Piet van Albada (1905-1997): een kleurrijke persoonlijkheid. Voor het Montessori Lyceum te Rotterdam ontwierp hij een reeks meetkundeopdrachten die hij op kaarten in een kistje bewaarde. **Ed de Moor** laat u kennismaken met de persoon én de inhoud van het kistje.

Het kistje van Van Albada

Samenvatting

Nederland heeft gedurende de eerste helft van de twintigste eeuw een aantal prominente wiskundedidactici gekend. Onder hen was Piet van Albada een wat minder bekende persoonlijkheid, omdat hij zich slechts gedurende een korte periode – rond de Tweede Wereldoorlog – met de didactiek heeft beziggehouden. Zijn activiteiten betroffen hoofdzakelijk het aanvankelijk meetkundeonderwijs. Hiervoor ontwierp hij voor het Montessori Lyceum te Rotterdam een set opdrachtkaarten van een uniek karakter. Nadat enkele jaren terug dit 'Kistje' met kaarten en een handgeschreven handleiding zijn teruggevonden, is het thans mogelijk een analyse van inhoud, doelen en achterliggende filosofie van deze cursus te maken. Uit dit artikel wordt duidelijk hoe ver Van Albada zijn tijd vooruit was, welke invloed zijn werk op de leerplanontwikkeling van het meetkundeonderwijs in de tweede helft van de twintigste eeuw heeft gehad en ten slotte welke betekenis dit werk ook nog voor de dag van vandaag kan hebben.

Inleiding

We schrijven 1966, de Biafra-oorlog is uitgebroken. Piet van Albada (1905-1997) is net terug uit Nigeria, waar hij een paar jaar heeft meegewerkt aan de opbouw van de pas opgerichte School of Engineering van Nsukka in Nigeria. Het moet dan welhaast een traumatische ervaring voor Piet geweest zijn toen hij via het Nederlandse TV-journaal moest zien hoe Nigeriaanse soldaten de door hem ingerichte wiskundebibliotheek in Nsukka in puin schoten. Van Albada was namelijk niet alleen een overtuigd pacifist, maar ook iemand die geloofde in kennis als een belangrijke voorwaarde voor de emancipatie van wat men toen nog de 'Derde Wereld' noemde. Voor die emancipatie heeft hij zich zijn leven lang ingezet. Deze gebeurtenis zal dus niet zijn eerste grote teleurstelling zijn geweest. Maar, vasthoudend als hij was, slaagde hij erin zich na zijn pensionering in 1970 – de oorlog in Nigeria was inmiddels afgelopen – samen met zijn vrouw Lucie opnieuw voor enkele jaren naar Nsukka te laten uitzenden. Die bibliotheek moet er nu weer staan.

fig. 1 Piet van Albada (circa 1933)

Pieter Jacob van Albada (spreek uit: Albáda) werd op 5 september 1905 geboren in Groningen uit het huwelijk van Bruno Lieuwes van Albada en Jonkvrouwe Johanna Antonia van Rappard. Vader was militair arts, waardoor het gezin Van Albada nogal eens verhuisde. Na zijn eindexamen HBS-B in 1923 aan de Rijks-HBS te Harlingen legde hij na een jaar van zelfstudie ook het Staatsexamen Gymnasium af. Hij wilde een 'rode dominee' worden, waarschijnlijk naar het voorbeeld van de anarchist Domela Nieuwenhuis (1846-1919). Een jaar theologiestudie in Groningen volstond om hem definitief te bekeren tot het atheïsme. Hij ging naar Leiden om wis- en sterrenkunde te studeren.
Leiden was in die dagen een belangrijk internationaal centrum van wetenschap, waar regelmatig grote fysici als

Einstein bij Paul Ehrenfest (1880-1933) te gast waren. Daarnaast kende het toen ook een levendige linkse 'scene', waarop zich eerder al de astronoom en radencommunist Anton Pannekoek (1873-1960) en de wiskundige en marxist Dirk Struik (1894-2000) bewogen.

Van Albada voelde zich in deze deels overlappende milieus als een vis in het water. Met zijn politieke vrienden hoopte hij op een revolutie, die behalve het kapitalistische systeem ook het inmiddels in de Sovjet Unie ingevoerde 'democratisch centralisme' zou doen verdwijnen. Tot die groep behoorde ook Marinus van der Lubbe (1909-1934), die de historie is ingegaan als degene die in 1933 de Rijksdag in Berlijn in brand gestoken zou hebben. Van Albada heeft geprobeerd ook hem kennis op allerlei terrein bij te brengen, zoals te lezen valt in het boek dat Martin Schouten over Van der Lubbe schreef (Schouten, 1999). Over zijn herinneringen aan deze merkwaardige man heeft Van Albada kort voor zijn dood nog verteld in de videodocumentaire 'Water en Vuur'.

In Leiden leerde hij ook zijn latere echtgenote Lucie (Lucia Catharina Joustra, 1903-1985) kennen, die toen al over een MMS-diploma en een bevoegdheid Engels beschikte. Als meisje mocht zij van haar vader niet naar de HBS. Maar Piet hielp haar bij de voorbereiding op het Staatsexamen Gymnasium, waarna zij alsnog medicijnen ging studeren.

Van Albada beperkte zich niet tot de wiskundestudie alleen. Hij bestudeerde ook de marxistische klassieken, ageerde tegen het opkomend fascisme in Duitsland en voor het opkomende Indonesische onafhankelijkheidsstreven. Toen hij in 1933 afstudeerde was Lucie al enige tijd arts. In dat zelfde jaar verhuisden ze naar Groningen, waar ze ook trouwden. Lucie begon een dokterspraktijk en Piet hield zich bezig met solliciteren, een tamelijk hopeloze bezigheid tijdens de crisis van de jaren dertig. Hij gaf wat privélessen, deed als volontair zetwerk bij een geestverwante drukker en studeerde nog natuurkunde. Dit laatste leidde in 1937 tot een tweede doctoraalbul.

In 1939 verhuisde het gezin – er waren inmiddels twee kinderen, tijdens de oorlog zouden er nog twee volgen – naar Rotterdam, waar Van Albada leraar wiskunde en later ook conrector werd aan het Lyceum voor Montessorileerlingen, zoals het Rotterdams Montessori Lyceum oorspronkelijk heette. Deze functie zou hij tot 1951 vervullen.

Kort nadat Indonesië onafhankelijk was geworden, trad hij in dienst van de nieuwe republiek. Van 1951 tot 1958 was hij hoogleraar wiskunde, zowel aan de Technische Faculteit van de Universiteit van Indonesië als aan de pedagogische faculteit van de Universiteit Padjajaran (beide in Bandung). Tijdens een verlofperiode in Nederland (1955) promoveerde hij in Utrecht bij Hans Freudenthal (1905-1990) op een zuiver wiskundig proefschrift *Integral relations in alternative coordinate rings*. Met Freudenthal onderhield hij tot aan diens dood een vriendschappelijke en wetenschappelijke relatie. In 1958 werd hij wetenschappelijk hoofdambtenaar aan de Technische Hogeschool (thans TU) Eindhoven, een functie, die hij tot aan zijn pensionering in 1970 zou vervullen. Zoals reeds gezegd, werkte hij van 1964 tot 1966 en ook na zijn pensionering in 1970 nog enkele jaren aan de University of Nigeria in Nsukka.

Naast zijn sociaal-politieke interesse – gedurende de jaren zeventig was het de PSP die zijn idealen het dichtst benaderde – was hij een natuurliefhebber, die graag en ver wandelde, namen en bijzonderheden van planten, vogels en paddestoelen kende en in zijn moestuin de zeldzamere soorten onkruid spaarde. Hij was echter geen eenzijdige bèta; talen en hun structuur waren eveneens een studieobject. De meeste Europese talen kon hij ten minste lezen. Naar aanleiding van een 'Zweedse week' op het Rotterdams Montessori Lyceum bracht hij aan de hand van kinderboeken zichzelf en zijn leerlingen enig Zweeds bij. In Indonesië doceerde hij als eerste in het Bahasa Indonesia. Hij bestudeerde Russisch, Arabisch en Esperanto. Later hield hij zich nog bezig met modern Grieks en Swahili, talen die in de aangetrouwde familie werden gesproken.

Na het overlijden van zijn vrouw in 1985 woonde hij van 1986 tot 1993 bij zijn oudste dochter Riek van der Zijpp en haar man in Hollandsche Rading en daarna in het vegetarisch verzorgingstehuis 'Felixoord' te Oosterbeek, waar hij op 13 oktober 1997 is gestorven.

'Hij was geen man voor conversatie', zo schrijft Riek van der Zijpp in een van haar brieven. 'In gezelschap zat hij er vaak zwijgend bij, om dan opeens heel geestig uit de hoek te komen (...), als iemand iets geks gezegd had.' Binnen gehoorsafstand van 'social talk' kon hij zelfs helemaal stilvallen. Waar nodig redde hij zich dan met zijn brede glimlach. Wat hij zei formuleerde hij altijd kort en precies. Met zijn zwak voor taalgrappen zou hij zichzelf als 'uitgesproken spreker' gekarakteriseerd kunnen hebben.

