

Veel tranen over de kaalslag van de wiskunde in de profielen. Maar wanneer iedereen uitgehild is kan er wellicht nagedacht worden over alternatieven. **Sieb Kemme** had zijn ogen zo snel droog dat hij nu al een voorzet geeft voor een nieuw programma voor HAVO en VWO. Wie reageert?

Uithuilen en opnieuw beginnen

Uithuilen

Laten we wel wezen, leuk is anders als je zoveel uren van je vak moet inleveren. Daar zijn we het wel over eens. Denk je dat wiskunde het belangrijkste vak is, verplicht voor iedereen, met een daarop afgestemde studielast en met internationale faam, kom je tot de ontdekking dat het ministerie daar heel anders over denkt. Hoe komen ze in Zoetermeer op dat idee? Wiskunde is nu eenmaal een vak dat je niet vanzelf aanwaait. Logisch toch dat leerlingen daarover klagen? Maar aan de andere kant: hebben we dit allemaal niet een beetje aan onszelf te danken? Is het programma HAVO en VWO wel zo'n goed programma?

De vraag stellen is hem beantwoorden. Nee dus. En daarmee bedoel ik niet dat het programma te zwaar is en dat we moeten meeheulen met de algemene verdomming van het onderwijs. Integendeel, in de ons toebedeelde studielast kunnen we een veel beter programma uitvoeren, dat pittiger en uitdagender is voor alle leerlingen en van meer niveau voor de getalenteerde leerlingen. Maar dan moeten we opnieuw durven beginnen en een nieuw programma bedenken, van klas 1 tot en met 5 en 6 voor HAVO en VWO.

Verdunnen en indampen

In 1993 startte het W12-16 programma in de volle breedte van de onderbouw. Waren alle voorgaande programma's gebaseerd op het principe van het theezakje waarbij de leerstof voor HAVO, MAVO en LBO was afgeleid van die van VWO door steeds onderdelen weg te laten, bij het W12-16 programma werd het principe van het indampen gehanteerd. Eerst werd een programma ontwikkeld voor MAVO/VBO en daar werd het programma voor HAVO en VWO van afgeleid door de onderwerpen te handhaven en het tempo te verhogen. Een VWO-leerling doet zo in twee ½jaar waar een VMBO-leerling vier jaar voor krijgt. Dat alles in de verwachting dat die VWO-er zich in de laatste helft van het derde jaar wel de nodige abstractie weet eigen te maken om de overgang naar de Tweede Fase te maken.

In 1998 startte het nieuwe programma voor de boven-

bouw. Dit programma is ontwikkeld door een vakontwikkelgroep met daarin veel geleerde mensen. Resultaat: een onevenwichtige verzameling onderwerpen. In klas 4: een stukje ruimtemeetkunde voor de B-leerlingen dat bijna een letterlijke herhaling is van de meetkunde in de onderbouw; aandacht voor het Sigma-teken, dat verder nooit meer ergens voor zal komen; een soort semi-differentiaalrekening, maar geen afgeleide. Aan het eind, voor de NT-leerlingen, een mooi stuk vlakke meetkunde, maar wel op een veel te laat ogenblik. Zo kan ik nog wel even doorgaan. En wat erger is: de wiskunde in de bovenbouw biedt een heel andere soort wiskunde van een veel hoger abstractieniveau dat hogere eisen stelt aan formele vaardigheden, dan het contextrijke toepassingsgerichte programma in de onderbouw.

Waar het om gaat is dit: het programma voor de onderbouw is voor de HAVO- en VWO-leerlingen veel te slap en geeft voor hen een eenzijdig beeld van wiskunde, voor de Tweede Fase is het een bonte verzameling onderwerpen, waarin iedere lijn en geleidelijke opbouw ontbreekt.

