Meetkundige opgaven van weleer. Niet alleen de opgaven, maar ook de voorwoorden in de schoolboeken van toen geven een beeld van de geschiedenis van het meetkundeonderwijs. **Aad Goddijn** schetst dat beeld.

Een kast vol voorwoorden

Langs één wand van de kleine bibliotheek van het Freudenthal Instituut staan vier kasten met vijf planken van elk één meter lang. Twintig meter wiskundeschoolboeken uit voornamelijk de twintigste eeuw, bijeengekregen uit zolderopruimingen, nalatenschappen en opheffingen van commissies. De boekenverzameling van de grote didacticus Wansink is een belangrijk deel ervan.
Boeiend zijn de voorwoorden, die gemakkelijk in enkele hoofdsoorten zijn te verdelen.
De eerste soort meldt leerplanveranderingen. Derksen en De Laive, *Nieuw beknopt Leerboek der Planimetrie* (zesde druk, 1959, herziening K. Gorter):

> '... was de Firma Thieme onmiddellijk bereid, op mijn voorstel in te gaan, een herziene druk te laten verschijnen, toen het nieuwe leerplan voor de h.b.s. zulks wenselijk maakte.'

Daartegenover staan de voorwoorden die stabiliteit doen veronderstellen. Bijvoorbeeld C.J. Alders, *Inleiding tot de Analytische Meetkunde*. In de 21e tot en met 25e druk (1961) staat nog steeds voorin:

> Bij de 11E druk
> De vraagstukken 113 en 257 zijn veranderd, vr. 365 is in de theorie opgenomen; verder is voorbeeld 8 van §37 vervangen door een pittiger vraagstuk.

Dan zijn er de voorwoorden die een didactische visie melden, pal aan het begin, zoals het leerboek der *Vlakke meetkunde* met vraagstukken van Ouwehand en Ruben, eerste deel, derde druk, 1940:

> Toen wij dit boek schreven hadden wij ons als allereerste eis gesteld, dat het een leerboek moest worden, dat geschikt is om met jeugdige leerlingen te worden doorgewerkt. We zijn daarom uitgegaan van de *aanschouwing*.

Enkele zinnen later meldden de auteurs ook dat ze een vorm hebben gezocht waarin de '*Grundlagen der Geometrie*' van D. Hilbert konden worden gegoten om voor twaalf- of dertienjarigen verteerbaar te worden.
Vier jaar eerder draait Dr. B.P. Haalmeijer in *Vlakke Meetkunde met Vraagstukken* minder om de hete brij heen:

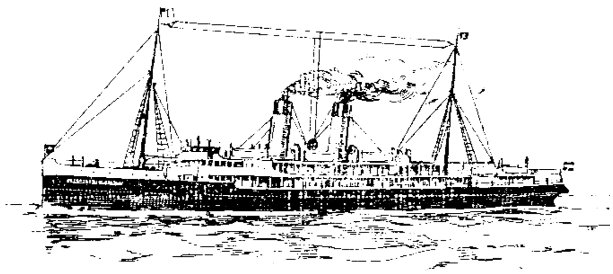
> Bij de samenstelling van dit werkje heb ik het standpunt ingenomen dat de tijd is gekomen om het zwaartepunt van ons onderwijs in de planimetrie te verleggen van de vraagstukken naar de theorie.
> Voor zelfonderricht van beginnelingen zijn deze boekjes niet bedoeld. Met de strengheid meen ik te zijn gegaan tot een maximum voor leerlingen van 12 tot 16 jaar.

Al deze voorwoorden staan in boeken voor het algemeen vormend onderwijs, waar meetkunde eigenlijk wetenschap was. Nu valt mijn oog echter op iets heel anders, de *Zeevaartkundige Opgaven voor de aspirant derde stuurlieden ter koopvaardij*, door P. Bossen, directeur van de zeevaartschool op Texel. Uit het voorwoord, om een tipje van de sluier op te lichten van de problemen waar de auteur voor deze beroepsopleiding mee te maken had:

> In 1925 wordt voor de opgaven in de Nautical Almanac de zeevaartkundige datum gelijkgesteld aan den Burgerlijke datum.

Oefenen voor de zeevaart

Maar we gaan, dat is de bedoeling van dit artikel, opgaven bekijken. Het boek van Bossen is een mooi begin.
Het is de zesde druk uit 1923 van dit boek voor de koopvaardij dat al uit 1890 stamt; op de kaft vaart een passagierschipschip vol onder stoom van rechts naar links.