Tot op hoge leeftijd heeft hij zich met wiskunde beziggehouden. In het *Nieuw Archief voor Wiskunde* verscheen postuum zijn laatste artikel: 'Factorisation of the numbers n^2+1' (Van Albada, 1998).

Al voor de oorlog was hij lid geworden van de in 1936 opgerichte Wiskunde Werkgroep, waarvan mevrouw Tatiana Ehrenfest-Afanassjewa (1876-1964) in die tijd de belangrijkste representant was. Deze groep didactische pioniers heeft vlak na de Tweede Wereldoorlog een bepalende invloed op het Nederlandse wiskundeonderwijs gehad (De Moor, 2000b). Vooral de ideeën van mevrouw Ehrenfest hebben Van Albada geïnspireerd tot de ontwikkeling van een set opdrachtkaarten ('Het Kistje') voor het meetkundeonderwijs in de eerste klas van het Montessori Lyceum in Rotterdam, een unieke bijdrage aan de Nederlandse wiskundedidactiek van de eerste helft van de twintigste eeuw.

Binnen het Nederlandse wiskundeonderwijs is Van Albada nooit zo op de voorgrond getreden. Zijn didactische werk heeft hij altijd in kleine kring en in bescheidenheid uitgevoerd. Een reden te over om anno 2001 het materiaal van 'Het Kistje' nog eens te bestuderen.

Een moeizame zoektocht

Goed rekenonderwijs begint op een natuurlijke manier, gewoon met tellen. Alle voor het dagelijkse leven en onderwijs benodigde eigenschappen van het rekenen kun je daaruit op een aanschouwelijke manier afleiden en begrijpelijk maken. Zo is het rekenen ontstaan en daar heb je geen axiomatische fundering voor nodig. Gelukkig heeft het rekenonderwijs deze historisch-genetische aanpak eigenlijk altijd gevolgd. Dat komt onder meer doordat een formele fundering van het rekenen pas in de negentiende eeuw heeft plaatsgevonden, iets waaraan later door Gödel nog eens stevig gesleuteld is. Er is een kleine rimpeling in de traditie van de historisch-genetische aanpak geweest tijdens het modernisme van de New Math in de jaren zestig van de vorige eeuw, toen men het aanvankelijke rekenen wilde baseren op de formele verzamelingenleer.

Ook meetkunde is ontstaan uit de alledaagse praktijk, namelijk uit het landmeten. Maar door het prachtige werk van Euclides (circa 300 voor Christus) kreeg de meetkunde als eerste wetenschap een axiomatische fundering en werd zo dé discipline waaraan het logisch redeneren geoefend kon worden. Het aanschouwelijke element mocht daarbij in feite geen rol meer spelen. Meetkunde werd zo het paradigma van de wetenschap an sich. Dit heeft een historisch-genetische aanpak voor het onderwijs in de weg gestaan.

Meetkunde behoorde vroeger tot het programma van de Latijnse Scholen en van de Universiteit. Pas in de negentiende eeuw, toen het onderwijs ook voor de lagere sociale klassen steeds belangrijker werd, trachtten vele onderwijshervormers de meetkunde van een meer natuurlijke start te voorzien. Maar dat kon natuurlijk niet volgens de euclidische aanpak. Een interessante poging tot een historisch-genetische aanpak was die van A.C. Clairaut (1713-1765), die met zijn *Eléments de Géométrie* een aanschouwelijke, op de landmeetkunde gebaseerde, meetkundecursus schreef. Pestalozzi (1746-1826) en zijn leerling Josef Schmid (1785-1851) probeerden het voor kinderen vanaf vier jaar via de zogenaamde vormleer, een vak dat in de negentiende eeuw veel aandacht heeft gehad vanwege zijn aanschouwelijke basis, maar dat uiteindelijk toch tot mislukken gedoemd was, niet alleen vanwege de starre didactiek, maar vooral ook door het feit dat alle stof toch weer ontleend werd aan de euclidische elementen (De Moor, 1999).

Met de opkomst van de Reformpedagogiek en de Nieuwe Schoolbeweging rond de eeuwwisseling van 1900 werd naast de aanschouwelijkheid het ‘leren door doen’ een didactisch aandachtspunt. Tevens ontstond toen de ‘vom Kind aus’-pedagogiek. Kort gezegd kwam dit laatste er op neer dat men het niveau van de stof wilde aanpassen aan de geestelijke ontwikkelingsfasen van het kind, de zogenoemde psychologisch-genetische aanpak. Rond 1915 was uit onderzoekingen in de denkpsychologie duidelijk geworden dat kinderen van twaalf jaar in het algemeen nog geen abstracte redeneringen kunnen voltrekken, zoals die in het toenmalige aanvangsonderwijs in de meetkunde – bewijs dat de drie hoogtelijnen van een driehoek door één punt gaan – gemeengoed waren.

Ook de wiskundigen begonnen zich in die tijd voor het onderwijs te interesseren. Tijdens het vierde Internationale Congres van Wiskundigen in 1908 te Rome werd de Commission Internationale de l’Enseignement Mathématique opgericht. Niemand minder dan de grote Felix Klein (1849-1925) werd voorzitter van deze club. Men begon met een internationaal onderzoek naar de verschillende opvattingen over het aanvankelijk meetkundeonderwijs. De behoefte aan een informele inleidende cursus deed zich steeds meer gevoelen. Interessant is het dat juist Klein, die met zijn ‘Erlanger Programm’ uit 1872 de geschiedenis is ingegaan als degene die het structuurkarakter van de wiskunde als unificerend middel naar voren bracht, het belang inzag van een informele introductie van de meetkunde, zoals onder meer uit de volgende uitspraak uit 1908 moge blijken: ‘auf der Schule stets zuerst an die lebhafte konkrete Anschauung anknüpfen’. Maar tegelijkertijd verzuchtte hij: ‘In der Tat krankt der geometrische Unterricht heute geradezu an der Last der Überlieferung’ (De Moor, 1999, pp. 235-236). Ook hij pleitte zo’n eeuw geleden – en met hem vele andere vooraanstaande wiskundigen – voor een bevrijding van het aanvankelijk meetkundeonderwijs uit haar euclidische harnas, voor aanschouwing als basisprincipe, gebruikmaking van de genetische aanpak, toepassingen, vervlechting van vlakke en ruimtemeetkunde en voor een voorzichtige opbouw van een leergang met (eenvoudige) logische redeneringen.

Aan het begin van de twintigste eeuw werden er pogingen ondernomen om praktische uitwerkingen voor deze nieuwe opvattingen te ontwerpen. In Nederland waren het met name Wolda en Reindersma (1877-1946) die ons enkele interessante werken hebben nagelaten. Met name het werk van Wolda had een voor die tijd heel afwijkende vorm, maar het is een obscuur boek gebleven. In feite wilde men in het onderwijs niets weten van al deze nieuwigheid en hield de modale leraar zich aan een modaal boek met een min of meer formeel euclidische aanpak. Ook de beroemde en nog altijd interessante verzameling van meetkundige problemen, de *Übungensammlung zu einer geometrischen Propädeuse* van Tatiana Ehrenfest-Afanassjewa uit 1931, kreeg geen algemene navolging, althans niet op een directe wijze. Over de betekenis van het werk van mevrouw Ehrenfest is de laatste jaren al vaker gepubliceerd (De Moor, 1999 en 2000a). De meest directe invloed van dit boekje in de jaren rond de Tweede Wereldoorlog is te vinden in het werk van Van Albada, dat ik nu verder zal beschrijven en analyseren.

Het Kistje

Op de foto in figuur 2 zien we het kistje dat in 1999 door Riek van der Zijpp aan het Freudenthal Instituut is geschonken. Het bevat onder meer een aantal opdrachtkaarten meetkunde, die vlak na de oorlog in de eerste klas van het Montessori Lyceum te Rotterdam in gebruik waren en die door Van Albada zelf met de hand vervaardigd zijn. De onderscheiden onderwerpen staan op kartonnen kaarten van verschillende kleuren, waarvan sommige met millimeterpapier beplakt zijn. De opdrachtteksten zijn eenvoudig en duidelijk. Vooral de kaarten waarop foto's – meestal uit Engelse tijdschriften – zijn geplakt, zien er prachtig uit en roepen een sfeer op, die je doet verlangen naar het onderwijs uit een tijd die niet beheerst werd door toetsdruk, management, organisatiedwang en maatschappelijke problemen.

fig. 2 Het Kistje met de materialen

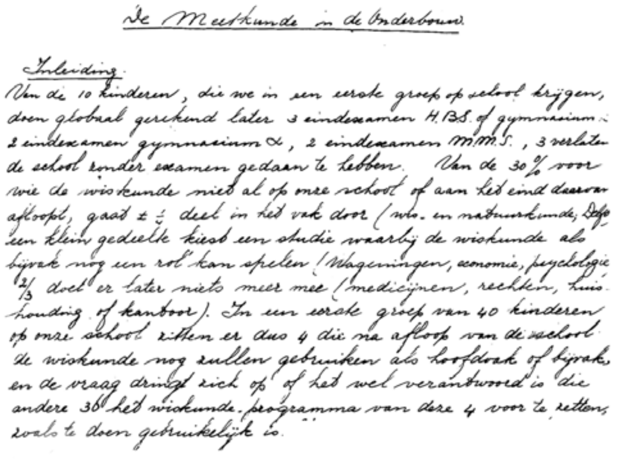
Dat deze cursus ook werkelijk uitgevoerd kon worden, moet te danken zijn aan het idealisme en de inzet van Van Albada zelf en van zijn collega's. De kaarten pasten bij het zelfwerkzaamheidsprincipe en het takensysteem van het montessori-onderwijs. Ik vraag me in verband met de sterk van de modale aanpak afwijkende inhoud van de cursus af hoe de inspectie in die jaren tegen een dergelijk experiment aangekeken heeft. Maar hoe het zij, de leerlingen van toen hebben ermee gewerkt. Er bevinden zich bij dit unieke materiaal nog een aantal schriften van leerlingen uit die tijd. De cursus is nooit officieel uitgegeven en vermoedelijk alleen op het Rotterdams Montessori Lyceum gebruikt.

