en te vaag. Eventueel op het bord de woorden verzamelen en bespreken: variëren, beïnvloeden, veranderen, afhangen, relatie, verband, toenemen, ...
- Huiswerk** Huiswerk: opgaven 2.1 - 2.4 maken uit het boekje. Als er nog tijd over is, dan kunnen leerlingen hiermee al een begin maken tijdens de les.

---

## Les 3 AlgebraPijlen verkennen

<b>Benodigdheden</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• voor appletdemo: computer met java en internet, beamer</li><li>• voor practicum: leerlingcomputers met internet en java</li></ul>
<b>Huiswerk / stand van zaken</b>	<p>Het resultaat van de eerste twee lessen is inzicht in afhankelijkheid en covariatie is handig voor beschrijven en voorspellen. Pijlenkettingen, tabellen en grafieken helpen daarbij. Daarom gaan we ons in de samenhang tussen die voorstellingen verdiepen.</p> <p>Vragen naar het huiswerk. Problemen met pijlenkettingen? Een steekproef nemen uit opgaven 2.1 - 2.4. Vervolgens de kern samenvatten: “We hebben situaties gezien waarin een grootte afhangt van een andere, bijvoorbeeld oppervlakte van hoogte, kosten van belminuten. Die situaties kun je wiskundig op verschillende manieren voorstellen. Eén daarvan is een pijlenketting. Het computerprogrammaatje (applet) AlgebraPijlen kan je helpen om zulke kettingen te maken, en ook voor grafieken en tabellen. Daarmee ga je nu werken om meer situaties te onderzoeken en nut van en relatie tussen ketting, grafiek en tabel beter te begrijpen.”</p>
<b>Demo AlgebraPijlen</b>	<p>Demonstratie met beamer:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• inloggen</li><li>• even wat bewerkingen en invoer/uitvoer in het werkveld slepen</li><li>• door op een operatie te klikken de operant veranderen</li><li>• een ketting maken en een antwoord uitrekenen</li><li>• tabel en grafiek maken, eventueel grafiekenvenster verplaatsen en vergroten</li><li>• een antwoord in het antwoordvel intypen en benadrukken dat dat belangrijk is</li><li>• heen-en-weer springen tussen opgaven, navigatie door opgaven en activiteiten</li><li>• aan de hand van de eerste opgave demonsteren hoe je naar de online help kunt gaan.</li><li>• eventueel op de knop Kopieer Pijlenketting wijzen.</li></ul> <p>Benadrukken dat al het werk wordt opgeslagen en een soort digitaal schrift vormt, je hoeft niets op papier op te schrijven! De docent kan alles altijd zien...</p> <p>Alternatieve aanpak van de demonstratie: een leerling het applet laten bedienen, terwijl de docent zegt wat er moet gebeuren. Kost misschien iets meer tijd, maar geeft een grote betrokkenheid in de klas, en geeft ook inzicht in wat vanzelfsprekend is voor leerlingen en wat niet.</p>
<b>Werken in tweetallen in de DWO</b>	<p>Leerlingen krijgen per tweetal een loginnaam en een wachtwoord. De twee leerlingen zijn voor de hele lessenserie samen verantwoordelijk voor de voortgang en afronding van de activiteiten onder de loginnaam. De leerlingen beginnen aan de activiteit ‘AlgebraPijlen verkennen’ in de module ‘Pijlenketting en functie’.</p> <p><i>Begeleiding:</i></p> <p>Rondlopen en vragen stellen, die ideeën van covariatie en afhankelijkheid oproepen. “Wat gebeurt er als ... groter wordt? Hoe zie je dat in de ketting,</p>

---

in de grafiek, in de tabel?“ Proberen precieze antwoorden uit te lokken, dus niet alleen “Dan wordt die ook groter“ maar ook *hoeveel* die groter wordt, of dat steeds sneller gaat of met een constante groeisnelheid, etcetera. Bij technische problemen naar Help verwijzen.

#### **Eerste deel nabespreken**

Als het allemaal erg vlot gaat, of als veel leerlingen juist op dezelfde zaken vastlopen, kan het goed zijn een klassikaal moment in te lassen, eventueel aan het einde van de les. Als er geen tijd voor is, kan dit ook aan het begin van de volgende les.