Het volgende vraagstuk staat onder het kopje 'vlakke driehoeksmeting':

> 11. Van een kluiver is het voorlijk 12,30 M., het achterlijk 9,60 M. en de hoek aan de hijsch 28°. Vrage het voetlijk en de hoek aan de schoothoorn.

Ik denk niet dat een gediplomeerd derde stuurman het voetlijk in de praktijk zal bepalen door de hoek aan de

hijsch te meten. Het is echt een oefenopgave, maar wel gesteld in de terminologie van het toekomstige vak, al doet de voorplaat anders vermoeden.
Echt praktisch is de koers- en verheidsrekening.
Eerst zijn er opgaven over koersen Noord en Zuid.
Opgave 1 tot en met 3 van een rij van twintig vorm-identieke opgaven, die dan ook in een tabel staan. De 'bekomen breedte' moet berekend worden. We varen immers op een meridiaan.

No.	Afgevaren breedte.	Koers.	Verheid.
1.	40° 50′ N.	N.	45 mijl.
2.	35° 16′,5 N.	N.	20 „
3.	25° 38′ Z.	Z.	100 „

Zeemijlen natuurlijk, dan is 1 mijl Noord of Zuid juist 1 minuut breedteverschil.
Bij de koersen Oost en West moet de bekomen *lengte* berekend worden, we varen nu op een parallelcirkel; er is één gegeven meer: nu zijn afgevaren lengte én breedte gegeven.

No.	Afgevaren		Koers.	Verheid.
	breedte.	lengte.		
1	Linie	36° 40′,0 O.	West.	400 mijl.
2	53° 30′	36° 18′,7 O.	O.	212 „
3	62° 49′	3° 36′,5 O.	W.	192 „

Dat is echt nodig, dat extra gegeven, op hogere breedten zijn de parallelcirkels immers kleiner.
Bij de schuine koersen wordt het echt lastig. Opgave 18:

> 18. Van 33° 47',8 Z.b. en 68° O.l wordt gestoomd naar 15° 55' Z.b. en 54° 6' O.l. Wat is de koers en verheid?

Daar wordt blijkbaar één vaste koers verondersteld. Dat is dan niet de werkelijk kortste route! Boldriehoeksmeting, waarmee wel kortste routes op de bol zijn te bepalen als coördinaten van begin- en eindpunt gegeven zijn, hoorde overigens ook tot de leerstof, maar de opgaven hierover gaan alleen over de theoretische bol met straal 1.
In de praktijk van de koersen op de aardbol werden benaderingen gebruikt; men rekende bijvoorbeeld '*naar het plat*', '*naar het rond met middelbreedte*' of '*naar het rond met vergrootende breedte*'.
De toepassingen, de praktijk, daar ging het om. Een kruispeiling met verzeiling moest vlekkeloos doorgerekend kunnen worden, met een azimuth-bepaling van de zon met de sex- of oktant, uiteraard met behulp van de tafels van Haverkamp. Maar het werd ook waardevol geacht dat de derde stuurman tenminste wist dat er boldriehoeksmeting bestond.
De eerste druk is waarschijnlijk uit 1890; de zesde druk kostte in 1924 *f* 3,00; de oplossingen der vraagstukken *voor H.H. directeuren en leeraren* maar liefst *f* 7,00. Ik zou die oplossingen maar onmiddellijk gaan bestellen.

Reindersma en Schogt

Beknopt leerboek der vlakke meetkunde, eerste deel, (1924) door W. Reindersma. Het is, zoals dat heette, een inleidende cursus, waarin nog van waarneming en experimenteren gebruik werd gemaakt. Zie maar:

17. Teeken een gestrekten hoek AOB. Vouw het papier langs de rechte lijn dubbel. Vouw daarna het papier voor de tweede maal dubbel, zóó dat de eerste vouwen juist op elkaar vallen en de nieuwe vouw door het punt O gaat. Ontvouw daarna het papier. Trek over de vouwen potloodlijnen. Je hebt dan nevenstaande figuur op je papier. Er hebben zich hier nu 4 hoeken gevormd. Noem ze. Hoe lagen deze hoeken, toen het papier nog gevouwen was?
Ze bedekten elkaar alle en zijn dus even groot.
De hoeken BOC en COA zijn dus ieder de helft van een gestrekten. Zoo allemaal.