De invloed van een belangwekkend rapport

In 1958 verscheen onder redactie van Hans Freudenthal het *Report on methods of initiation into geometry*. Ook dit rapport was – net als in 1908 – een uitvloeisel van een internationaal besluit, namelijk van de International Commission of Mathematical Instruction (ICMI), om vergelijkend onderzoek te doen op dit onderdeel van het wiskundeonderwijs. In dit zeer interessante rapport, officieel van de Subcommittee for the Netherlands of the ICMI, hebben de belangrijkste boekenschrijvers en didactici van dat moment een bijdrage geleverd. Men krijgt uit dit rapport een goede indruk van de stand van zaken betreffende het aanvankelijk meetkundeonderwijs van dat moment. Er staan stukken in van onder meer mevrouw Ehrenfest, Boermeester, de Van Hieles, Bruno Ernst, Krooshof, Timmer en van Van Albada. Jammer genoeg ontbreekt een stuk over het werk van Bos en Lepoeter, auteurs van een aantal in die jaren belangwekkende boeken, die bedoeld waren voor zelfwerkzaamheid. Toen ik dit rapport eind jaren vijftig voor het eerst onder ogen kreeg, was de bijdrage *An introductory course of geometry* van Van Albada voor mij het meest in het oog springend. Ik was verrast over de bijzondere voorbeelden die hij in dit artikel beschrijft. Nog nooit had ik een zo originele en nieuwe aanpak van de meetkunde gezien. Ik kon toen niet vermoeden dat ik zo'n veertig jaar later de echte opdrachtkaarten nog eens in handen zou krijgen.
Ik herinner mij dat ik, toen ik in 1971 in dienst kwam van het Instituut Ontwikkeling Wiskunde Onderwijs (IOWO) bij de afdeling Wiskobas, de groep die zich met het basisonderwijs ging bezighouden, met Leen Streefland (1939 -1998) dit artikel van Van Albada opnieuw heb bestudeerd. Het vormde samen met de *Übungensammlung* van mevrouw Ehrenfest voor een aantal leden van de Wiskobasgroep een inspiratiebron voor wat meetkunde voor de basisschool zou kunnen zijn. In het bijzonder spraken de zon-schaduwproblemen toen sterk aan.
Toen ik in de jaren negentig bezig was met mijn studie over de geschiedenis van het meetkundeonderwijs, kwam ik vanzelf weer bij Van Albada terecht. Ik schreef er een samenvattend stuk over, dat hoofdzakelijk op het artikel uit het *Report* was gebaseerd (De Moor, 1999, pp. 277-279). Deze analyse stuurde ik Van Albada op 20-6-95 toe. Enige dagen later belde hij mij op om te zeggen dat hij met de inhoud en strekking instemde. Alleen vond hij het jammer dat het zo kort was. Een verrassing was dat hij het kistje nog steeds in zijn bezit had. Het was de bedoeling dat ik nog eens met Martin Kindt naar Oosterbeek zou reizen om het materiaal te bekijken. Ik kan me nog de enkele haren uit mijn hoofd trekken dat we dat toen niet meteen gedaan hebben. Toen mij zijn overlijdensbericht onder ogen kwam, heb ik de redactie van het tijdschrift *Euclides* een hint gegeven om een In Memoriam aan Van Albada te wijden, maar er was op dat moment onvoldoende gelegenheid om nog enig nader onderzoek te doen.

Uitgangspunten

Toen ik het kistje met de opdrachtkaarten in handen kreeg bleek daar – wat een geluk – nog de handgeschreven handleiding bij te zitten. Uit dit document *De Meetkunde in de Onderbouw* van 34 blocnotepagina's – in het krachtige, regelmatige handschrift van Van Albada (zie figuur 3) – blijkt dat hij deze cursus in de jaren daarvoor na volgt een beschrijving van de set opdrachtkaarten met didactische en organisatorische opmerkingen.



De Meetkunde in de Onderbouw.

Inleiding.
Van de 10 kinderen, die we in een eerste groep op school krijgen, doen globaal gerekend later 3 eindexamen H.B.S. of gymnasium: 2 eindexamen gymnasium α, 2 eindexamen M.M.S., 3 verlaten de school zonder examen gedaan te hebben. Van de 30% voor wie de wiskunde niet al op onze school of aan het eind daarvan afloopt, gaat ± ½ deel in het vak door (wis- en natuurkunde, Delft) een klein gedeelte kiest een studie waarbij de wiskunde als bijvak nog een rol kan spelen (Wageningen, economie, psychologie) 2/3 doet er later niets meer mee (medicijnen, rechten, huishouding of kantoor). In een eerste groep van 40 kinderen op onze school zitten er dus 4 die na afloop van de school de wiskunde nog zullen gebruiken als hoofdvak of bijvak, en de vraag dringt zich op of het wel verantwoord is die andere 36 het wiskunde-programma van deze 4 voor te zetten, zoals te doen gebruikelijk is.

fig. 3 Uit de geschreven handleiding

ook praktisch heeft toegepast. Regelmatig geeft hij verslag van de haalbaarheid van het materiaal in de klassepraktijk, de moeilijkheidsgraad en de reacties van de leerlingen.
In de inleiding becijfert Van Albada eerst dat van een groep van veertig leerlingen in de eerste klas van een middelbare school er later slechts vier in hun studie wiskunde als hoofd- of bijvak zullen gebruiken. Vandaar dat hij een zodanige cursus wil ontwerpen, die ‘zinvol is voor alle richtingen’. Hierbij verwijst hij naar een artikel van zijn hand ‘De wiskunde voor niet mathematische richtingen’ in het blad *Vernieuwing* uit 1950. Het handgeschreven stuk is waarschijnlijk van die tijd.
Voor de meetkunde gaat hij ervan uit dat kinderen op twaalfjarige leeftijd al een arsenaal van intuïtieve meetkundige noties tot hun beschikking hebben als gevolg van hun fysieke functioneren in de ruimte. Na een beschrijving van verschillende meetkundige indrukken die de kinderen vanaf de wieg hebben ondergaan – hij noemt dit ‘passieve kennis’ – stelt hij:

> ‘De eerste taak van ieder meetkunde-onderwijs zou hierin moeten bestaan, dat we bevorderen dat de passieve (intuïtieve) meetkunde-kennis die we in onze jeugd hebben verworven en de actieve (wetenschappelijke) kennis van de ruimte die de school wil aankweken tot een eenheid versmelten...’ (...) ‘Daarom hebben we bij het zoeken van onze leermiddelen gezocht naar materiaal dat dienen kan om bruggen te slaan tussen beide gebieden van ruimte-ervaring.’

Hij verwijst naar het historisch-genetische principe, zonder dat zo te noemen, en verantwoordt van hieruit zijn uitgangspunten: ‘Daarom beginnen we niet met een axiomastelsel, maar stellen die uit tot het slot, en geven die liever als terugblik in de 5-e (klas), het kan dan ook minder slordig dan het gewoonlijk gebeurt. Ook laten we voorlopig bewijzen achterwege van evidente stellingen.’
Niet alleen bestaat er een frappante overeenkomst met mevrouw Ehrenfests opvattingen, aan het eind van dit stuk verwijst hij ook naar haar *Übungensammlung.* Daarna volgt een beschrijving van de set opdrachtkaarten met didactische en organisatorische opmerkingen.

Indeling van de cursus en de werkwijze

In het handgeschreven stuk noemt Van Albada 24 onderwerpen. Elk onderwerp diende te bestaan uit tien opdrachtkaarten (een serie), die de leerlingen zelfstandig moesten maken. Iedere leerling had een individuele aftekenkaart, waarop bijgehouden werd welke onderwerpen zij of hij had voltooid (figuur 4).
Af en toe moest een groepje leerlingen zich ook bij de leraar vervoegen voor mondelinge ondervraging. In de beschrijving spreekt Van Albada ook van klassikale lesjes, die vaak inleidingen waren op een nieuw onderwerp.

