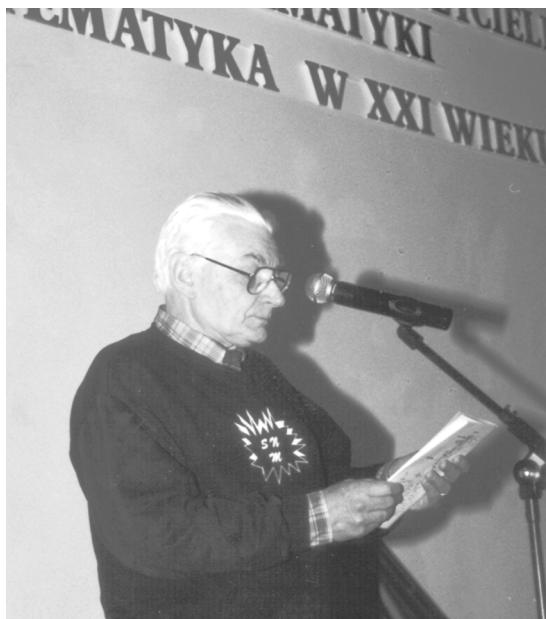


De Poolse Vereniging van Wiskundeleraren bestaat tien jaar. Vaste bezoeker van hun jaarlijkse conferentie is **Harrie Broekman**. Hij maakt de volgende rapportage.

Inspirerende leraren zijn overal nodig

Dit jaar (2001) bestaat de Poolse Vereniging van Wiskunde Leraren (Stowarzyszenie Nauczycieli Matematyki) tien jaar. De SNM is opgericht door een aantal zeer enthousiaste wiskundeleraren en werd de volle tien jaar lang geleid door Professor Waclaw Zawadowski. Deze vond het na tien jaar tijd om de voorzittershamer over te dragen aan een van zijn vele medestanders van een ‘bezielend wiskundeonderwijs’. Dat wil zeggen, een onderwijs waarin de deelnemers niet alleen de opdrachten uitvoeren en de sommetjes maken, maar ook *over* die opdrachten en sommetjes praten. Een praten *over* dat ervoor kan zorgen dat de leerlingen telkens een niveautje hoger komen.



Professor Waclaw Zawadowski

Leden van de Poolse Vereniging zijn leraren Szkoła Podstawowa (basisschool; sinds kort van zes- tot twaalfjarige leerlingen), het Gimnazjum (een middenschool van drie jaar), Liceum (zestien tot achttien jaar), vormen van beroepsonderwijs, lerarenopleidingen en andere vormen van hoger onderwijs. De meerderheid betreft echter leraren basisonderwijs, Gimnazjum en Liceum.

De jaarlijkse vierdaagse conferentie

Het is al een aantal jaren gebruikelijk dat een beperkt aantal leden van de Engelse Vereniging (ATM) en schrijver dezes (mede namens de NVVW) tijdens de jaarlijkse vierdaagse conferentie workshops en lezingen verzorgen. Over een tweetal Engelse bijdragen gaat dit artikel.

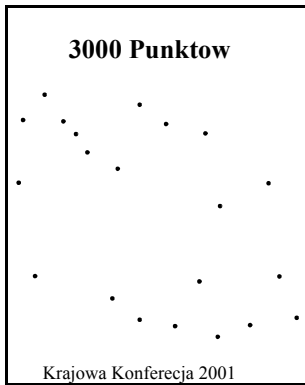
De keuze voor het beschrijven van juist deze workshops is gelegen in het feit dat zij geen directe reclame inhielden voor een nieuw leerboek, een rekenmachine van TI (hoofdsponsor van de laatste conferentie) of Casio, of een nieuwe examenbundel respectievelijk blokkendoos, computer of pakket plastic figuren. Als beroepsvereniging van echt zwaar onderbetaalde onderwijsmensen moet je helaas (?) vrij veel commerciële water in de wijn doen om voldoende workshops te kunnen bieden aan ruim zevenhonderd deelnemers. Er zijn overigens ook erg veel leraren en lerarenopleiders die workshops aanbieden waarin zij hun collega's deelgenoot maken van hetgeen ze in hun dagelijkse praktijk uitproberen.

Een tweede reden voor de keuze van de workshops van David Cain en Collin Matthews is de fantastische wijze waarop zij een heterogene groep leraren keihard aan het werk wisten te krijgen met een set inspirerende activiteiten, afgewisseld door een anekdote uit eigen geobserveerde situaties. Daarnaast hadden zij – meer Pools dan Engels – een aantal duidelijke boodschappen, die door de deelnemers braaf opgeschreven werden. Dit opschrijven is deels een stukje Oost-Europese cultuur dat overgebleven is uit de top-down tijd en anderzijds een gevolg van met name David's inspirerende wijze om zijn boodschappen te verpakken: ‘Als ik iets zou opschrijven dan is het toch wel ...’.