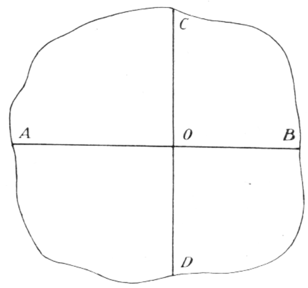


Fig. 24.

Een hoek gelijk aan de helft van een gestrekten heet een rechte hoek.

Misschien vindt u het een mooie inleiding op Euclides' definitie van de rechte hoek, maar J.H. Schogt, die in 1924 de tweede druk (ik kopiëerde hier uit de derde druk, die met 93 zwarte en gekleurde figuren tusschen den tekst) besprak in het juist opgerichte tijdschrift *Euclides*, vond dat vast niet:

> Men krijgt bij de lezing van dit boek den indruk, dat de schrijver getracht heeft de moeilijkheden, die jeugdige leerlingen met de Meetkunde hebben, te verminderen door het gebruik van een huiselijken stijl en een gemeenzamen toon. De lezer wordt voortdurend met "je" aangesproken. Voor een strenge formulering der wiskundige beweringen is deze wijze van doen allerminst bevorderlijk, en de stiptheid is dan ook telkens aan de gemakkelijkheid opgeofferd.

Formele aanspreektitels en wiskundige stiptheid, volgens Schogt kunnen ze niet zonder elkaar. (Overigens moest ik wel even zoeken voor ik het eerste 'je' tegenkwam.)
Reindersma is op-en-top didacticus, zal beginnen met overtuigende formuleringen en experimenten, waarschijnlijk best wetend dat dat niet hetzelfde is als formeel juist. Reindersma schreef in de tweede druk dat een driehoek scherphoekig is als de grootste hoek scherp is. Schogt straft hem af: '*alsof iedere driehoek een grootsten hoek heeft'*. In de derde druk is een driehoek scherphoekig, als de driehoek niet rechthoekig of stomphoekig is. Stomphoekig (rechthoekig) is een driehoek als een hoek stomp (recht) is. Correcter, maar wel erg indirect. Jammer om op deze manier toe te geven.
Het eerste nummer van *Euclides* is één grote aanval op de intuïtieve school. E.J. Dijksterhuis opent het blad met een snoeiharde aanval op een recente brochure van Mevr. T.

Ehrenfest Afanassjewa. Daarin ging het over de rol van de intuïtie bij het leren van meetkunde. Zij stelt zich nog in datzelfde nummer krachtig te weer. In 1931 giet ze haar ideeën in de vorm van een inmiddels beroemde verzameling opgaven, de *Übungensammlung zu einer geometrische Propädeuse*. Daaruit enkele voorbeelden:

V. GERADE ALS LICHTSTRAHL

57. Es sollen sich drei Schüler längs einer Geraden vor die Klasse aufstellen — ohne irgend welche Hilfsmittel zu gebrauchen; ein vierter Schüler soll sie, ebenfalls ohne Hilfsmittel kontrollieren. — Worauf beruht die Möglichkeit dieser Aufgabe?

58. In zwei Kartonstücken je eine Öffnung machen und diese Ekrane so vor einander stellen dass man durch die beiden Öffnungen einen bestimmten Punkt in der Klasse sehen kann. Sich überzeugen, dass man vom Punkte aus durch die beiden Öffnungen eine Schnur *gerade* spannen kann.

59. Der Schüler soll seinen Finger so in einiger Entfernung vor dem Auge halten, dass er vor ihm einen bestimmten Punkt verdeckt; andere Schüler sollen sich überzeugen, dass der Finger, das Auge und jener Punkt auf einer Geraden liegen.

De rechtlijnige lichtgang wordt verkend, en hoe!

Driemaal tussen 1940 en 1950

Vraagstukken, vraagstukken, vraagstukken. Driemaal uit verschillende boeken, gekozen omdat ik drie keer dacht: dat is voor die groep niet mis!

Beknopte Meetkunde voor leerlingen van M.U.L.O.-scholen, C. Hettema, achtste druk 1946.
Uit de herhalingsopgaven:

35. Trek door een punt P een lijn die van de benen van een gegeven hoek gelijke stukken afsnijdt.

36. Construeer een driehoek als gegeven zijn: de basis en de zwaartelijnen naar de opstaande zijden.

37. Construeer een rechthoekige driehoek, als gegeven zijn; de bissectrice en de buitenbissectrice van de rechte hoek.

Leerboek Vlakke meetkunde met Vraagstukken, Dr. B.P. Haalmeijer, tweede deel, vierde druk, 1943:

Is Z het zwaartepunt van driehoek ABC, en P een willekeurig punt dan bestaat de betrekking

$$\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2 = 3\overline{PZ}^2 + \frac{1}{3}\left(\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 + \overline{CA}^2\right).$$

Bewijs dit.