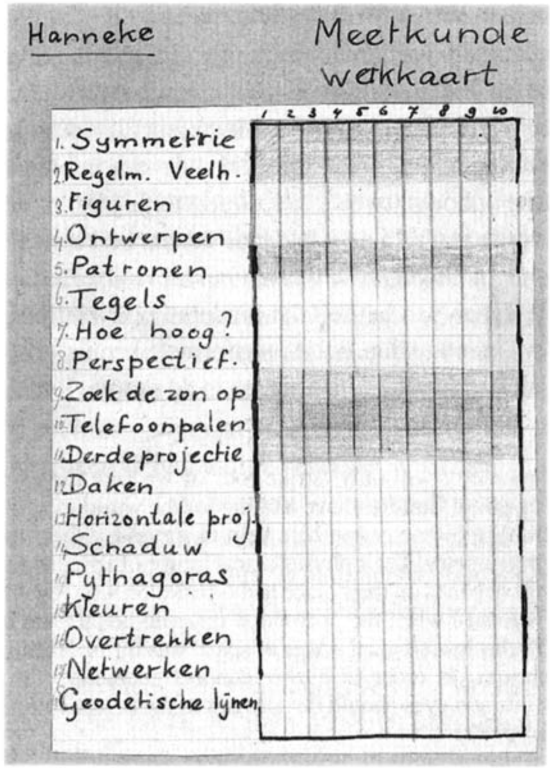


fig. 4 Aftekenkaart voor de leerling

Op de afgebeelde aftekenkaart van Hanneke komen achttien onderwerpen voor. Deze series bevinden zich, niet altijd volledig, in het kistje. Daarnaast nog enkele andere series en losse materialen; er is geen volledige dekking van kistje en beschrijving. Het materiaal biedt echter voldoende aanknopingspunten tot een zekere reconstructie en analyse van de beoogde leergang.
Aangezien sommige series namen dragen die meer naar de aard van de vraagstukken verwijzen dan naar de wiskundige doelen, maak ik nu een indeling naar de wiskundige onderwerpen, die aan de orde komen: *Symmetrie; Centrale Projectie; Orthogonale Projectie; Vlakvullingen; Constructies; Metriek; Niet-euclidische meetkunde* en *Topologie.*

Ruimtelijk voorstellingsvermogen

Het meest saillante onderdeel van Van Albada's cursus zijn de opdrachtkaarten over de projectiemethoden van ruimtefiguren. Met deze vraagstukken werd in die tijd een geheel nieuw gebied voor het onderwijs ontsloten. Mevrouw Ehrenfest had hiertoe in haar *Übungensammlung* ook al ideeën aangedragen, maar Van Albada heeft ze voor het eerst tot praktische opdrachten voor het onderwijs uitgewerkt.

Onder de noemer *Centrale Projectie* vallen de series 'Hoe hoog?', 'Perspectief', 'Zoek de zon op', 'Telefoonpalen' en 'Schaduwen'. Er wordt uitgegaan van de wereld zoals wij die zien, zoals bijvoorbeeld op foto's. Enkele principes die in deze series een kernrol vervullen, zijn dat bij een afbeelding van een figuur de horizon zich op ooghoogte bevindt, dat evenwijdige lijnen, die niet evenwijdig lopen met het tafereel elkaar op de horizon snijden en dat evenwijdige lijnen evenwijdig aan het tafereel evenwijdig worden afgebeeld. Deze principes werden door de leraar met de leerlingen besproken. We volstaan hier met één voorbeeld (figuur 5): een fraai voorbeeld van ruimtelijk denken, waarbij de genoemde principes zich op een natuurlijke manier manifesteren.

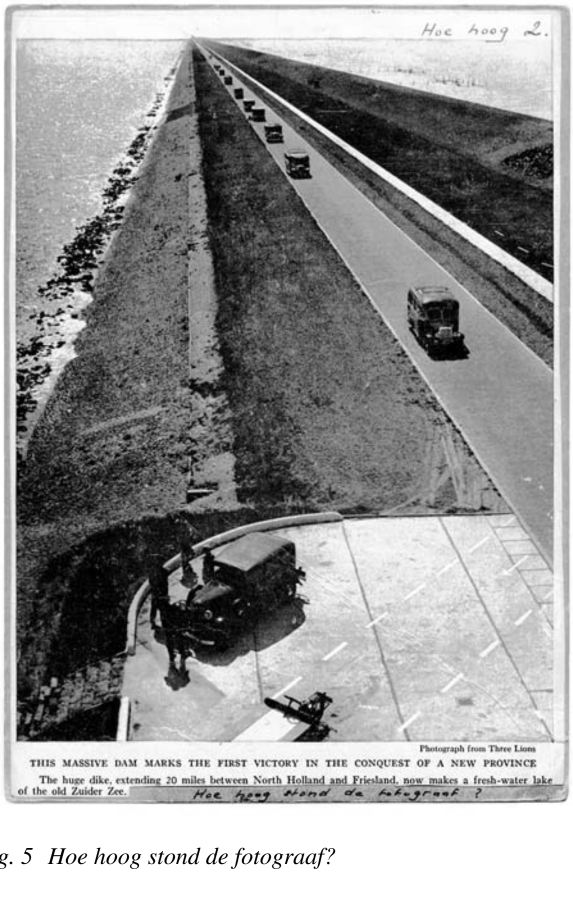


fig. 5 Hoe hoog stond de fotograaf?

Bovendien wordt het realiteitsgehalte van de opdracht vergroot doordat men van een of ander object (persoon of auto) de hoogte moet schatten. Overigens wordt zo'n serie wel met een 'lesje' begonnen. Verder schrijft Van Albada in zijn 'handleiding' hier het volgende over:

> 'Terwijl volwassenen over het geheel de orthogonale projectie beter ligt, brengen de kinderen meer van het perspectief-materiaal terecht, tegen mijn verwachting in, maar achteraf wel begrijpelijk. Daarom bied ik tegenwoordig het perspectief-materiaal ook eerder aan dan dat over de orthogonale projectie. Het spreekt vanzelf dat bij het praten over de opdrachten alle abstracte getheoretiseer over projectiemethoden achterwege blijft, de theorie kan juist later inhoud krijgen, als van te voren langs intuitieve weg voldoende voorstellingen zijn verkregen.'

De schaduw-opgaven (van een kaars) noemt Van Albada van een hoger niveau. Er komt geen aparte serie over het gebruik van zonneschaduwen voor als vorm van scheve parallelprojectie. Wel komt de *Orthogonale Projectie* voor in de vorm van voor-, zij- en bovenaanzichten, die ook thans zowel in de boeken voor de basisschool als die van het Voortgezet Onderwijs (VO) veelvuldig te vinden zijn. Als voorbeeld verwijs ik naar figuur 6. Onder dit onderwerp zijn de series 'Derde Projectie', 'Horizontale Projectie' en 'Daken' te schikken. 'Zo hebben we dus het vak Beschrijvende Meetkunde in de onderbouw geïntroduceerd, waar het heel goed blijkt te voldoen, mits het steeds aanknoopt bij voorstellingen van concrete dingen', aldus Van Albada in zijn handleiding.

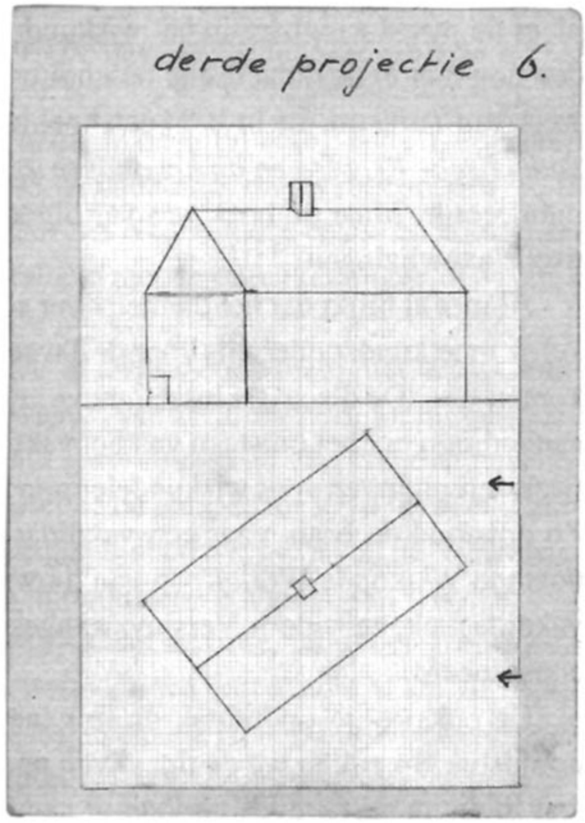


fig. 6 De derde projectie van het huis te construeren

Hij vatte de BM overigens ruimer op dan alleen als de Monge-projectie, zoals die toen in de hoogste klassen van de HBS werd onderwezen, maar schaarde de centrale pro-

