

In de *Nieuwe Wiskrant* van maart 2001 besprak **Wim Groen** de resultaten van een instaptoets voor eerstejaarsstudenten bedrijfswiskunde en informatica. Een bloemlezing van de reacties op dit artikel vindt u hieronder.

## Parate wiskundekennis en formulevaardigheden

Op mijn stukje over parate wiskundekennis en rekenvaardigheden in de *Nieuwe Wiskrant* van maart 2001 heb ik zeventien reacties gekregen. Volgens de redactie is dat uitzonderlijk veel en daarom is mij gevraagd als afsluiting nog kort te reageren.

### De aard van de reacties

Bijna iedereen die reageert, eindigt met het verzoek de toets te mogen ontvangen om die aan eigen leerlingen of studenten te kunnen voorleggen. Soms gaat dat verzoek gepaard met verzuchtingen over de geringe reken- en formulevaardigheid of over voortschrijdende niveauverlaging. Vooral dit laatste vond ik jammer, want het was niet mijn bedoeling zoiets zelfs maar te suggereren.

Een opvallende reactie was afkomstig van een leerling die van zijn leraar het artikel had gekregen en zich via de toets nog extra goed wilde gaan voorbereiden op de start van zijn informaticastudie. Een andere opvallende reactie was geschreven door een lerarenopleider/wiskundedoцент die na een analyse van de voorbeeldvragen in het artikel tot de conclusie komt dat die vragen niet goed aansluiten op de nieuwe wiskundeprogramma's en ons als advies geeft intensievere contacten met het VWO op te bouwen.

### Oud probleem

Wie al wat langer meeloopt of zich wel eens verdiept in de historie van het wiskundeonderwijs, weet dat het probleem niet nieuw is. In het late najaar van 1940 houdt de Delftse wiskundehoogleraar Bremekamp een voordracht op de jaarvergadering van de Vereniging van Wiskundeleraren, waarin hij een aantal kritische opmerkingen maakt over de wiskundige vaardigheden waarmee eerstejaars studenten de universiteit binnenkomen:

... Als  $\sin\phi$  gegeven is,  $\cos\phi$  uitrekenen, krijgen ze natuurlijk wel gedaan, maar velen zien het niet onmiddellijk, (ook als het alleen maar over scherpe hoeken gaat), en als de docent het onmiddellijk opschrijft, zeggen ze 'dat gaat me te vlug, zoo'n college kan ik niet volgen'.....

En in 1975 publiceerde Van Dormolen zijn bekende bro-

chure '*Vaardigheden*' met als ondertitel '*1001 redenen waarom leerlingen geen goede routine hebben*' als reactie op verontruste geluiden over de droevige gevolgen van het nieuwe wiskundeprogramma van 1968 op de rekenvaardigheden van de VWO-abituriënt.

We moeten dus niet al te dramatisch doen over dat, al dan niet vermeende, gebrek aan vaardigheden. Nogal wat docenten lijken hun eigen schoolopleiding (en wat zij zich daarvan herinneren) als norm te hanteren. Hoe vaak hoor je niet kreten als 'Wat? ... Kunnen ze dat ook al niet meer? Dat konden wij al in de tweede klas van de HBS!'. Een terugblik in de schriften van de betrokkenen zou dan nog wel eens leuke verrassingen kunnen opleveren; maar ook als dat niet zo zou zijn, mag een oordeel over welke wiskundige vaardigheden voor een leerling nodig zijn natuurlijk alleen gebaseerd zijn op een zo objectief mogelijke analyse van de doelstellingen van het vak. Hieronder kom ik daar nog op terug.

### Hoe nu verder?

'Hoe nu verder?' vroeg ik mij in het artikel af. Een van de lezers schrijft: 'Gewoon op de universiteit repareren wat op het VWO niet gedaan is'. En eerlijk gezegd lijkt me dat verreweg de beste procedure: niet klagen of zeuren, maar zelf aan de gang gaan, zoals wij op de VU dat nu al enkele jaren doen.

Daarbij blijft het probleem welke vaardigheden je dan in zo'n reparatiecursus stopt natuurlijk bestaan. Tijdens een discussie bij ons op de faculteit met enkele (jonge) hoogleraren en docenten werden er ogenschijnlijk opmerkelijk verschillende standpunten verdedigd; zei de een dat zijn kennis van formules en verbanden werkelijk minimaal was en dat hij daar bij zijn wiskundige werk eigenlijk nooit last van had, de ander vond dat er toch een behoorlijk grote hoeveelheid parate kennis nodig is om als wiskundige goed te kunnen functioneren. En omdat er geen voorbeelden werden gegeven, bleef onduidelijk of hun standpunten werkelijk zo veel verschilden als de argeloze toehoorder van de discussie zou denken. Een grondige analyse, waarin de mogelijkheden van technologische hulpmiddelen ook worden bekeken, zou hier uitkomst

kunnen bieden.