Vlakke Driehoeksmeting met vraagstukken, J. Versluys, twintigste Druk, 1948:

Op een vlak terrein zijn de elementen van een driehoek ABC bekend. Uit een punt X meet men de hoeken α en β waaronder men de zijden BC en AC ziet. Men vraagt de afstanden te bepalen van X tot de hoekpunten van de driehoek.

De boeken uit die dagen bevatten bij elkaar een gigantische hoeveelheid vraagstukken. Bedacht elke auteur dat nu allemaal zelf? Hoe is dat mogelijk? Waar werd dat allemaal gevonden?
Een belangrijk antwoord is simpel: in de grote poel van de Tijd. De eerste druk van Versluys' boek is uit 1872. Natuurlijk zijn andere auteurs met het boek aan de slag gegaan. Wijdenes bijvoorbeeld bewerkte diverse boeken van Versluys. In deze twintigste druk staat echter geen andere naam dan die van Versluys. Zo'n door een halve eeuw druk voor druk voortstappend boek neemt in zijn gang meer en meer vraagstukken mee, zoals een wandelaar die door gemaaid gras stapt een groeiende schoof halmen aan zijn voeten met zich mee voert. Wat in die twintigste druk wél staat is trouwens een geschiedenis van het probleem, en de geschiedenis van de wiskunde, dat is een bron waar veel uit geput werd. Versluys (??) meldt de '*Eratosthenes Batavus*' van Snellius uit 1617 en noemt het verband met de geodesie die in Nederland 'ijverig beoefend werd sedert Gemma Frisius, geboren te Dokkum in 1508'.
Men leende ook bij elkaar. De breedteloze lengte die een lijn is, werd als volgt uitgelegd in het boek van Hettema:


Fig. 1.

Van nevenstaande fig. is de ene helft zwart, de andere wit. Tussen die twee helften is een grens. Die grens noemen we een *lijn*; dus:
De grenzen van een vlak zijn lijnen.
Een lijn heeft slechts *één* afmeting: *lengte.*

Hettema's vierde druk is uit 1924 en de voorwoorden vertellen dat slechts opgaven zijn toegevoegd. Reindersma's tweede druk (1924) noemde ik al. Daarin staat:

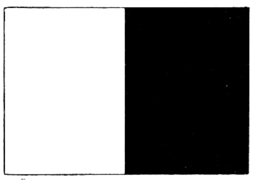


Fig. 1.

Van het hiernaast getekende vlak is de ene helft wit, de andere zwart. Tussen de witte en de zwarte helft bestaat een grens. Zo'n grens is een *lijn.* Ze is niet wit en niet zwart. Ze heeft geen breedte en geen dikte, alleen lengte.
De grens van een vlak wordt **Lijn** *gevormd door een lijn.*

Nu denk ik altijd dat de langste tekst van de plagiator is, maar voor ik beslis wie de wijste was, dat wil zeggen wie de kwaliteit van het idee van de ander wist te waarderen, wil ik graag een eerste druk van beide boeken zien!
Die staan niet op het Freudenthal Instituut, helaas. Maar, nu (2001) de belangstelling voor vlakke meetkunde weer wat aantrekt, moeten we toch weer bronnen aanboren om niet alle wielen weer eens op krakkemikkige wijze te gaan heruitvinden. Zoek die bibliotheek van ons maar eens op, als u opgaven zoekt. U kopieert hier (bijna) gratis en zonder valse schaamte.
Intussen ben ik wel bijgekomen van de schrik over het vraagstuk van Haalmeijer. Eerst dacht ik: Stewart, want daarmee kun je de meest vreemde lijnstukken in driehoeken berekenen en de Stelling van Stewart stáát in Haalmeijer II. Maar dat geeft vast hels rekenwerk.
Tot ik dacht: al die kwadraten, dat moet vast met Pythagoras kunnen. Zou de relatie misschien al waar zijn voor