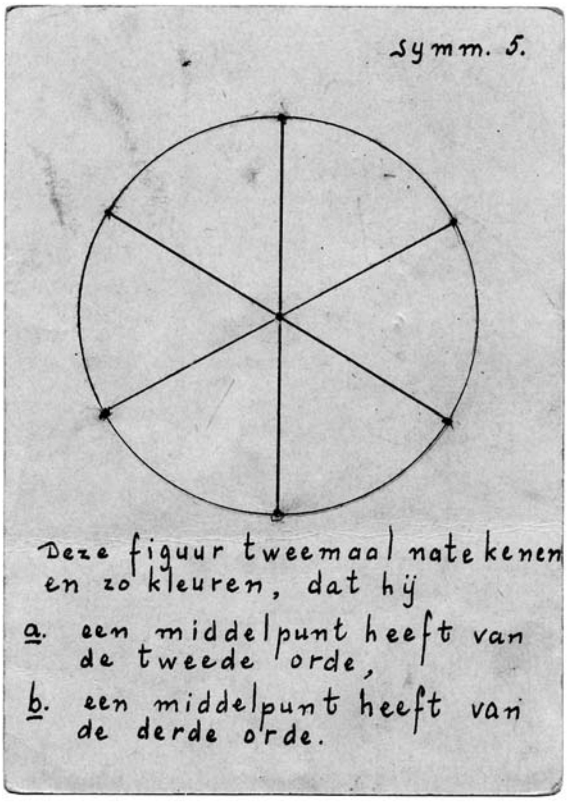


fig. 7 Draaisymmetrieën

jectie hier ook onder. In zijn proefschrift in 1955 wijdde hij hier nog een stelling aan: 'Wil de beschrijvende meetkunde dienstbaar gemaakt worden aan de ontwikkeling van het ruimtelijk voorstellingsvermogen, dan moet dit vak niet aan het eind, maar aan het begin van het meetkundeonderwijs worden ingeschakeld.' Het heeft toen allemaal weinig invloed gehad, het vak BM werd in 1958 zelfs geschrapt van het HBS-programma ten gunste van de Analytische Meetkunde. Dit alles op advies van de Wiskunde Werkgroep, waarvan Van Albada lid was en waarvoor hij in de commissie over BM heeft gezeten. Het zou tot in de jaren zeventig moeten duren voor zijn ideeën opnieuw wortel konden schieten.

Kernbegrippen en constructies

Zoals bekend bestond een halve eeuw geleden het meetkundeprogramma voor de eerste klassen van het VO uit planimetrie volgens de aloude euclidische planimetrische opzet: axioma's, definities en stellingen over evenwijdige lijnen, constructies met passer en liniaal, de som van de drie hoeken van een driehoek, de vijf congruentiegevallen en de classificatie van en stellingen over de bijzondere vierhoeken (parallellogram, ruit, rechthoek, vierkant). Van deze onderwerpen zien we wel iets terug in Van Albada's aanpak, maar vanuit een totaal andere filosofie, namelijk als een ruime oriënteringsbasis voor een aantal funderende begrippen.

Allereerst de *Symmetrie;* hieronder vallen de series 'Regelmatige Veelhoeken', 'Figuren', 'Ontwerpen' en uiteraard de serie 'Symmetrie' zelf. Uitgaande van het feit dat de kinderen vanuit de realiteit enige notie hebben van lijn- en draaisymmetrie is het doel deze begrippen te leren onderscheiden en toe te passen. Dit gebeurt onder meer door middel van spiegel-, teken- en kleuropdrachten (figuur 7).
Er zijn enkele pakjes met kleine kaartjes, die de kinderen 'op hun gemak kunnen bekijken en die ze daarna kunnen laten overhoren'. Van Albada begreep – maar daarin stond hij niet alleen – dat symmetrie een fundamenteel principe voor de bèta-wetenschappen in het algemeen is. Verder bedoelde hij deze opdrachtkaarten als een voorbereiding op het congruentiebegrip. Hij meende dat er van dit werk een zekere voorspellende waarde uitging, waar hij stelt: 'Op grond van onder andere deze test is dikwijls al in het eerste jaar een vrij aardige prognose op te maken wat betreft het verdere succes met wiskunde (...)'.
Als motiverend principe zag hij ook veel in het esthetische aspect van de meetkunde, waarop in de series 'Figuren' en 'Ontwerpen' een beroep werd gedaan.
Ook het onderwerp *Vlakvullingen* kan als een funderend principe voor het onderwijs in de meetkunde worden opgevat. Dina van Hiele-Geldof (1911-1958) gebruikte in de jaren vijftig dit principe om een alternatieve inleiding in de meetkunde, passend bij het toen vigerende programma, te ontwerpen. Dit programma heeft zij beschreven in haar dissertatie (Van Hiele-Geldof, 1957). Van Albada's serie 'Tegels' over dit onderwerp bevat een aantal pittige opgaven, zoals in het voorbeeld van figuur 8.

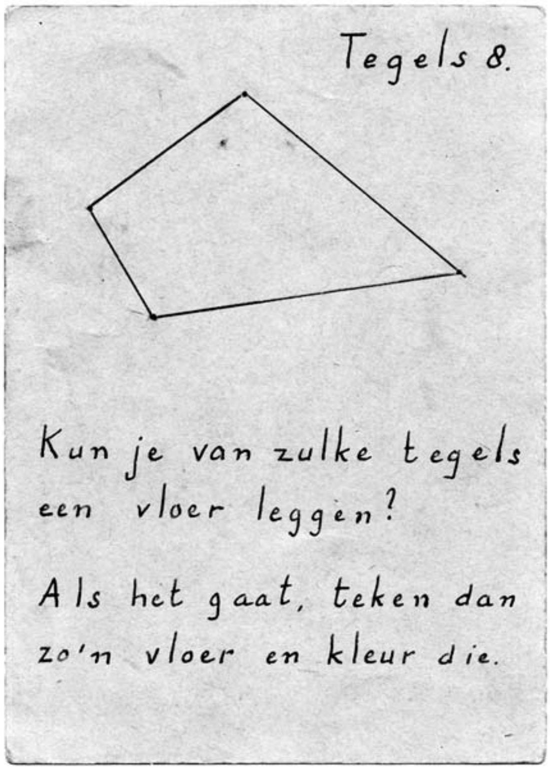
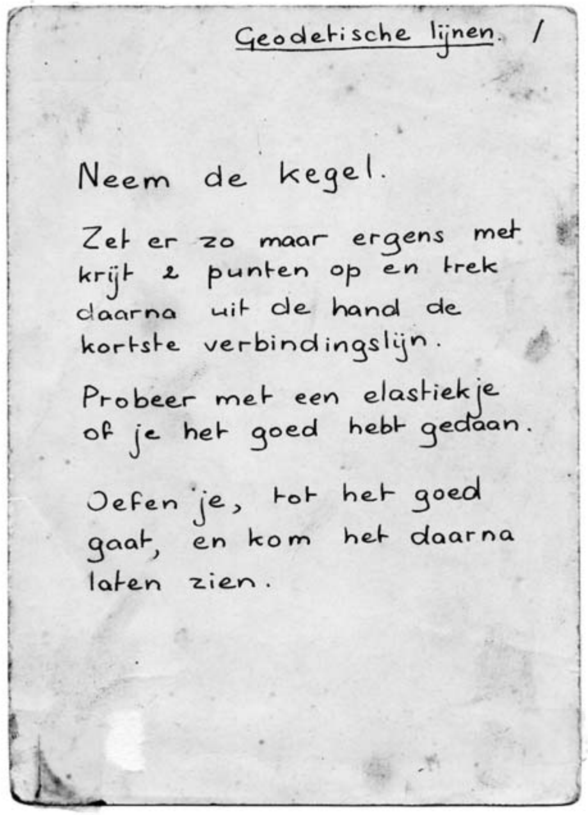


fig. 8 Vlakvulling met een willekeurige vierhoek

Terecht merkt Van Albada in zijn handleiding hier over op: ‘De tegelvloer van de driehoeken kan weer als uitgangspunt dienen voor de stelling dat de 3 hoeken van een driehoek samen een gestrekte hoek vormen; (...) een experimenteel bewijs, dat te verkiezen is boven het meten van de 3 hoeken met een gradenboog en optellen (...)’. Hier zien we opnieuw waar het van Albada om ging: inzicht op een aanschouwelijke manier, maar op dat eerste niveau van een overtuigingskracht die dicht bij een formeel bewijs ligt. Als voorbereiding op gelijkvormigheid van figuren beschrijft hij in zijn handleiding een serie opdrachtkaarten over het vermenigvuldigen van vlakke figuren. Deze serie is niet in het kistje gevonden.
De series ‘Regelmatige Veelhoeken’ en ‘Netwerken’ zijn tamelijk empiristisch van aard wat betreft het onderwerp *Constructies*. De eerste bevat tekenopdrachten voor die veelhoeken die construeerbaar zijn met passer en liniaal. Maar er zijn ook benaderingsconstructies bij, zoals voor de zeven- en negenhoek, hetgeen in de handleiding helder uiteengezet is. De serie ‘Netwerken’ bestaat uit bouwplaatjes voor enkele regelmatige veelvlakken. Van verschillende hiervan worden in de serie ‘Horizontale Projectie’ bovenaanzichten getekend, bedoeld om het ruimtelijke denken te versterken. Beschouwen we het onderwerp *Constructies* wat ruimer, dan vallen daar ook het bepalen van kortste afstanden op verschillende oppervlakken bij.