Als de meeste leerlingen bijvoorbeeld de eerste vijf opgaven van de DWO af hebben, een leerling naar voren vragen, laten inloggen en laten zien wat dat tweetal bij verschillende vragen heeft gedaan. Anderen laten zeggen of dat goed is, of hoe het anders kan.

Tips hierbij:

- Bij DWO opdracht 1.2 kijken of leerlingen meerdere kettingen maken voor delen door 7 of niet. Als het uitkomt benadrukken dat één ketting volstaat.
- DWO1.4: aandacht voor het kopiëren van de ketting van de vorige opgave, en voor het in- en uitzoomen op de tabel.
- DWO1.5: aandacht voor het schalen van de grafiek, en voor de dynamiek (onderdeel c).
- Misschien aandacht besteden aan het toevoegen van labels aan invoeren uitvoervakje, en aan precieze naamgeving van de variabelen. Beltijd is een betere variabelenaam dan minuten, bijvoorbeeld.
- Aandacht besteden aan de verschillende manieren waarop je een getallenpaar van de vorm (invoer, uitvoer) tegen komt in ketting, tabel en grafiek.

#### **Huiswerk**

- Thuis (of op school) DWO-activiteit 1 afmaken, dus neem login en wachtwoord van je tweetal mee en spreek af hoe en wanneer je hieraan verder werkt!
- Op papier individueel opgave 3.1 maken. Dat laatste kan ook als je onverhoopt thuis problemen hebt met inloggen!
- Het kan zijn dat dit veel huiswerk is. De volgende les is iets minder vol, dus dan kan een en ander worden ingelopen.

---

## Les 4 Omslagpunten

<b>Benodigdheden</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• voor appletdemo: computer met java en internet, beamer</li><li>• voor practicum: leerlingcomputers met internet en java</li></ul>
<b>Huiswerk nabespreken</b>	<p>Vooraf in de DWO kijken hoe ver leerlingen zijn gekomen, waar eventuele problemen zitten of waar oplossingen en formuleringen te vinden zijn die geschikt zijn om in de klas aan de orde te laten komen.</p> <p>DWO-huiswerk nabespreken: Leerlingen vinden het leuk, zo is de ervaring, als hun werk gebruikt wordt bij de nabespreking. Verder kan de docent in het leerlingenwerk tijdens de nabesprekingen dingen wijzigen of aanpassen: dergelijke veranderingen worden niet opgeslagen zolang er niet onder de naam van het betreffende tweetal is ingelogd. De docent kan zelf aan de knoppen zitten, of een of twee leerlingen met de beamer enkele uitwerkingen laten zien van de opgaven en die toelichten. Anderen reageren of het goed is, of ze het zelf ook zo hebben gedaan. Eventueel kan een ander laten zien hoe zij het hebben aangepakt. Opmerkingen bij het eerste deel van de activiteit: zie vorige les.</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• DWO1.7: inventariseren welke strategieën leerlingen gebruiken. Dit is een opstapje naar het onderwerp van vandaag, de omslagpunten.</li><li>• DWO1.8 en/of 1.10: dit is een gelegenheid om in te gaan op de techniek van het inzoomen, die leerlingen lastig vinden. Ook wellicht trace laten zien?</li><li>• DWO1.9: benadrukken dat je het paar (invoergetal, uitvoergetal) als coördinaten in de grafiek terugziet.</li><li>• DWO1.11: een puzzelachtige opgave die aanleiding kan zijn tot leuke klassengesprekken. In geval van tijdgebrek eventueel laten zitten.</li></ul> <p>Nadruk leggen op functie als invoer-uitvoer machine en op afhankelijkheid: als de invoer verandert, verandert de uitvoer op een bepaalde manier mee. De manier waarop dat precies gebeurt verschilt van situatie tot situatie.</p> <p>Papieren huiswerk nabespreken: Bij opgave 3.1 eventueel de boekjes van leerlingen langslopen om te zien hoe de grafieken op p. 7 eruit zien. Met name vraag c nabespreken, waarin het verschil tussen het wiskundige model en de werkelijke context aan de orde komt. Eventueel deze opgave gebruiken om te wijzen op de samenhang tabel-grafiek-ketting.</p>
<b>Klassikaal de stand van zaken</b>	<p>We weten nu meer over pijlenkettingen, tabellen en grafieken. Terugblik op de problemen uit les 1. Vragen aan leerlingen: Wat kunnen we beter, wat begrijpen we beter, wat moeten we nog beter uitzoeken ... ? Vervolg: niet alleen kijken naar de gerichte afhankelijkheid tussen invoergetal en uitvoergetal, maar ook globaal kijken, de pijlenkettingen als geheel vergelijken, bijvoorbeeld om te zien welke van de twee belabbonementen uiteindelijk voordelig is.</p>
<b>Tweetallen in de DWO</b>	<p><i>Praktisch</i> Werken in dezelfde tweetallen als vorige les, maar nu aan de activiteit Om-</p>