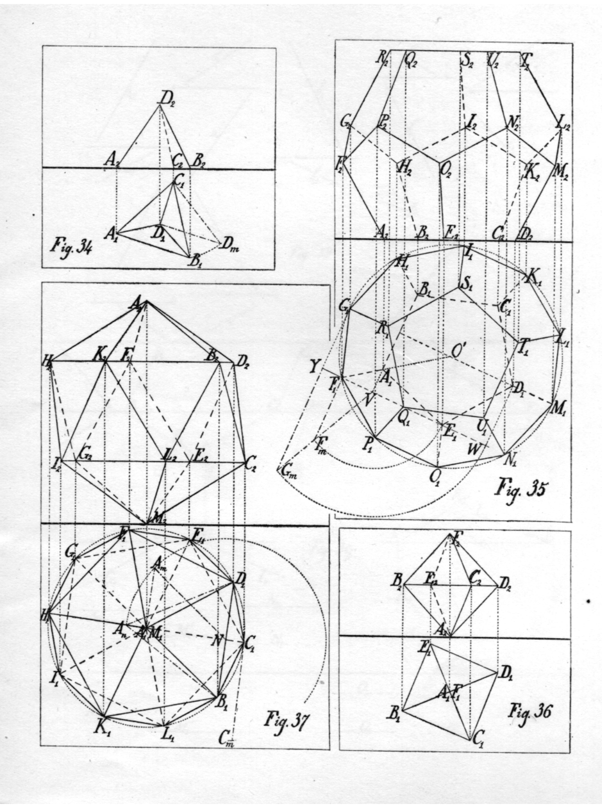
de *projecties* van die lijnstukken op de x-as en de y-as, waar die ook liggen? Zo'n kwadraat van een schuin stuk splitst namelijk mooi volgens Pythagoras in de som van de kwadraten der projecties op de x- en y-as.
Als a, b, c en p de x-coördinaten zijn van A, B, C en P en we hebben gezorgd dat $Z = (0, 0)$ dan profiteren we vast nog van de zwaartepuntrelatie $a + b + c = 0$.
Een klein beetje algebra doet de rest. Inderdaad:

$$(p-a)^2 + (p-b)^2 + (p-c)^2$$
$$= 3p^2 + \tfrac{1}{3}(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2$$

Uitvermenigvuldigen vooraf van $(a + b + c)^2 = 0$ is handig.

Beschrijvende meetkunde, analytische meetkunde, transformatiemeetkunde

Beschrijvende meetkunde hield in 1958 op te bestaan als onderdeel van het leerplan. Het bestek van dit artikel is te kort om echt recht te doen aan dit vak. De kern van het vak is het construeren van ruimtelijke dingen in twee parallelprojecties van een object. Die geven samen een volledig beeld van de in de ruimte plaatsvindende acties.
Mooie voorbeelden zijn de constructie van de doorsnede van een kegel en een bol, uiteraard excentrisch. Wie architect wil worden of bouwplaten wil maken, die is gebaat bij dit vak.



De betere boeken over beschrijvende meetkunde hadden een aparte atlas. Het theorieboek was dan strikt figuurloos, de atlas bevatte de minutieus uitgevoerde figuren. Kleurendruk kwam regelmatig voor; functioneel rood verduidelijkte de figuren, des te fraaier omdat uitgevers zich niet lieten verleiden tweederangs cartoons in de marge op te nemen. Omdat de opgaven teveel extra toelichting zouden vragen, neem ik hier slechts een bladzijde uit de kleine atlas bij de '*Beschrijvende meetkunde Vraagstukken met beknopte theorie*' (1930) van J. van der Griend Jr. op, een van de vele wiskundige veelschrijvers uit de eerste helft van de twintigste eeuw.
Elk van de vier figuren bestaat dus uit – zeg het maar eigentijds – vooraanzicht en bovenaanzicht. Van wat, dat is wel duidelijk.
Analytische meetkunde, goniometrie, stereometrie en 'analyse', dat waren de componenten van het na-1958 programma voor HBS B en Gymnasium β. Eigenlijk drie tegen een voor de meetkunde, maar bij de analytische meetkunde leerde je wat algebra waard was, misschien nog wel meer dan bij de analyse. Waarom nemen we hier het eerder genoemde pittiger vraagstuk, voorbeeld 7 van paragraaf 37, van Alders niet op? Temeer omdat ik het zelf zeker op school gezien moet hebben.