In dit verband was ik erg blij met de tip van een inzender uit België, die mij wees op het werk van de Oostenrijkse wiskundige Bernhard Kutzler. Deze blijkt al enkele jaren te publiceren over rekenvaardigheden die, ook in een computeralgebra omgeving, 'met de hand' moeten kunnen worden gedaan. Op zijn website ([www.kutzler.com](http://www.kutzler.com)) vond ik het artikel 'Indispensable manual calculation skills in a CAS environment' (Herget, Heugl, Kutzler en Lehmann). Hierin geven de auteurs een aanzet tot een indeling van rekenvaardigheden in drie categorieën:

1. uit te voeren zonder technologisch hulpmiddel
2. met technologisch hulpmiddel, en natuurlijk ook
3. de twijfelgevallen.

Wie vanuit een ouderwetse onderwijsoptiek de overzichten bekijkt, zal zich nog wel eens achter het oor krabben, maar het is wel goed de gedachtevorming op dit terrein te volgen.

Het zou me goed lijken als zo'n analyse ook eens gemaakt werd voor het VWO en het HAVO en werd neergelegd in een rapport dat vergelijkbaar is met het nomenclatuurrapport, zodat duidelijk is wat vervolgopleidingen en andere afnemers van wiskundeonderwijs kunnen verwachten.

## Grafische rekenmachine

De hierboven al genoemde Kutzler geeft in zijn artikel 'The algebraic calculator as a pedagogical tool for teaching mathematics' (zie weer [www.kutzler.com](http://www.kutzler.com)) een aantal interessante gedachten over de inzet van (grafische) rekenmachines in het wiskundeonderwijs. Erg verhelderend vond ik zijn beschouwing over de analogie tus-

sen de manier waarop mensen zich verplaatsen en de manier waarop ze wiskunde bedrijven. Hij vergelijkt hoofdrekenen met lopen of wandelen, rekenen met pen en papier met fietsen en het gebruik van een computer of calculator met het zich verplaatsen per auto.

De analogie (hem kennelijk door een collega ingegeven) wordt uitvoerig uitgewerkt en levert beslist ideeën op voor het didactisch handelen van de (wiskunde)leraar. Een cruciaal punt is volgens Kutzler dat er telkens voor de leerling ook taken (toetsen!) moeten zijn die zonder technologie moeten worden gedaan. Wie toestaat dat iemand zich per auto naar het tuinschuurtje begeeft, draagt niet bij aan gezonde fysieke ontwikkeling van de betrokkene en wie toestaat dat iemand  $7 \times 8$  met een calculator uitreken, draagt niet bij aan een gezonde mentale ontwikkeling van de betrokkene. Maar wie de auto zou willen afschaffen omdat die te vaak oneigenlijk wordt gebruikt, wedt op het verkeerde paard.

Kutzler eindigt zijn artikel met de opmerking:

De Oostenrijkse en andere onderzoeken toonden aan dat een juist gebruik van technologie leidt tot:

- efficiënter onderwijzen en leren
- meer onafhankelijke productieve activiteiten van leerlingen
- meer creativiteit bij leerlingen
- een belangrijkere rol voor de leraar.

Zoiets moet toch het vertrouwen versterken dat het ook met de formulevaardigheden van onze leerlingen goed zal gaan aflopen.

*W.E. Groen, Faculteit der Exacte Wetenschappen, Vrije Universiteit, Amsterdam*

---

## A-lympiade: Voorronde 2000/2001

In het schooljaar 2001/2002 vindt voor de dertiende keer de Wiskunde A-lympiade plaats. De netwerkbijschikking vindt plaats op 2 november 2001. De voorronde wordt gehouden op vrijdag 23 november 2001. Deze wedstrijd is bedoeld voor leerlingen uit 5 HAVO of 5/6 VWO met wiskunde A in hun pakket die het leuk vinden om in teamverband (drie of vier leerlingen) een uitdagend probleem aan te pakken. De wedstrijd bestaat uit een voorronde op de scholen en een finaleweekend op de Veluwe.

Het open karakter van de opdracht maakt dat de teams een complete weg af moeten leggen van probleemstelling via strategie bepaling, oplossing en argumentatie naar presentatie van de gevonden oplossing. Het eindresultaat is een werkstuk waarin al deze aspecten terug te vinden moeten zijn.

Bij de voorronde op de eigen school wordt 's ochtends om 9.00 uur de opdracht uitgereikt, waarna de teams tot

16.00 uur de tijd hebben om het werkstuk te voltooien. Door de beste werkstukken (van maximaal drie teams) in te zenden, kan een school meedingen naar een van de twaalf finaleplaatsen.

De vaardigheden die bij de Wiskunde A-lympiade getest worden, spelen een essentiële rol in de tweede fase, met name bij de praktische opdrachten en de profielwerkstukken.

Meer informatie over de Wiskunde A-lympiade kunt u vinden op: <http://www.fi.uu.nl/alympiade>

Aan het begin van het nieuwe schooljaar hebben alle scholen voor voortgezet onderwijs een aanmeldingsformulier ontvangen voor de A-lympiade.

*De Wiskunde A-lympiade wordt georganiseerd door het Freudenthal Instituut onder auspiciën van de Nederlandse Onderwijscommissie voor Wiskunde. De A-lympiade wordt mede mogelijk gemaakt door een bijdrage van Texas Instruments.*