---

slagpunten.

*Begeleiding:*

Rondlopen en vragen stellen, die ideeën van globaal kijken naar de functie als geheel oproepen en verbanden tussen de voorstellingen aan de orde stellen: “Hoe zie je dat in de grafiek, welke kenmerken heeft de grafiek, wat betekent het omslagpunt, hoe vind je dat, ...” Afhankelijk van de tijd en de voortgang: als de leerlingen de activiteit af hebben, kunnen ze de eerste twee opgaven van de activiteit Test jezelf doen, dan wel de eerst activiteit nog afwerken, dan wel aan opgave 4.1 uit het boekje beginnen.

**Klassikaal nabespreken**

Als er genoeg tijd is, kunnen enkele opgaven worden nabesproken, bijvoorbeeld door een tweetal naar voren te vragen, te laten inloggen en hun antwoorden te laten uitleggen. Anderen laten zeggen of dat goed is, of hoe het anders kan.

- DWO2.1d legt verband tussen de stijlheid en de factor in de vermenigvuldiging. Dergelijke verbanden tussen grafische kenmerken en operaties in de pijlenketting verdienen aandacht.
- DWO2.2 en 2.3 zijn geschikt om in te gaan op de strategie om een omslagpunt te vinden.
- DWO2.3b: hier kunnen leerlingen verschillende methodes hanteren, die aardig zijn om naast elkaar te zetten.
- DWO2.5 is iets opener geformuleerd. Vermoedelijk zullen leerlingen vooral grafieken gebruiken, maar het is aardig na te gaan of het ook met tabellen kan, of zelfs met alleen de pijlenkettingen.
- Eventueel ergens trace laten zien als methode om omslagpunt te vinden.
- Eventueel ook nog een keer de ontwikkeling van puntgrafiek (getalinvvoer) naar puntENgrafiek (tabel aan) naar lijngrafiek (variabele invoer) laten zien.

**Huiswerk**

- Thuis (of op school) DWO-activiteit Omslagpunten afmaken op dezelfde manier als de vorige les. Eventueel ook de opgaven 5.1 en 5.2 uit de activiteit Test jezelf. Een andere optie is om deze activiteit tot het einde te bewaren als oefenmateriaal.
- Uit het boekje de opgaven 4.1 en 4.2 maken
- De samenvatting op p. 8 lezen.