Vraagstuk 8. Uit O trekt men de raaklijnen aan de cirkels
$$(x-2)^2 + y^2 = p \quad (p \text{ variabel}) \quad . \; . \; . \; . \quad (1)$$
Bepaal de verzameling van de raakpunten.
OPL.: De raaklijnen uit O kan men vinden zoals in § 24, en daarmee de coördinaten van de raakpunten, uitgedrukt in p. De verzameling van die raakpunten ontstaat dan door eliminatie van p.
Veel korter is echter de volgende manier.
De raakpunten van de raaklijnen uit O aan (1) zijn de snijpunten van (1) met de poollijn van O.
De verg. van die poollijn is
$$(x-2)(0-2) + y.0 = p, \text{ of } 2x = 4 - p \quad . \; . \quad (2)$$
De verzameling van de raakpunten vinden we dus door eliminatie van p uit (1) en (2). Dit geeft
$$(x-2)^2 + y^2 = 4 - 2x \text{ of } (x-1)^2 + y^2 = 1.$$

En nog korter, dat ziet u toch ook beste lezer, is het om te bedenken dat raaklijn en straal loodrecht op elkaar staan. De punten liggen dus op de cirkel waarvan de middellijn loopt van O naar het gemeenschappelijk middelpunt van alle cirkels van de verzameling, (0, 2). Klaar.

Een van de meest verdienstelijke – maar ook eigenlijk mislukte – pogingen van de New math-periode is de invoering van de transformatiemeetkunde. In cursussen deden de mooiste toepassingen van deze vorm van meetkunde de ronde en de drukkers van Yaglom's boeken maakten overuren. Had je de techniek eenmaal in de vingers, dan was het echt een genot om ermee werken.
Er had een experiment plaats; een leergang transformatiemeetkunde werd vergeleken met een traditionele leergang en de vergelijking werd wetenschappelijk onderzocht door niemand minder dan A. D. de Groot. R. Troelstra, A.N. Haberman, A.J. de Groot en J. Bulens maakten de moderne versie, die kortweg *Transformatiemeetkunde* heette; de vergelijking was met de '*Kern der vlakke meet-*

kunde' van Turkstra en Geursen. Resultaat van het onderzoek: gelijkspel. Maar geen remise, want de hoge snelheidstrein van de New Math werd er niet door gestopt of vertraagd. Omdat de hele opzet van de cursus nogal grondig is, moeten we naar de laatste bladzijden, waar het samenstellen van rotaties al behandeld is, om in mijn ogen fraaie meetkunde aan te treffen. Probeert u vraag 9 maar eens zonder transformatiemeetkunde, dat wil zeggen: gebruik de beschrijving uit 8 hoe P_1, P_2 en P_3 ten opzichte van ABC liggen en ga dan naar de vraag van 9. Dat valt niet mee en laat u de kracht van deze meetkunde zien.

8. Gegeven driehoek ABC. Op de zijden van $\triangle$ABC tekent men buitenwaarts de gelijkzijdige driehoeken BCP_1, CAP_2 en ABP_3.
Neem nu de rotaties:
R_1 met centrum P_1 over $-60°$;
R_2 met centrum P_2 over $-60°$;
R_3 met centrum P_3 over $-60°$.
Bewijs, dat $R_3R_2R_1(B) = B$.
Welke transformatie is $R_3R_2R_1$? En $R_1R_3R_2$? Een $R_2R_1R_3$?
Als X een willekeurige punt is en $R_2R_1R_3(X) = X'''$, wat weet je dan van het midden van XX'''?

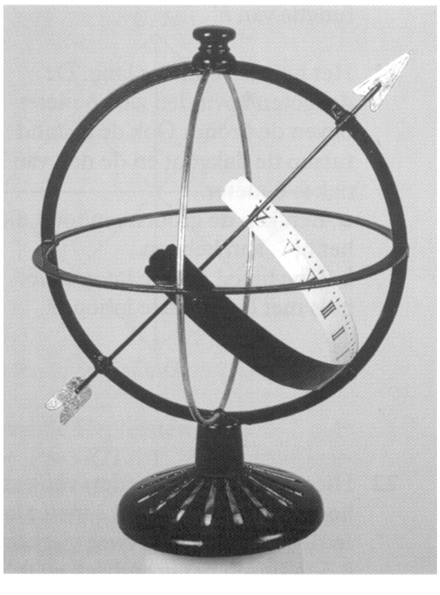
9. Van de figuur van opgave 8 zijn de punten P_1, P_2 en P_3 gegeven.
Construeer $\triangle$ABC.