Metriek

De invoering van een metriek in de euclidische meetkunde wordt bepaald door de evenredigheidseigenschappen bij gelijkvormigheid en door de stelling van Pythagoras. Hieraan is in deze cursus geen expliciete aandacht besteed. Wel wordt er op intuïtieve manier gebruik gemaakt van evenredigheden bij de perspectiefproblemen: als een object tweemaal zover weg staat van de waarnemer ziet hij het tweemaal zo klein. Ook komt de stelling van Pythagoras aan de orde. Hiervoor zit bij het materiaal een zelfgemaakte legpuzzel. Kennelijk was het niet Van Albada’s bedoeling om hieraan al aandacht te besteden, want hij motiveert de grappig getekende uitklapkaart (‘map’) over dit onderwerp als volgt: ‘De map is kort na de oorlog ingevoerd, niet voor de meetkunde, maar omdat de kinderen van de lagere school met onvoldoende rekenroutine bij ons kwamen: hij is daarna gehandhaafd omdat hij nogal in trek was en omdat mej. van den Handel er prijs op stelt dat de kinderen aan het begin van de derde groep deze stelling kennen.’ Mej. van den Handel was de lerares natuurkunde & scheikunde.
Net als in de traditionele meetkunde-aanpak werd dus ook in deze cursus aan de gewone euclidische metriek geen aandacht besteed. Gelijkvormigheid kwam pas in de tweede klas aan de orde. Ten behoeve van een metriek heeft men het begrip afstand nodig. Dit wordt in de serie ‘Geodetische Lijnen’ ruimer aan de orde gesteld dan alleen in het euclidische vlak, door ook kortste verbindingen (geodetische lijnen) op gebogen oppervlakken te onderzoeken. De kinderen moesten uitzoeken wat eigenlijk ‘rechte lijnen’ op de bol, de kegel en de cilinder zijn. Dat ging onder meer met behulp van de bekende elastiekjesmethode op een model van een kegel (figuur 9).


Geodetische lijnen. /

Neem de kegel.

Zet er zo maar ergens met krijt 2 punten op en trek daarna uit de hand de kortste verbindingslijn.

Probeer met een elastiekje of je het goed hebt gedaan.

Oefen je, tot het goed gaat, en kom het daarna laten zien.

fig. 9 Afstandsbegrip op de kegel

Dan volgde een lastiger opdracht, waarover het volgende in de handleiding staat: ‘De tweede opdracht is om een mantel van papier om de kegel heen te leggen en daar enige geodetische lijnen op te trekken. Daarna moeten ze de mantel uitvouwen en het resultaat komen vertellen. Sommige jongens hebben al voordat ze de mantel uitleggen begrepen dat de geodetische lijnen van de kegel in het platte vlak in rechte lijnen zullen moeten overgaan; anderen begrijpen het nog maar half nadat ze het hebben zien gebeuren.’ Ook komen een aantal vraagstukken voor over de kortste afstanden op de aardbol. Nu blijkt uit de handleiding dat Van Albada dit onderwerp niet in de eerste plaats vanwege de metriek had uitgekozen, maar omdat hij een oriënteringsbasis wilde scheppen voor later begrip van wat een meetkundig axiomastelsel is en hoe zo’n systeem opgezet kan worden.

Voorbereidende axiomatiek

Mevrouw Ehrenfest pleitte rond 1915 al voor een opzet van het meetkundeonderwijs volgens drie stadia: een *propedeutische (intuïtieve) cursus*, gevolgd door een meer *systematische opbouw* en ten slotte een strikt *axio-*

matische leergang. De intuïtieve inleiding voor de leerlingen van tien tot twaalf jaar was eigenlijk voor de lagere school bedoeld, en met name gericht op de ontwikkeling van het ruimtelijk voorstellingsvermogen. In de *systematische cursus* voor de leerlingen van twaalf tot zestien jaar moest de nadruk meer op het logische systeem komen te liggen. Niet volgens een streng-euclidische opbouw, maar aangepast aan het niveau van de kinderen. Praktisch betekende dit dat evidente stellingen niet bewezen werden, maar (voorlopig) als aanschouwelijke evidenties (axioma's) werden opgevat. Mevrouw Ehrenfest kende grote waarde toe aan het leren denken. Maar dit wilde zij bewaren voor de laatste fase van het meetkundeonderwijs (zestien tot achttien jaar). Daarbij had zij een recapitulatie van al het voorgaande voor ogen, maar dan volgens een streng logisch-deductieve opbouw.
Uit het artikel van Van Albada in het eerder genoemde *Report* blijkt dat Van Albada ook deze driedeling wilde volgen, zij het dat hij zijn propedeutische cursus, die hierboven beschreven is, in de eerste klas van het VO aanbood. Dit waarschijnlijk vanwege het praktische gegeven dat hij de kinderen pas op twaalfjarige leeftijd onder zijn hoede kreeg. Mijns inziens stelde Van Albada echter hogere inhoudelijke eisen dan mevrouw Ehrenfest in haar *Übungensammlung* beschreven heeft. Voor het tweede systematische deel wilde ook hij zoveel mogelijk aanschouwelijk te werk gaan, hetgeen betekende dat evidente stellingen geen bewijs behoefden. Het meest opvallend is de derde trap van de totale leerlijn, waarin de gehele theorie herhaald en geordend diende te worden. Het aantal onbewezen stellingen diende dan teruggebracht te worden tot een minimum, terwijl aparte aandacht aan het parallellen-axioma besteed diende te worden, ook in verband met een niet-euclidische meetkunde; dit alles 'in order to examine for which theorems an absolute proof might be obtained' (Van Albada, 1958).
In verband met deze spiraalsgewijze opbouw, waarin het aloude didactische adagium 'concreet-schematisch-abstract' te herkennen valt, besteedt Van Albada in zijn inleidende cursus op elementaire, maar subtiele wijze al aandacht aan die principes van de meetkunde die van belang zijn voor een gedegen axiomatische opbouw. Laten we Van Albada zelf aan het woord in zijn stuk over de 'Geodetische lijnen':

> 'Als in later jaren de axiomatische grondslagen van de meetkunde aan de orde komen is het nodig te onderzoeken wat de gevolgen zijn van het weglaten of veranderen van een axioma. Dan moeten er niet-Euclidische meetkunden worden gemaakt, waarin een deel van de Euclidische axioma's doorgaan en een ander deel niet. We kunnen ons een niet-Euclidische meetkunde van 3 dimensies niet voorstellen, maar met 1 dimensie minder gaat dat heel goed.' (...) 'Als we in onze meetkunde boeken het woord rechte lijnen veranderen in geodetische lijnen, dan gaan bijna alle Euclidische axioma's ook nog door voor de bol, evenzo een groot aantal stellingen. B.v.: op de bol zijn 2 overstaande hoeken gelijk, twee driehoeken zijn er congruent als ze 3 zijden gelijk hebben, door 3 punten, die niet op eenzelfde geodetische lijn liggen gaat altijd een cirkel, enz. Er zijn echter 2 axioma's die niet doorgaan. In het platte vlak hebben we een axioma, dat 2 punten altijd één geodetische lijn bepalen. Op de bol is dat een regel met uitzonderingen, als we nl. 2 tegenoverliggende punten kiezen (Noordpool en Zuidpool), dan zien we dat door deze twee punten nog oneindig veel geodetische lijnen kunnen worden getrokken; (...) Maar er is nog een ander axioma dat niet doorgaat. Als in het platte vlak een punt en een lijn zijn gegeven, kan er altijd door dat punt een lijn worden getrokken die de andere lijn niet snijdt (de 'evenwijdige' lijn). Maar op de bol bestaan geen evenwijdige lijnen. Bij gevolg vervallen op de bol alle stellingen uit de planimetrie die op dit axioma steunen. Dit zijn o.a. alle stellingen over gelijkvormigheid, de stelling over de som van de hoeken van een driehoek, de stelling van Pythagoras. Zo kan de studie van de meetkunde op een gebogen oppervlak ons inzicht geven in de samenhang van stellingen en axioma's in de vlakke meetkunde. Deze kwesties blijven bewaard voor later, maar sommige grondbegrippen kunnen veel vroeger aangeboden worden en dat gebeurt in de serie Geodetische lijnen.'

Bij deze serie hoorde nog een andere serie 'Ja of nee', die ik echter niet in het kistje heb aangetroffen, maar waarvan via de handleiding wel een indruk is te krijgen. Van een tiental meetkundige eigenschappen moet worden nagegaan of ze respectievelijk in het platte vlak, op de kegel, de cilinder en op de bol opgaan.
Het gaat om de volgende uitspraken:

1. Twee overstaande hoeken zijn even groot.
2. Van een gelijkbenige driehoek zijn de basishoeken gelijk.
3. De drie hoeken van een driehoek zijn samen 180°.
4. Er bestaan driehoeken met drie rechte hoeken. Er bestaan vierhoeken met vier rechte hoeken.
5. Er bestaan vijfhoeken met vijf rechte hoeken.
6. Door 2 punten gaat altijd één geodetische lijn.
7. Twee driehoeken zijn congruent als ze de 3 zijden gelijk hebben.
8. Twee driehoeken zijn congruent als ze de 3 hoeken gelijk hebben.
9. De stelling van Pythagoras.