---

## Les 5 Omkeerkettingen

<b>Benodigheden</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• voor appletdemo: computer met java en internet, beamer</li><li>• voor practicum: leerlingcomputers met internet en java</li></ul>
<b>Huiswerk nabespreken</b>	<p>Deze les kent een vergelijkbare opbouw als de vorige. Vooraf in de DWO kijken hoe ver leerlingen zijn gekomen, waar eventuele problemen zitten of waar oplossingen en formuleringen te vinden zijn die geschikt zijn om in de klas aan de orde te laten komen.</p> <p>DWO-huiswerk nabespreken: zie opmerkingen aan het einde van de beschrijving van de vorige les.</p> <p>Papieren huiswerk nabespreken: Bij opgave 4.1 even wat antwoorden inventariseren. Bij 4.2 is de vraag of leerlingen in staat zijn een link te leggen tussen de steilheid van de grafiek en de operatie in de ketting.</p>
<b>Klassikaal de stand van zaken</b>	<p>Aan de hand van bijvoorbeeld DWO2.5 de vraag oproepen hoe je nu handig bij een gegeven uitvoerwaarde de invoerwaarde terugvindt. Misschien komen leerlingen met informele strategieën. Die kunnen ze verder uitwerken in de DWO.</p>
<b>Tweetallen in de DWO</b>	<p><i>Praktisch</i> Als vorige les, met de vaste tweetallen. Het gaat nu om de activiteit Omkeerkettingen.</p> <p><i>Begeleiding:</i> Als de vorige les. Rondlopen en vragen stellen, die het idee van de omkeerketting ondersteunen: wat doet de functie met de tabel als geheel, wat doe je om de bewerking voor alle invoergetallen ongedaan te maken, weet je zeker dat het voor elk getal klopt, kun je zoiets altijd doen, .... Als leerlingen klaar zijn, weer een optie om opdracht 5.3 te doen, of eerder digitaal werk af te maken, dan wel opgave 5.1 uit het boekje te maken.</p>
<b>Klassikaal nabespreken</b>	<p>Als er genoeg tijd is, kunnen enkele opgaven worden nabesproken.</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• DWO3.2 zullen leerlingen moeilijk vinden, van een kant vanwege het dynamische in de vraagstelling, en van de andere kant vanwege het vergelijken van de twee uitkomsten. Misschien dat enkele goede leerlingen dit kunnen toelichten. Anders kan het ook achterwege blijven.</li><li>• DWO3.3c: hier is een optie om de ketting en de omkeerketting met elkaar te verbinden, en dan krijg je de identieke tabel. Dat is wat gebeurt bij 3.4.</li><li>• DWO3.6: hier gaat het om het besef (in ons jargon) dat niet elke functie inverteerbaar is.</li></ul>
<b>Huiswerk</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Thuis (of op school) DWO-activiteit Omkeerkettingen afmaken op dezelfde manier als de vorige les. Eventueel ook opgave 5.3 uit de activiteit Test jezelf. Een andere optie is om deze activiteit tot het einde te bewaren als oefenmateriaal.</li><li>• Uit het boekje de opgave 5.1 maken</li><li>• De samenvatting op p. 9 lezen.</li></ul>

---

## Les 6 Verschillende manieren van kijken

- Benodigheden**
- voor nabespreking DWO: computer met java en internet, beamer
  - voor matchingsopgave: per groepje een enveloppe met representaties (bestand aangeleverd, zelf afdrukken en snijden)

Deze les zit mogelijk vrij vol vanwege de groepsopdracht. De nabespreking van het huiswerk van de vorige les zal dus niet te veel tijd in beslag moeten nemen. Verder is een optie om de bespreking van het groepswerk aan het einde van de les uit te stellen tot de volgende les.

- Huiswerk nabespreken**
- Vooraf even in de DWO kijken hoe ver leerlingen zijn gekomen en waar eventuele problemen zitten. Voor de nabespreking van de DWOopdrachten zie opmerkingen aan het einde van de beschrijving van de vorige les. Eventueel aandacht besteden aan opgave 5.1 op papier. De clou is dat niet elke ketting een omkeerketting heeft.

- Stand van zaken**
- We kijken steeds meer naar een functie als geheel, met globale kenmerken en eigenschappen, van de grafiek of de tabel, bijvoorbeeld stijgen, of er komt steeds hetzelfde getal bij, of de ene haalt de andere in, of het tweede deel van de ketting maakt het eerste deel altijd ongedaan. We kunnen nu dus naar de functie als geheel kijken. Die kun je je voorstellen als grafiek, formule, tabel, pijlenketting. De vraag is nu: Hoe hangen ketting, formule, tabel en grafiek samen? Vandaar de volgende groepsopdracht: Zoek bij elkaar passende voorstellingen. Het gaat daarbij vooral om de redeneringen: hoe weet je dat die voorstellingen bij dezelfde functie horen.