Papier vouwen, verwoorden, redeneren én reflecteren

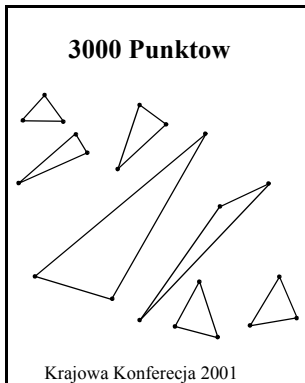
Activiteit 1

Op een A4-vel staat naast de aanduiding 3000 Punktów een aantal schijnbaar willekeurig verspreide stippen. Na een grapje dat hij die 3000 wel wat veel vond om te

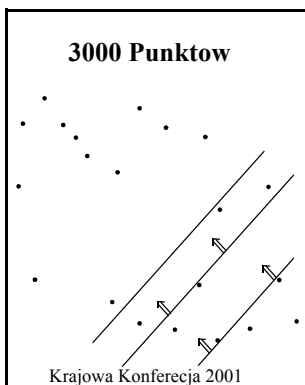


tekenen vroeg David hoeveel er wél stonden. Op het antwoord 21 reageerde hij met ‘hé, dat is dus precies 7 driehoeken. Kan dat eigenlijk als ik wil dat ze elkaar niet overlappen?’ En alle 63 deelnemers gingen aan het tekenen.

Uiteraard lukte het meerdere deelnemers vrij snel een oplossing te vinden.



De vervolgvragen zijn wel te raden: ‘Lukt het altijd bij 21 punten?’ ‘En hoe zit dat dan bij 3000?’ ‘Is het mogelijk 1000 disjuncte (niet overlappende) driehoeken te vinden?’ ‘Altijd?’



Het mooist vond ik het antwoord van een groepje docenten die een collega aanwezen en vertelden ‘zij weet hoe

het zit, maar ze ziet het gewoon. Maar ze kan het ons niet duidelijk vertellen!’ David haakte hier op in met z’n eerste ‘officiële’ boodschap:

‘Het gaat bij dit probleem niet om het antwoord, maar om de mogelijke methoden van aanpak (bijvoorbeeld de verschuivende en draaiende liniaal) en het leren verwoorden van de diverse methoden.’

Deze methode met behulp van een liniaal is echt overtuigend, maar in feite in praktische zin niet uitvoerbaar. David: ‘Is dat niet fantastisch als iets mogelijk is, maar je kunt het toch niet uitvoeren? Natuurlijk vind je dit niet in een leerboek, maar voor jonge kinderen is dit echt overtuigend.’ En slechts een enkele ‘formele’ wiskundige had hier een weerwoord op, maar werd teruggeworpen op zichzelf met de – niet onvriendelijk gestelde – vraag waardoor zij/hij dan overtuigd zou worden.

Overigens was dat een mooie opwarmer voor een opmerking die meerdere keren naar voren kwam als iemand met een van de veelal simpel aandoende problemen leek vast te lopen, of in ieder geval begon te aarzelen:

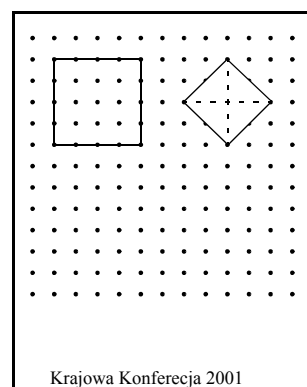
‘Soms, als je denkt dat iets heel vanzelfsprekend is en je gaat “achterover zitten” voor een minuutje ... dan begin je te aarzelen. Tegen die tijd is het niet meer vanzelfsprekend en kan het echte denken beginnen.’

En wat te denken van de opmerking:

‘Geef ze het probleem en niet de oplossing; het is namelijk een “leerprobleem”. Schoolboeken geven uitleg en een heleboel opgaven om jouw antwoord te trainen en niet dat van henzelf.’

