Logos arithmos

Hessel Pot

Logos arithmos
De logos arithmos – ‘logaritme’ in ’t schoolboek –
dat is waar het onderstaand puur over gaat.
Wie wel eens wil weten wat dit voor een zaak is,
hij hale diep adem en leest wat hier staat.

We geven het voorbeeld van Driekus en Tina
bezien het verband in dit lief tallig stel.
Hun standaard-verhouding is niets dan ver-kéér-ing,
wat zoiets betekent dat weten we wel:

Want hoeveel kéér 3kus juist 10a bereikte
kan rationaal uitgedrukt: *drie-op-de-tien*.
Een fractio vulgaris heette dat vroeger,
met numerus, denominatie, meer niet.

Kort na zestienhonderd een wonder geschiedde:
in Schotland zag Napier het stralende licht.
Die slimme baron kende hogere machten,
de wonder-verhoudingen kreeg hij in ’t zicht.

Niet 3kus *plus* 3kus *plus* 3kus ..... welk aantal?
maar 3kus *maal* 3kus *maal* 3kus ..... hoe vaak?
Hoe hoog moet de macht zijn om 10a te krijgen,
propórtio mirífici, wanneer is ’t raak?

De perfecte fractie blijkt nu níét voorhanden.....!!
Géén nood, want ook fout-fracties helpen ons voort
om zuiver te duiden ’t getal dat we zoeken.
Die fout-fracties scheiden w’in tweeërlei soort:

in die die te klein zijn, en die die te groot zijn.
De fractie **vijf-tweede** blijkt bóven de maat;
waarom dat zo is, valt vrij simpel te zeggen:
want 3kus-hoog-**vijf** wint van 10a-**kwadraat**.

Net zo is **twee-eerste** (da’s 2 dus) te kléín, om-
dat drie-tot-de-**twee**de haalt niet tien-hoog-**een**.
Maar neem je **elf-vijfde** dan zit j’r weer bóven
want drie-tot-de-**elf**de slaat **vijfde**-macht-van-tien.

Zo zal – in principe, ’t is vaak veel gecijfer –
van íédere fractie bekend zijn z’n soort.
Dit levert een scheiding tussen ‘onder’ en ‘boven’:
de ‘snee’ die bij Driekus en Tina behoort.

De logos arithmos van Driekus en Tina,
de superverhouding, het machtsgraad-getal,
is ... de g r e n s tussen al wat te groot óf te klein is,
die g r e n s doet ons weten wat ‘log’ wezen zal.

Zo’n grens wordt beschreven door eind’loos veel breuken.
Maar gelíjk aan een breuk is ’t haast nooit helemaal.
Qua bevattelijkheid is ’t wat minder eenvoudig,
in basterdlatijn heet dat ir-rationaal.

Als s o m van twéé grens-punten is te beschouwen:
de grens tussen al wat berekenbaar is
aan onderbreuk-sommen naast bovenbreuk-sommen.
Zo volgt ook ’t p r o d u c t uit een dergelijk proces: ....

een onderbreuk *a* maal een onderbreuk *b* is
steeds kleiner dan ’t boven-maal-boven geval.
Daar d’uitkomst van *plus* en van *maal* nu bekend is,
kan ’grenspunt’ vervangen door ’grenspunt-g e t a l’

Naast <u>fractie</u>-getallen ook <u>limes</u>-getallen:
de grens-tallen tussen te klein en te groot.
Met deze extensie van d’aloude breuken,
zo redt de wiskundige zich uit de nood.

Voor ‘machtsgraad-verhouding van 3kus en 10a’
zegt Holland gewoonlijk *de-drie-log-van-tien.*
Die naam is eenduidig; toch klinkt het wat vreemd want
hoe gróót dat getal is, is moeilijk te zien.

Z’n plaats in ’t patroon der ‘gewóne’ getallen,
kan handig bepaald op een wijs zoals staat
in de stukjes hieronder. Zet dóór, en je kunt het
preciezer dan d’LOG-toets op ’t knop-apparaat.

De decadische klemrij
De karrenvracht breuktallen onder de log-grens
daar pikken we zuinig een proef-rijtje uit.
We kijken alleen naar ‘decadische’ breuken:
naar de eerste van elk duo dat de log-grens omsluit.

’t Begint met het zoeken naar opvolgende helen,
dan ’t koppel der tienden, links/rechts van de snee;
dan met tienden-van-tienden, zo steeds tienmaal fijner.
’t Heet ‘decimaal inklemmen’ dit procédé.

Hoe ’t zoeken kan uitgevoerd zullen we tonen,
weer ’t aantal factoren-van-drie in de tien.
’t Lijkt nogal op staartdelen zul je bemerken,
‘staartlóggen’ klinkt daarom zo gek niet misschien.