Na de New Math

Over de laatste periode, zeg vanaf 1980, kunnen we kort en ook heel uitgebreid zijn. Het aardige wat het bladeren in de oudere boeken mij leert, is dat er zoveel terugkeert, en dan niet alleen het door Schogt als te gemeenzaam verworpen 'je'. Na de New Math keert de waardering voor de informele meetkunde weer geleidelijk terug; de geest van Mevr. Ehrenfest leeft nog. Voor sommige leerlingengroepen, en met name voor de beroepsopleidingen, lijkt dat goed uit te pakken, vooral nu we à la Bossen de stof ook weer bij de beroepsinhoud proberen te betrekken. Voor een selectie van de leerlingen kiezen we de laatste jaren weer voor bewijs-georiënteerde meetkunde, die erg aan de traditionele meetkunde van Euclides en Dijksterhuis doet denken. Maar ook daar is aandacht voor toepassingen.
Wat wel veranderd is, is dat de oudere boeken door ijverige enkelingen werden geschreven en dat er véél van waren. Nú kennen we de uitgebreide auteursteams en er zijn vergeleken met de periode 1930-1960 nog maar een handjevol verschillende boeken op de markt, al is de differentiatie naar doelgroep per methode wel wat groter.
Auteursgroepen zijn nog net zo verschillend als de individuele auteurs van vroeger, maar we zouden ook de kwestie Hettema-Reindersma met gemak in moderne setting kunnen heropvoeren in vele variaties. Ik ga dat niet doen, u weet immers al wat ik wijsheid in de kwestie plagiaat vind: neem het goede vooral over.
Wat ook veranderd is: elke nieuwe druk is een aardverschuiving. Qua indeling en volgorde van de stof zeker, niet altijd qua inhoud. Vroeger konden (dat zeiden de voorwoorden tenminste vaak) verschillende drukken naast elkaar in de klas liggen. Nu is dat uitgesloten. De gebruikstijd van een boek is daarmee ook verkort en iemand – een bijstandsmoeder bijvoorbeeld, of een ontslagen arbeider op Curaçao – moet daarvoor betalen en ook moet er ergens een boom voor omgehakt worden om al deze kleurendruk van papier te voorzien.
Tussen de uitersten die ik noemde, de informele meetkunde in de onderbouw en de bewijsmeetkunde in Wiskunde B2, ligt prachtig de rijkdom van *Havo Bovenbouw, wiskunde B2*, (1998) en ik noem u de onderwerpen die binnen zes bladzijden van *Netwerk* aan bod komen. Het zijn opgaven op examenniveau:

- Keplersterren, bijvoorbeeld die prachtige Stella Octangula, die uit twee door elkaar stekende regelmatige viervlakken bestaat
- een om een rechthoekszijde draaiende rechthoekige driehoek, die zo een kegel voortbrengt
- een vijver, die in vorm opgebouwd is als een serie afgeknotte piramiden
- gevarieerde opgaven over de vorm van een huis en van een bungalow
- een uitvoerige vergelijkende studie van de poolstijlzonnewijzer en de horizontale zonnewijzer
- het vouwen van een hoekpunt van een A4-vel naar de tegenoverliggende lange zijde; de overlapdriehoek moet in oppervlakte gemaximaliseerd worden
- een ruimtelijk mechaniek; een instelbaar draaiend droogrek voor de was.

Een fraai evenwicht tussen aandacht voor de realiteit en correcte wiskundige uitwerking is geleverd. Enkele van de opgaven zijn bewerkingen van HAVO-examenopgaven. De auteurs: W. E. Groen, J.P. Muthert en H. Pfaltzgraff.
Je kunt je wel afvragen of zoiets als de zonnewijzeropgave echt haalbaar is als je niet op een of andere manier daar lijfelijk ervaring mee hebt als docent of leerling. Toch in het boek houden, is mijn advies. Dit vraagstuk zeker niet vervangen door iets pittigers in de 21e-25e druk.
Daag maar eens uit!



MONDELING EXAMEN 1900.

Planimetrie.