Opnieuw beginnen

Eerst de hamvraag: welk beeld van wiskunde willen we dat onze HAVO- en VWO-leerlingen aan het eind van de rit hebben? In ieder geval dat wiskunde meer is dan het maken van sommen bij realistische contexten. Wiskunde is meer dan een toegepaste wetenschap. Het is ook een fundamentele wetenschap, waarin op een bijzondere wijze kennis en inzicht over de wereld wordt vergaard. Het wiskundig formalisme en het bewijzen spelen daarin een bijzondere rol. Een voorbeeld: in 1790 ontwikkelde Laplace een viertal partiële differentiaalvergelijkingen dat tot op de dag van vandaag de basis vormt voor het inzicht in het verschijnsel eb en vloed. Laplace kon die vergelijkingen nauwelijks met de hand uitrekenen. Laplace past in een ontwikkeling van de wiskunde die de beschikking kreeg over een steeds krachtiger instrument. Formele algebraïsche afleidingen en bewijstechnieken over de juistheid van die afleidingen spelen bij die ontwikkeling een niet weg te denken rol.

Is dit een pleidooi voor het opnemen van partiële differentiaalvergelijkingen in het programma? Nee, niet perse, hoewel het wel mooi zou zijn als we daar zouden uitkomen. Het is een pleidooi om voor HAVO- en VWO-leerlingen aandacht te besteden aan fundamentele aspecten van de wiskunde, wiskunde als fundamentele wetenschap. Dat is het uitgangspunt: laat het karakter van de wiskunde voor VMBO zoals het nu is, maar bouw voor HAVO en VWO een programma dat vanaf klas 1 tot het examen een doorlopende lijn is, met daarin voldoende aandacht voor fundamentele aspecten van de wiskunde.

Gemakkelijk gezegd, maar hoe doe je dat? Ik waag een poging.

Vooraf enkele concrete eisen waaraan zo'n programma zou moeten voldoen:

- een doorgaande lijn van onderwerpen van leerjaar 1 tot en met het eindexamen
- een afsplitsing van HAVO en VWO na leerjaar 1
- een afsplitsing in wiskunde A en wiskunde B na leerjaar 3
- vanaf het begin inzetten van moderne technologie (grafische rekenmachine en computeralgebra)
- per leerjaar pittige uitbreidingen van de stof voor de getalenteerde leerlingen.

En dan nu de invulling per leerjaar.

Leerjaar 1

Een gezamenlijk programma voor HAVO en VWO met een paar extra uitbreidingen voor de getalenteerde leerlingen.

Inhoud:

- Tabellen, grafieken, formules, eenvoudige vergelijkingen (contextrijk, met gebruik van de grafische rekenmachine).
- Getaltheorie: negatieve getallen, priemgetallen, een groot getal ontbinden in priemfactoren, de zeef van Erathostenes, oneindigheid van aantal priemgetallen.
- Meetkunde: symmetrie, kijkmeetkunde, ruimtelijke figuren, kleine bewijzen met symmetrie.
- Statistiek: gegevensverwerking, interpreteren van dataverzamelingen.

Leerjaar 2

- Verbanden tussen grootheden (toegepast, lineair, kwadratisch, exponentieel, machten, omgekeerd evenredig).
- Vereenvoudigen en vergelijkingen oplossen (algebraïsche technieken, direct gevolgd door toepassingen, eerst met de hand, daarna met de machine).
- Vlakke meetkunde: eigenschappen ontdekken en bewijzen, Pythagoras, vergroten en verkleinen, goniometrische verhoudingen.
- Kansrekening: begripsmatig met historische achtergrond, aansluiten bij statistiek.
- Getaltheorie (alleen VWO): rationaal en irrationaal, oneindig groot en oneindig klein.

Leerjaar 3 VWO

- Analytische meetkunde (algebra in een meetkundige setting, lijn en lijn, lijn en cirkel, cirkel en cirkel).
- Periodieke verschijnselen (goniometrische functies).
- Inleiding in de differentiaalrekening (veranderingen inclusief afgeleide).
- Rijen van getallen: Fibonacci, recursie, toevalsrijen, meetkundige rijen, kettingbreuken (alles ook in toepassingen).
- Algebra: herleiden en vereenvoudigen (oefenen in zinvolle situaties, bijvoorbeeld getallen, rijen en toepassingen).

Leerjaar 3 HAVO

- Periodieke verschijnselen (goniometrische functies).
- Veranderingen (grafisch en numeriek, niet de afgeleide).
- Tellen en kans.
- Algebra: herleiden en vereenvoudigen (oefenen in zinvolle situaties, bijvoorbeeld getallen, rijen en toepassingen).