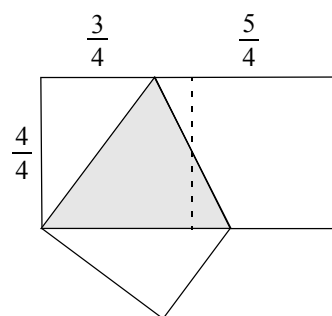
Activiteit 2

Op een A4 staat een stippenrooster. Het ‘kleinste vierkantje’ dat je kunt zien krijgt de eenheid 1. Kun je vervolgens vierkantjes tekenen van acht eenheden of van 65 eenheden?



Dat lijkt eenvoudig, maar wat te doen met een groepje acht- à negenjarigen die nog nooit van Pythagoras hebben gehoord?

Geen probleem, die kunnen immers vouwen!



En wat gebeurt er als ik vervolgens in plaats van die zijde 2 een zijde met een andere maat neem? Et cetera, et cetera ...

En 65? Ook via vouwen?!

Ongeloof straalde van veel gezichten, maar al gauw kwamen er allerlei suggesties waardoor op het bord de volgende – geordende – getallen kwamen.

81 65 53 45
 16 12 8 4

De opmerking kon niet uitblijven dat ‘kinderen hier van genieten. Dit is een hele goede oefening; welke kun je vouwen en welke niet?’

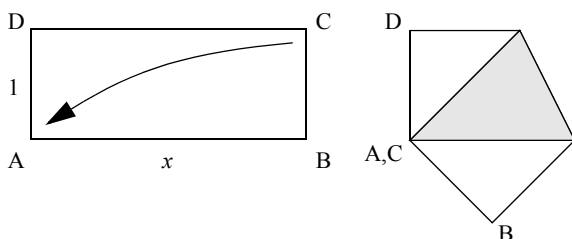
Persoonlijk ben ik ervan overtuigd dat én de kinderen in David’s klas én de aanwezigen er mede van genieten door de inspirerende wijze waarop het probleem gebracht wordt. Iets wat een boek (helaas?) niet kan.

Verwacht u overigens ook dat veel kinderen bij een vierkant van acht eenheden er een van negen eenheden tekenen met een gat in het midden? Probeer het eens uit zou ik samen met David willen zeggen.

Vouwen zette de groep leraren aan – en volgens David ook zijn leerlingen van alle leeftijden – tot flink nadenken en dat niet alleen omdat de deelnemers af en toe flink uitgedaagd werden.

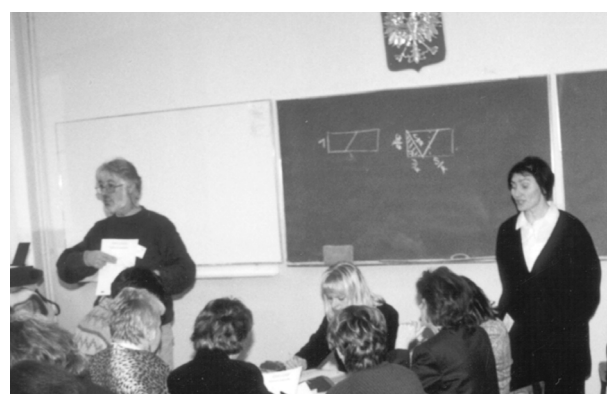
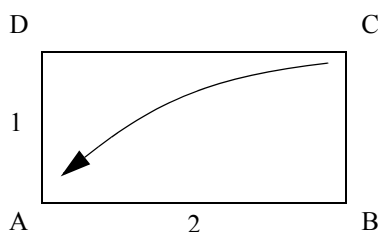
Activiteit 3

Dit stuk papier vouwen zodat C op A komt:



Hoeveel is het gearceerde oppervlak?

Oké, laten we het wat eenvoudiger maken:



Workshop met David Cain

Gebruik van grafische rekenmachine

Collin Matthews is een heel ander type leraar dan David Cain. Veel rustiger, minder een toneelspeler. Maar toch ... hij inspireerde met een vergelijkbaar probleem als David. Alleen liet hij de deelnemers er andere dingen mee doen.

‘Tekent op “dotted paper” een vierkant met oppervlakte 1, 2, ... en wat je zelf maar wilt.’

Volgens de ervaringen van Collin duurt het in de klas lang voor de leerlingen de structuur van het gestippelde papier doorbreken en ook een ‘vierkant op z’n punt’ tekenen. Dat levert in de groep leraren geen probleem en daarom vraagt hij de deelnemers de hoekpunten van hun vierkanten te benoemen met behulp van coördinaten. ‘Kies zelf je assenstelsel maar.’

‘Kies nu zelf een vierkant om mee verder te gaan en beschrijf de lijnen waarop de zijden van de vierkanten liggen ...’