Hoe construeert ge een loodlijn op een gegeven lijn? Bewijs, dat ze een loodlijn is en dat ze de kortste lijn is tusschen het punt, waaruit ze neergelaten is en de gegeven lijn. Waarom zijn 2 loodlijnen op dezelfde lijn evenwijdig? Bewijs: Tegenover een grooteren hoek ligt een grootere zijde en: tegenover een grootere zijde ligt een grootere hoek. Hoe verdeelt ge een lijn in uiterste en middelste reden? Waar komt deze verdeeling voor? Bewijs in een regelmatigen vijfhoek is de zijde het grootste stuk van de in uiterste en middelste reden verdeelde diagonaal. En bij een regelmatige tienhoek? Wanneer kan om een vierhoek een cirkel beschreven worden? Bewijs. Bewijs ook het omgekeerde. Bewijs $r = \frac{1}{s}$. Bewijs het theorema van Ptolemeus. Geef de meetkundige plaats voor de middelpunten der ingeschreven cirkels, beschreven in driehoeken in hetzelfde cirkelsegment. Bewijs ze; waar ligt het middelpunt van dien boog? Bewijs: de hoogtelijnen in een driehoek gaan door een punt. Ik bewees dit met het theorema van Ceva, waarna ik dit en ook het theorema van Menelaüs moest bewijzen. Construeer een driehoek met gegeven basis en tophoek. Theorema van Snellius. Gegeven een driehoek ABC en den omgeschreven cirkel. Trek in den gegeven driehoek ABC de hoogtelijnen (AC = basis). Construeer de meetkundige plaats van alle hoogtepunten beschreven in driehoeken, die op AC als basis in den omgeschreven cirkel van driehoek ABC staan. Bewijs, dat de meetkundige plaats een cirkel is gelijk aan den omgeschreven cirkel. Naar aanleiding van dit vraagstuk bewijzen o. a. Omtrekshoek $= \frac{1}{2}$ bg, waarop hij staat. Bewijs in driehoek ABC is de hoek, gevormd door de hoogtelijnen op b en c = suppl. hoek A. Als in een koordenvierhoek de som der overstaande zijden niet gelijk is, dan heeft hij geen ingeschreven cirkel. Als de som der overstaande hoeken niet gelijk is, dan heeft hij geen omgeschreven cirkel. In drie gelijke cirkels kan men met dezelfde zijden 3 verschillende koordenvierhoeken construeeren. Hoeveel verschillende diagonalen hebben zij?

Een mondeling L.O. examen anno 1900

De eisen die nu aan een docent worden gesteld zijn anders dan die in 1900. Wie zou aan de exameneisen meetkunde van toen nog voldoen? U kunt dat voor u zelf wel een beetje na gaan, want van de mondelinge L.O.-examens bestaan beschrijvingen van wat er gevraagd werd, zie de *Leidraad voor hen die voor de Akte Wiskunde L.O. studeren*, van A. Westerhof (1900).
Ik keer met u terug naar 1900 en laat u achter met uw examinator meetkunde. Sterkte!

Aad Goddijn, Freudenthal Instituut, Utrecht

WisKids van start

WisKids is een gezamenlijk initiatief van wiskundig Nederland met als doel het bevorderen van enthousiasme voor wiskunde bij jongens en meisjes van tien jaar en ouder. Tevens wil WisKids het imago van de wiskunde verbeteren: wiskunde is geen saai schoolvak, maar een universele taal die steeds meer facetten van de moderne samenleving ingrijpend beïnvloedt.

WisKids bestaat uit een samenhangend geheel van deelprojecten, die worden uitgevoerd door:
Ratio (KUN), STW/NWO/ NVvW, Stichting Vierkant voor Wiskunde, Stichting Nederlandse Wiskunde Olympiade, Pythagoras (wiskundetijdschrift voor jongeren) en het Freudenthal Instituut.

Een van de deelprojecten is de Axis Wiskunde prijs voor scholen. Het instellen van deze prijs geeft de gelegenheid om jaarlijks een school in het zonnetje te zetten die iets bijzonders heeft gepresteerd op het gebied van wiskundeonderwijs. En daarbij gaat het dan niet alleen om de scholen die uitzonderlijk getalenteerde 'knappe-koppen' onder de leerlingen heeft. Er zal een waaier van criteria gehanteerd worden, zodat veel scholen mee kunnen dingen naar deze prijs. Een deskundige jury zal de inzendingen beoordelen. De prijsuitreiking zal waarschijnlijk plaats vinden tijdens het Mathematisch Congres op 4 en 5 april 2001 in Eindhoven.
Binnenkort ontvangen alle scholen voor voortgezet onderwijs een folder waarin onder andere staat hoe uw school kan meedingen naar deze prijs en wat de beoordelingscriteria zijn. Deze informatie zal ook te vinden zijn op de WisKids website. Meer over WisKids kunt u lezen in het komend nummer van Euclides.
WisKids is een gezamenlijk initiatief van het WG, de NVvW en de NVORWO. WisKids wordt gefinancierd door Axis en het Ministerie van OCenW met daarnaast eigen bijdragen van de partners. Naar financiering uit het bedrijfsleven wordt nog gezocht.