- Groepswerk matching**
- Praktisch*
- Het gaat om opgave 6.1 uit het boekje. De leerlingen zitten in groepjes van drie of vier en krijgen per groepje een stapeltje plaatjes die overeenkomen met de voorstellingen in het lesmateriaal, en ook een aantal lege kaarten. De opdracht is om de voorstellingen te matchen die dezelfde functie representeren. Dat geeft setjes van ketting, taal, tabel en grafiek. Leerlingen kunnen de bij elkaar horende representaties met elkaar verbinden op p. 10 van het boekje, maar de bedoeling is ook dat ze aangeven welke redenering erachter zit, dus hoe ze weten dat de representaties bij elkaar horen. Het totale aantal representaties is 19, dus er ontbreekt er een. De vraag is natuurlijk welke aanvulling de vijf setjes compleet maakt. Een geschikte vorm hierbij is dat de leerlingen de bij elkaar horende voorstellingen op een flap plakken, en er met stift bijschrijven hoe je weet dat die bij elkaar horen.

*Begeleiding:*

Rondlopen en vragen stellen, die zich vooral richten op de motivatie: hoe zie je, of hoe weet je zeker dat twee voorstellingen dezelfde functie voorstellen? Ook op de formule wijzen die aan het einde van de pijlenketting staat, die heeft tot nu toe (bewust) nog niet veel aandacht gekregen.

Als blijkt dat velen niet goed weten wat handige strategieën zijn, dan daar na circa 10 minuten even een klassikaal moment voor reserveren. Vragen: wie is al op weg, heeft al een groepje? Hoe pak je dat aan? Eventueel tips geven. Dan iedereen weer verder laten werken.

---

**Nabespreken matching** Flappen ophangen en langslopen. Ten eerste vergelijken of alle groepjes het eens zijn, dan de verschillende argumenten langslopen en de toegevoegde voorstellingen. Bij tijdgebrek kan dit worden doorgeschoven naar de volgende les.

**Huiswerk** Opgave 6.1 in het boekje afmaken.

---

## Les 7 Functies en families

<b>Benodigdheden</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• voor appletdemo: computer met java en internet, beamer</li><li>• voor practicum: leerlingcomputers met internet en java</li></ul>
<b>huiswerk nabespreken</b>	<p>De antwoorden op de opgave 6.1 uitgebreid nabespreken, omdat daaruit de beelden naar voren komen die leerlingen nu van een functie hebben. Dat kan door de flappen / posters langs te lopen en te laten toelichten, of door leerlingen mondeling aan de hand van p. 10 hun resultaten te laten uitlegen. In de bespreking de veelzijdigheid van het functiebegrip benadrukken, zonder misschien deze terminologie te gebruiken:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• locale invoer-uitvoer machine, gerichte afhankelijkheidsrelatie, ‘je stopt er iets in en er komt iets uit’. Termen onafhankelijke en afhankelijke variabele gebruiken</li><li>• co-variantie, gekoppelde verandering; ‘als de onafhankelijke verandert, moet de afhankelijke op een of andere manier mee’</li><li>• globaal functiebegrip, eigenschappen en voorstellingen: een functie is een geheel, één ketting die je als geheel ongedaan kunt maken, één grafiek die je kunt snijden met een andere, een formule.</li><li>• samenhang van voorstellingen</li></ul> <p>In deze les is het doel om functies als lid van een familie te gaan beschouwen, met gemeenschappelijke kenmerken en individuele verschillen. Dat gebeurt aan de hand van een van de probleemsituaties van de eerste les, het probleem van de remweg, en vervolgens aan de hand van de context van de BMI.</p>
<b>Stand van zaken</b>	Als we een functie meer als een ‘ding’ beschouwen, kunnen we ook verschillende functies met elkaar vergelijken, zoals we al bij de omslagpunten hebben gedaan. Nu gaan we verschillende ‘gelijksoortige’ functies bekijken.
<b>Werken in tweetallen in DWO</b>	<p><i>Praktisch</i> Leerlingen in de bekende tweetallen aan de DWO aan de activiteit Families van functies.</p> <p><i>Begeleiding:</i> Rondlopen, maar nu de leerlingen zoveel mogelijk zelf laten uitzoeken. Eventueel wel vragen stellen die gericht zijn op het gemeenschappelijke karakter van de ‘familie’ van functies, zodat leerlingen op het spoor komen om de verschillende grafieken te zien als element van een overkoepelende klasse.</p> <p>Bij tijd over: opgaven 5.4 - 5.6 van Test jezelf.</p>
<b>Nabespreken remweg</b>	<p>Bij voldoende tijd als afsluiting terugkomen op het remwegprobleem (DWO4.1 - 4.4). Een leerling de verschillende kettingen in de DWO laten demonstreren?</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• DWO4.3: het identificeren van de grafieken (welke hoort bij welke functie) vinden leerlingen moeilijk. Goed om stil te staan bij de redeneringen. Benadrukken dat het een afspraak is dat de onafhankelijke / invoer op de horizontale, en de afhankelijke / uitvoer op de verticale as staat.</li></ul>