De machtsgraad van 3kus om 10a te krijgen,
is *twéé* plus een deel van de volgende stap
(want drie-tot-de-*twéé*de zit onder het tien-punt,
maar nogmaals ‘keer drie’ vliegt hoog over de lat).

Deel 10a dus **tweé**maal door 3kus als factor.
Wat overblijft (één-en-een-negende hier)
bekijken we door een bijzonder vergrootglas:
de rest-tot-de-tiende verschijnt in ’t vizier.

Die tiendemacht neemt nu de plaats in van Tina.
De vraag is weer: kan er door 3kus gedeeld?
’t Blijkt **nul** keer. Dus nogmaals ’t vergrootglas erboven,
naar nogmaals ‘hoog-tien’ en dan zien of dat scheelt.

Wel zéker, we kunnen nu **négen**maal delen,
weer telkens door 3. En pas dan moet ons glas
het één-en-een-beetje (’t zal ónder de 3 zijn)
vergroten als voorgaand. Zo vinden we ras....

een **vijf** en weer **negen**, weer **nul**, **drie**, **twee**, **zeven**
en verder. ’t Is alsmaar hetzelfde verhaal:
‘Deel weg elke 3 tot ’t quotiënt onder 3 komt;
die rest tot de tiende .... en zo telkenmaal’.

De hulptallen-serie als boven beschreven,
vormt rechtstreeks het proef-rijtje naar drie-log-tien.
Met de namen dier breuken is moeilijk te dichten;
het onderstaand teken-schrift laat de zaak zien:

2	= 2/1
2 + 0,1·**0**	= 20/10
2 + 0,1(**0** + 0,1·**9**)	= 209/100
2 + 0,1(**0** + 0,1(**9** + 0,1·**5**))	= 2095/1000
2 + 0,1(**0** + 0,1(**9** + 0,1(**5** + 0,1·**9**)))	= 20959/10000

Die rij convergeert dus die heeft een limiet, en
’t lijkt wonder misschien, toch is ’t wisselijk waar:
die limiet past precies op de machtsgraadverhouding
van Driekus en Tina. Dit deel is nu klaar.

De bestbreuken-klemrij

We zagen zonet hoe te vinden een rijtje
van *kommagetallen* met de juiste limiet.
Nog anders – nog mooier? – is ’t rijtje der breuken
genaamd ‘BESTEBREUKRIJ bij Driek en z’n griet’.

Die kommagetallen dat waren de besten ...
bij een tienmacht als noemer. Maar dan kan het nog goed
dat bij ’n lágere noemer een breuk is te vinden
die toch als benadering béter voldoet.

We tonen hier hoe een rij breuken te vinden
met iedere term een zodanig getal,
dat bij lágere noemer géén breuk is te vormen
die drie-log-tien díchter benaderen zal.

Om die breuk-rij te maken zijn weer hulp-tallen nodig,
ook ‘wijzergetallen’ wordt hier wel gehoord.
Die wijzers zijn hééltallen. De eerste is **twee**, want
’t begin gaat precies als bij de vorige soort.

Deel 10a dus twéémaal door 3kus als factor,
de rest (tien-door-negen) is kleiner dan 3.
In plaats van met ‘hoog-tien’ die rest op te blazen,
komt de order: VERWISSEL DIE REST MET DIE 3.

Probeer hoe vaak 3 door die rest is te delen:
de **tien**de keer zakt het quotiënt erdoorheen.
Dan de orders: verwíssel, en vóórtgaan met delen,
niet d’één door de ander, maar de ander door d’één.

Nu komt al na **twee** keer ’t moment van de wissel,
en ’t volgende wijzergetal is ook **twee**.
Dan komt **één** dan komt **dertien**, zo kunnen we doorgaan.
De vraag die nog staat is: wat doen we hiermee?

De benaderingsbreuk uit de wijzers hierboven,
construeer je als volgt – van achter naar voor:
‘Begin achteraan. Deel op één en verhoog met
de vorige wijzer, deel op één ... en zo door;

’t is klaar als de eerste der wijzers er bij is.’
Wellicht heeft het zin, hier aan ’t slot van ’t verhaal,
de eerste vijf *best hits* op 3-log-van-10a
te tonen in symbolen, in plaats van in taal.

2	= 2/1	≈ 2
2 + 1/ **10**	= 21/10	≈ 2,1
2 + 1/(**10** + 1/ **2**)	= 43/21	≈ 2,05
2 + 1/(**10** + 1/(**2** + 1/ **2**))	= 109/52	≈ 2,0961
2 + 1/(**10** + 1/(**2** + 1/(**2** + 1/**1**)))	= 153/73	≈ 2,095890

Bijzonder van ’t rijtje der ‘naastbije’ breuken
is dat dit het log-tal twéézijdig omsluit:
eronder, erboven, ’t blijft steeds alterneren
in ’t ritme der logos.......de dicht-kaars dooft u i t.)

(Tyresta-urskog, juni 2002)