Van Albada had deze serie bedoeld voor een later tijdstip, wanneer de leerlingen al iets van het meetkundige systeem zouden kennen. In welk stadium weten we niet precies. In ieder geval zijn deze uitdagende vragen voorbeelden van de bewustmaking van de betrekkelijkheid van de euclidische axioma's en zijn gevolgen. Hij schrijft er in de handleiding nog het volgende over. 'Bewijzen worden niet gevraagd (alles gebeurt uitsluitend mondeling bij de docent): wel moeten de antwoorden gemotiveerd worden; enige logische gevolgtrekkingen komen hierbij te pas, bijvoorbeeld dat het, om aan te tonen dat een eigenschap fout is, voldoende is om één voorbeeld aan te voeren dat die eigenschap weerlegt.'

Topologie en overige series

Op de aftekenkaart van Hanneke komen nog de series 'Kleuren' en 'Overtrekken' voor. De eerste serie bevat

een aantal topologische onderwerpen, zoals het vierkleurenprobleem, dat echter niet beperkt wordt tot het euclidische vlak. Ook enkele problemen over de Möbiusband worden ter sprake gebracht. Zo moet ontdekt worden dat 'er vlakken bestaan, die maar één zijde hebben en die door een gesloten lijn soms niet in 2 delen worden verdeeld' (dit laatste door het in de lengte doorknippen van de Möbiusband). Hoewel dit niet expliciet in de handleiding staat, vermoed ik dat Van Albada deze serie hoofdzakelijk bedoeld had om de verschillen tussen meetkunde in het euclidische vlak en die op andere oppervlakken te laten ervaren.
Ook de serie 'Overtrekken' is van topologische aard. Het gaat om de doorloopbaarheid van grafen. 'Een uit rechte lijnen bestaand figuur moet in een zo klein mogelijk aantal trekken worden overgetrokken. De leerling moet zelf uitvinden dat alles hierbij afhangt van de aard van de vertakkingspunten, en welke die afhankelijkheid is.' Een motivering voor deze serie ontbreekt. Kennelijk is dit een onderwerp dat bij vernieuwingspogingen altijd weer een zekere aantrekkelijkheid heeft, maar dat telkenmale ook weer verdwijnt uit het aanvangscurriculum. Mogelijk omdat het opstellen van een longitudinale leerlijn niet zo eenvoudig is.
Van Albada spreekt in zijn handleiding nog over enkele andere series. Hieronder was een serie 'Kortste Weg'. Op een blind kaartje van Nederland moeten een aantal plaatsen worden ingetekend en daarna daarlangs een vliegtocht via de kortste weg. Deze serie was gemaakt 'op verzoek van onze aardrijkskundelerares, die klaagde over gebrek aan topografische kennis'. Verder noemt Van Albada nog de series 'Meetkundige Plaatsen' en 'Poolkaarten', die tot dan toe niet voldeden en waarvoor hij een nieuw ontwerp zocht. En ten slotte de serie 'Vragen' met opgaven uit de *Übungensammlung,* '(...) die ze mondeling moesten komen doen na er eerst over nagedacht te hebben. Aangezien ze die kaarten ook thuis deden of op school met niet-deskundige docenten, heb ik de serie weg moeten nemen om al te grote verwarring in de kinderhoofdjes te voorkomen. Tegenwoordig reserveer ik zulk soort vragen om er eens een les mee te kruiden, maar daardoor komen sommige te zelden aan de beurt.' Deze serie is overigens niet aangetroffen in het 'Kistje'. Wel zijn nog kaarten aangetroffen over spiegelingen (lijnsymmetrie), constructies met passer en liniaal, grafieken (onder andere over het spoorboekje) en over de rekenliniaal, maar hierover staat niets in de handleiding.

Gouden schakel in de zoektocht

In de zoektocht naar een inleidende meetkundecursus van informele aard kan 'Het Kistje' van Van Albada een gouden schakel genoemd worden. Het heeft echter weinig gescheeld of dit werk was ons volkomen onbekend gebleven. Dankzij het alerte optreden van Hans Freudenthal rond 1955 zijn enkele kernvoorbeelden van de inhoud, maar vooral de bedoelingen bekend gemaakt in het reeds genoemde *Report*. Daarna heeft het, zoals reeds gezegd, met het werk van mevrouw Ehrenfest een rol gehad bij de nieuwe pogingen tot een informele meetkundeaanpak in de jaren zeventig. Vooral de ideeën die het ruimtelijk voorstellingsvermogen kunnen bevorderen, zijn toen onder meer vanuit dit werk opnieuw geïnterpreteerd en uitgewerkt. Het is met name Aad Goddijn geweest die rond 1975 de kijkmeetkunde voor het VO via praktisch lesmateriaal vorm gaf. Later voorzag hij deze nieuwe aanpak ook van een theoretische achtergrond (Goddijn in *Achtergronden*, 1992).
De aard van deze vernieuwing was anders dan die van Van Albada en van mevrouw Ehrenfest. Hun intuïtieve inleiding stond in het teken van een latere wetenschappelijke behandeling van de meetkunde, en wel volgens de eerder genoemde drieslag (informeel, zwak-systematisch, streng logisch-deductief). Mevrouw Ehrenfest had daarbij de startleeftijd van tien jaar in gedachten; Van Albada begon pas op twaalfjarige leeftijd. Bij het werk van het Wiskobas-team in de jaren zeventig, waarin ook Freudenthal zitting had, was het streven om zo vroeg mogelijk met de ruimtelijke ontwikkeling te starten, met als doel het begrijpen van de omringende wereld. Het argument voor een latere formele aanpak werd toen niet aangevoerd. In het huidige programma voor de basisschool komt dit ook zo tot uiting. Allerlei ruimtelijke oriënteringsoefeningen, zoals het vinden van de plaats van de fotograaf naar aanleiding van foto's en een situatiekaart, kunnen al door heel jonge kinderen opgelost worden.
In de jaren vijftig stond de formele waarde van het meetkundeonderwijs nog altijd als belangrijkste doel van het meetkundeonderwijs overeind. Over toepassingen werd ternauwernood gesproken, het ging om het leren denken. Thans wordt juist de praktische waarde als argument voor het meetkundeonderwijs aangevoerd. Interessant is dat juist dat praktische element ook als bron voor een zinvol meetkundeonderwijs kan dienen en in feite kan men dit ook herkennen in de materialen van 'Het Kistje'. Maar uiteindelijk was Van Albada's feitelijke doel een brede oriënteringsbasis te scheppen voor een latere bestudering van de verschillende soorten meetkunde.
Binnen de huidige onderzoeken komt dit naar voren in het werk van Jan van den Brink. Hij heeft daartoe ontwikkelingswerk verricht op het gebied van de bolmeetkunde, zowel voor het niveau van de basisschool als voor het voortgezet onderwijs. Daarbij maakt hij gebruik van realistische toepassingen, maar tevens snijdt hij de problematiek van een niet-euclidische meetkunde aan (Van den Brink, 1994 en 2000). Ook Goddijn heeft de kwestie van de grondslagen van de meetkunde weer geactualiseerd, maar dan voor de bovenbouw van het VWO (Goddijn, 2000).
Is het niet prachtig dat de materialen van 'Het Kistje' ook vandaag de dag nog mogelijkheden bieden om beide doelen – enerzijds het praktisch- aanschouwelijke onderzoek van de ruimte, anderzijds de fundering van de verschillende meetkunden – na te streven?

Discussie

Historisch-didactisch onderzoek kent tot nu toe een marginale plaats in het totaal van onderzoek en ontwikkeling van het wiskundeonderwijs. Soms wordt in de huidige ontwikkelingsonderzoeken wel kort gerefereerd aan de historische traditie, waarin de betreffende ontwikkeling of het onderzoek geplaatst kan worden, maar de nadruk ligt toch vooral op het nieuwe, op de toekomst. Door veronachtzaming van de traditie bestaat de kans dat belangrijke ontdekkingen of ontwikkelingen uit het verleden over het hoofd gezien worden. Niet zelden gebeurt het dat een jong ontwikkelaar of onderzoeker opnieuw het wiel gaat uitvinden.

In dit artikel heb ik laten zien hoe belangrijk het is geweest dat een aantal van de ontwikkelaars van de jaren zeventig juist wel kennis genomen hebben van wat onze voorgangers al op dit gebied gepresteerd hadden. Het feit dat de ideeën van mevrouw Ehrenfest nog niet aangeslagen waren in die tijd wilde niet zeggen dat ze niet bruikbaar waren. Het proces van implementatie van een nieuw programma kost nu eenmaal jaren, zo is uit de onderwijskundige innovatie-onderzoeken wel bekend geworden.
Net als in alle wetenschappelijke ontwikkelingen blijkt ook hier dat de grote ontdekkers telkens voortbouwen op dat van hun voorgangers. We kunnen natuurlijk heel ver teruggaan, maar voor de hier besproken problematiek in Nederland tot 1970 is vooral het werk van Jan Versluys (1845-1920), Willem Reindersma, mevrouw Ehrenfest, Dina van Hiele-Geldof, Pierre van Hiele en Hans Freudenthal van belang geweest voor de werkelijke veranderingen. Deze didactici vormen als het ware de menselijke bakens waarlangs die zoektocht zich vanaf het eind van de negentiende eeuw heeft afgespeeld. Ook Piet van Albada heeft daarin een kortstondige, maar belangrijke rol gespeeld. Zijn belangstelling en mogelijkheden lagen kennelijk niet alleen bij de didactiek. Een opvallend punt is dat allen uit deze rij wiskundigen zijn. Uit de pedagogiek en/of psychologie zijn nauwelijks acties voortgekomen die van beslissende invloed op de verandering van de programma's zijn geweest. Wel betrokken alle genoemde didactici, in het bijzonder Pierre van Hiele, de mentale ontwikkeling van het kind in hun theorieën. Het was een praktische betrokkenheid op de psychologische aspecten van het lerende kind, maar zodanig vormgegeven dat steeds de inhoud van het vak centraal stond. Anders gezegd: een praktische versmelting van de historisch-genetische en psychologisch-genetische principes.