- 
- Huiswerk**
- DWO4.4: Hier uitlokken dat leerlingen nadenken over het verband tussen grafische ‘familiekenmerken’ en eigenschappen van de kettingen.
  - Thuis (of op school) DWO-activiteit Families van functies afmaken op dezelfde manier als de vorige keren.
  - De samenvatting op p. 13 lezen.
  - Opgaven 7.1 en 7.2 uit het boekje.

---

## Les 8 Functies voorstellen

<b>Benodigdheden</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>•</li><li>•</li><li>•</li></ul>
<b>huiswerk nabespreken</b>	<p>Nabespreken DWO: Voor wat betreft de remwegen zie beschrijving vorige les. Voor wat betreft de BMI:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• DWO4.7bc: leerlingreacties inventariseren en verbanden tussen kenmerken en pijlenketting / formule benadrukken.</li><li>• DWO4.8: hier is het aardig om te zien welke families leerlingen hebben bedacht, en om hen te laten formuleren waarom het een familie is, en welke kenmerken of familietrekjes de familie heeft. Dit kan in verband worden gebracht met opgave 7.2 uit het boekje.</li><li>• DWO4.9: Hier komt een wat ‘ontaard’ familielid van de lineaire functies aan de orde, namelijk de constante functie. Aanleiding voor discussie of je dit nog als familielid beschouwt of niet.</li></ul>
<b>Stand van zaken</b>	<p>Benadrukken dat een familie functies op verschillende manieren te herkennen is: aan eigenschappen in de pijlenketting, in de grafiek, in de tabel, in de formule. Benadrukken dat zo’n familie dus een collectie is, en dat een functie dus een familielid kan zijn.</p> <p>Het doel van deze les is om het functiebegrip op basis van het voorafgaande voorzichtig wat te formaliseren en het repertoire aan notaties uit te breiden. Twee zaken van p. 15 van het boekje benadrukken:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Ten eerste het idee van een functie: gerichte afhankelijkheidsrelatie van invoervariabele naar uitvoervariabele, voor te stellen door een tabel met geordende getallenparen, een grafiek, een formule, een pijlenketting.</li><li>• Ten tweede de notaties. De pijlenketting kan worden afgekort tot de pijlnotatie, en als varianten daarop zijn er ook vergelijkingnotaties.</li></ul>
<b>Werken in tweetallen</b>	<p>Dan werken de leerlingen een tijdje aan opgaven 8.1 - 8.3 op papier, individueel of in tweetallen zoals ze in de bank zitten.</p>
<b>Nabespreking</b>	<p>Als er tijd is opgaven 8.2 en 8.3 nabespreken.</p>
<b>Huiswerk</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Opgaven 8.1 - 8.3 uit het boekje afmaken</li><li>• De DWO afwerken zodat die compleet is en daarop door de docent kan worden gecheckt.</li><li>• Eventueel de Test jezelf activiteit afmaken, als voorbereiding op de eindtoets.</li><li>• Alle opgaven in het boekje afmaken.</li></ul> <p>Verder afspraken over inleveren boekje en afronding maken.</p>