En dan komt zijn (favoriete) topic ‘de grafische rekenmachine’ op de proppen met het *verzoek* (géén opdracht) om de voorschriften voor de lijnen bij oppervlakte 2, 5, en 8 in te voeren en op te slaan in het geheugen.

Zodra iedereen dit heeft, komt er een *opdracht* om te denken (now, let’s think!): is er een algemene regel voor het

‘construeren’ van vierkanten op de machine? Zo niet, kun je dan een strategie ontwikkelen om de vierkanten te vinden? ...

Na het ‘think’ komt ‘share’, dat wil zeggen reflecteer samen en ga door met jezelf en elkaar vragen te stellen.


Tussentijds maakt Collin een pas op de plaats; en met hem de deelnemers. Er wordt geconstateerd dat deze sessie gaat om het (beter) bekend raken met de grafische rekenmachine en tegelijk een (dieper) gevoel te krijgen voor functies en grafieken, en daarbij het verband tussen oppervlakte 2, oppervlakte 5 en oppervlakte 8.

De deelnemers worden gestimuleerd om niet alleen de opdrachten *te doen*, maar er ook *over te praten met elkaar*, want – stelt Collin – *daarvan leren mijn leerlingen in Engeland vaak het meest*.

Inspirerend was de wijze waarop een meeneem-opdracht aangeprezen werd als een uitdaging voor de avonduren.

STRAWS GAME

This game is for 2 players
You will need 3 straws and a graphical calculator each.
Throw the straws on the table:



Each player has one minute to draw 3 graphs that look as close as possible to the layout of the straws.

Krajowa Konferencja 2001

Na afloop van de sessie werd daar nog veelvuldig mee gestoeid; ook al duurde het in veel gevallen – in mijn ogen tenminste – opvallend lang voor er handige keuzes werden gemaakt voor wat betreft de assen en de eenheden. Maar dat zit misschien toch in het niet gewend zijn aan het zelf keuzes mogen maken, of anders gezegd: ‘*een houding die hoort bij speels bezig zijn met wiskunde verwerf je niet van de ene op de andere dag*’.

Tot slot

De Poolse Vereniging bestaat nu tien jaar en het aantal leden groeit steeds verder. Dit gebeurt mede door de jaarlijkse conferentie. Die conferentie wordt overigens vanaf komend jaar vermoedelijk tweemaal per jaar gehouden vanwege de overweldigende belangstelling; één in de wintervakantie en één in de zomervakantie!



De afsluiting van de conferentie

Daarnaast zijn er naar Engels en Nederlands voorbeeld regionale bijeenkomsten. Belangrijk is het enthousiasme van een groot aantal inspirerende leraren en lerarenopleiders die de bijeenkomsten verzorgen en actief bijwonen. Dat actief bijwonen betekent ook het mee naar school nemen van opgedane ideeën en die daar vervolgens werkelijk uitproberen.

‘Hebben ze daarvoor dan zoveel ruimte?’ is een veel gehoorde vraag. Het antwoord is simpel: ‘Nee! Het leerplan in Polen zit nog voller dan dat van ons in Nederland, maar ze zijn kennelijk geïnspireerd om ruimte te maken.’

Harrie Broekman, IVLOS, Universiteit Utrecht

Nationale Wiskunde Dagen 2002

Op 1 en 2 februari 2002 worden voor de achtste keer de Nationale Wiskunde Dagen gehouden in Congrescentrum de Leeuwenhorst te Noordwijkerhout. Kosten: euro 295,- (f 650,-) all in.

De thema's voor deze NWD zijn:

- wiskunde om de wiskunde: meetkunde
- wiskunde en kans
- wiskunde en economie
- wiskunde en speelgoed
- wiskunde en techniek
- wiskunde in een kritische maatschappij
- wiskunde en de praktijk van het VMBO.

Dit laatste is gekozen om de NWD voor een bredere groep

docenten aantrekkelijk te maken. Overweegt u ook eens zelf een workshop aan te bieden voor de NWD? Een deskundige jury maakt een keuze uit hetgeen aangeboden wordt. De beloning is gratis deelname aan de NWD.

Begin september is de programmapfolder met aanmeldingsformulier naar de scholen gestuurd. Bovendien ontvangen de deelnemers van de afgelopen NWD een folder op naam op hun huisadres.

Inlichtingen: Ank van der Heiden, Freudenthal Instituut, Tiberdreef 4, 3561 GG Utrecht.

e-mail: nwd@fi.uu.nl – telefoon: 030-2611611 – fax: 030-2660430. Webadres van de NWD: www.fi.uu.nl/nwd