Eerder heb ik beschreven hoe het driefasen idee voor een meetkundeleergang van mevrouw Ehrenfest en van Van Albada in zekere zin in het huidige onderwijs is gerealiseerd (De Moor, 1999). Er zit thans wat eenvoudige informele meetkunde in het programma van de basisschool (intuïtieve inleiding), in het VO wordt in de eerste twee leerjaren kijkmeetkunde gedaan volgens een zwak systematische opbouw, en ten slotte is er in de bovenbouw de gelegenheid tot een formeel logische aanpak, althans voor diegenen, die de tweede fase met profiel Natuur & Techniek hebben gekozen. Er is dus van die lange zoektocht wel iets gerealiseerd. Maar op een aantal punten valt er mijns inziens nog heel wat te verbeteren. De belangrijkste hiervan zijn: een betere inbedding van de meetkunde in het programma van de basisschool, verbetering van de aansluiting tussen basisschool en VO en een grotere differentiatie van het meetkunde-aanbod in de brugklas met op zijn minst wat meer uitdaging voor de VWO-HAVO-brugklas.

Leerplanontwikkeling van het wiskundeonderwijs – hier valt ook het rekenonderwijs onder – lijkt het meest succesvol als deze vanuit de inhoud van de wiskunde en werkend vanuit de traditie ondernomen wordt. In verband hiermee is het zinvol van tijd tot tijd de opbrengsten in historische zin te evalueren, al was het alleen maar om te beseffen dat enige bescheidenheid bij dit werk past. Het hier beschreven voorbeeld van de persoon en het werk van Piet van Albada spreekt in dezen voor zich.

Het is niet alleen dat Van Albada als bijzonder mens enige historische aandacht verdient, er is nog een andere reden dat ik in de inleiding van dit artikel wat nader op diens persoonlijk leven ben ingegaan. In zijn dissertatie *De relativiteitstheorie in Nederland* heeft Henk Klomp laten zien welk een invloed enige twintigste-eeuwse natuurkundigen op het proces van democratisering, zowel politiek als cultureel, in Nederland hebben gehad (Klomp, 1997). En in een In Memoriam voor Dirk Struik heeft ook Gerard Alberts onlangs nog gewezen op het belang dat in linkse kringen werd gehecht aan het populariseren van kennis en het ontwikkelen van een kritische houding (Alberts, 2001). De historie van het wiskundeonderwijs laat iets vergelijkbaars zien. Het is dus niet zo merkwaardig dat vrijwel alle werkelijke vernieuwers van het wiskundeonderwijs uit die tijd heel oorspronkelijke denkers en van een zekere links-progressieve signatuur waren. Mevrouw Ehrenfest, Hans Freudenthal en niet in de laatste plaats Piet van Albada zijn daarvan sprekende voorbeelden.

Verantwoording

De auteur is grote dank verschuldigd aan mevrouw Riek van der Zijpp-van Albada voor de schenking van 'Het Kistje' aan het Freudenthal Instituut, voor haar uitgebreide hulp bij de biografische beschrijving en het ter beschikking stellen van de foto van haar vader. In niet mindere mate dankt hij dr. Meint van Albada, zoon van Piet van Albada, voor de gesprekken, die hij met hem had en voor zijn kritische lezing van en zijn verrijkende aanvullingen op de concepttekst van de biografische gegevens. Ook dankt hij ir. Ate Tj. Zijlstra, die in de jaren zestig met Van Albada in Nigeria samenwerkte. Mevrouw Agneta

Aukema-Schepel, wiskundedocente en oudleerlinge van Van Albada, was zo vriendelijk het mathematisch-didactische deel van de concepttekst kritisch door te nemen. Ook collega dr. F.J. van den Brink heeft de tekst op dit aspect doorgenomen. Prof. dr K. Van Berkel uit Groningen dankt hij voor enkele kritische opmerkingen ten aanzien van de historische context. Door het Montessori Lyceum in Rotterdam en de TU in Eindhoven werden de gegevens van Van Albada's loopbaan nagetrokken.
De videodocumentaire 'Water en Vuur' over Marinus van der Lubbe is uitgebracht door Zuidenwind Filmproducties, Postbus 1860, 4801 BW Breda.

Ed de Moor, Freudenthal Instituut

Literatuur

Albada, P.J. van (1950). De wiskunde voor niet mathematische richtingen. *Vernieuwing van opvoeding en onderwijs, 8*(70), 154-159.

Albada, P.J. van (1958). An introductory course of geometry. In: Freudenthal, H. (ed). *Report on Methods of Initiation into Geometry,* pp. 81-96. Groningen: J.B. Wolters.

Albada, P.J. van (1998). Factorisation of the numbers n^2+1. *Nieuw Archief voor Wiskunde, 16*(3), 191-197.

Alberts, G. (2001). Dirk Struik 1894-2000. *Euclides, 76* (6), 218-222.

Brink, J. van den (1994). Meetkundeonderwijs te midden van theorieën. *Tijdschrift voor Didactiek der Bèta-Wetenschappen, 12*(2), 130-149.

Brink, J. van den (2000). Bolbewoners. *Willem Bartjens, 19*(3), 28-32.

Ehrenfest-Afanassjewa, T. (1931). *Übungensammlung zu einer geometrischen Propädeuse.* Den Haag: Martinus Nijhoff.

Freudenthal, H. (ed.) (1957). *Report on methods of initiation into geometry.* Groningen: J.B. Wolters.

Goddijn, A. (2000). Gegeven: cirkel met vlinder. *Nieuwe Wiskrant, 20*(2), 19-26.

Hiele-Geldof, D. van (1957). *De didaktiek van de meetkunde in de eerste klas van het V.H.M.O. (diss.).*

Klomp, H. A. (1997). *De Relativiteitstheorie in Nederland. Breekijzer voor democratisering in het interbellum (diss.).* Utrecht: Epsilon Uitgaven.
Epsilon Uitgaven, 38.

Moor, E.W.A. de (1999). *Van vormleer naar realistische meetkunde. Een historisch-didactisch onderzoek van het meetkundeonderwijs aan kinderen van vier tot veertien jaar in Nederland gedurende de negentiende en twintigste eeuw (diss.).* Utrecht: Freudenthal Instituut.

Moor, E. de (2000a). Wat wilde Tatiana Ehrenfest-Afanassjewa? *Euclides*, *75*(4), 117-123.

Moor, E. de (2000b). Didactische pioniers. De Wiskunde Werkgroep 1936-1974. In: Goffree, F., M. van Hoorn & B. Zwaneveld (red.). *Honderd jaar Wiskundeonderwijs,* pp. 193- 206. Leusden: Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren.

Schouten, M. (1997). *Marinus van der Lubbe, een biografie.* Amsterdam: De Bezige Bij.

W 12-16 (1992). *Achtergronden van het nieuwe leerplan 12-16.* Utrecht: Freudenthal Instituut / Enschede: SLO.

De roerige jaren zestig, Van Moderne Wiskunde naar Realistisch Wiskundeonderwijs HKRWO symposium 2002

Op zaterdag 25 mei 2002 vindt het jaarlijkse symposium van de Historische Kring Reken- en Wiskunde Onderwijs plaats.
Adres: Hogeschool Domstad, Koningsbergerstraat 9, Utrecht
Tijd: 10.15-16.00 uur

Programma

- Dr Jan van Maanen interviewt prof. dr Adri Treffers over: *Het didactisch gedachtegoed van Hans Freudenthal*
- Drs Edu Wijdeveld, oud-directeur van het IOWO: *Ontstaan, werkwijze en effecten van de Commissie Modernisering Leerplan Wiskunde en het Instituut Ontwikkeling WiskundeOnderwijs (de jaren 60-70)*
- Henk Schuring, oud-medewerker van het CITO: *Reflectie op 25 jaar vernieuwingen in het Voortgezet Onderwijs*
- Prof. dr Lieven Verschaffel, Katholieke Universiteit Leuven (België): *Reflectie op 25 jaar vernieuwingen in het Basis Onderwijs*
- Algemene discussie naar aanleiding van de stellingen van de sprekers, die tevens het forum vormen.
- Verder posterpresentaties en tentoonstelling van oude boeken en dergelijke.

Deelname door overmaking van 20,- euro (*ƒ* 44,07) op giro 4657326 t.n.v. HKRWO te Amsterdam (koffie, thee en lunch inbegrepen).
Inlichtingen bij E. de Moor, tel: 020-6121382 of 030-2611611, e-mail: e.demoor@fi.uu.nl

Het symposium wordt mede mogelijk gemaakt door subsidies van de NWO, de NVvW, NVORWO en ondersteuning van het Freudenthal Instituut.