Leerjaar 4 en 5 HAVO A

Het huidige HAVO A12 programma. Niet verplicht voor iedereen.

Leerjaar 4 en 5 HAVO B

Het huidige HAVO B1 programma uitgebreid met de analyse van B2.

Leerjaar 4, 5 en 6 VWO A

Het huidige HAVO A12 programma. Niet verplicht voor iedereen.

Leerjaar 4, 5 en 6 VWO B

- Analyse: het huidige analyseprogramma van B12 (meer diepgang door bewijzen).
- Meetkunde: ontdekken, redeneren en bewijzen in de vlakke meetkunde (ongeveer huidige meetkunde in B2, maar gestart in klas 4).
- Waarschijnlijkheidsrekening en statistiek: kansverdelingen, toetsen van hypothese.

Er is natuurlijk van alles nog aan te merken op deze lijst. De bedenktijd was ongeveer drie uur en de discussietijd nihil. Wijze en creatieve geesten zullen er veel aan kunnen verbeteren.

ICT-vrees

Nog even iets over die vroegtijdige inzet van technologie. Al jaren beschikt de mensheid over apparaten en software die ons lastig en vervelend werk uit handen kunnen nemen, zoals berekeningen maken, grafieken tekenen en lastige formules herleiden. In de techniek is het werken hiermee gemeengoed. In het huidige wiskundeonderwijs lopen we echter nog steeds met een grote boog om die

technologie heen (enkele lokale uitzonderingen daargelaten): de inzet van de grafische rekenmachine pas vanaf klas 4, geen computeralgebra. In plaats van de leerlingen zinvol voor te bereiden op hun toekomst, lopen we achter de feiten aan.

Mijn devies is dan ook: vanaf de eerste seconde in de wiskundeles gebruiken dat spul. Maar wel op een verstandige manier: eerst begrijpen wat je moet doen om daarna pas de elektronische slaaf aan het werk te zetten. Dus eerst zelf grafieken tekenen en begrijpen en ervaren wat voor soort klus dat is en daarna zo snel mogelijk de machine aan het werk zetten. Hetzelfde geldt voor de algebra, meetkunde en statistiek.

Tot slot

Zoals gezegd, dit voorstel is pril en groen. Maar mijn bevestiging is dat we er niet mee komen door alleen maar te klagen over een verminderde studielast. We hebben pas recht van spreken als we bereid zijn onze eigen zaken goed op orde te hebben en dat is nu geenszins het geval. In plaats van het voeren van protestacties zouden we meer tijd en energie kunnen steken in het ontwikkelen van een didactisch doordacht en maatschappelijk aanvaardbaar programma voor het hele HAVO en VWO. Misschien kunnen we daar argumenten aan ontleen voor een hogere studielast.

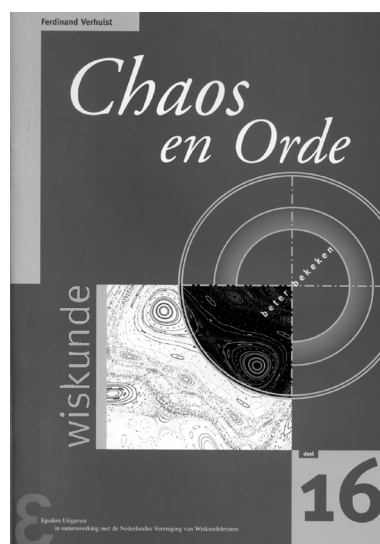
Sieb Kemme, Lettelbert

Verschenen



De juiste toon
Jan van de Craats

Muziek en wiskunde hebben meer met elkaar te maken dan je misschien zou denken. In dit Zebra-boekje worden de geheimen blootgelegd van tonen en boventonen, van kruisen en mollen, van majeur en mineur, van toonladders en akkoorden, van zuivere intervallen en vals klinkende zwevingen. Door er op een wiskundige manier naar te kijken ontdek je onverwachte aspecten en samenhangen. Voorbeelden uit composities van Bach, Mozart en Schubert laten het verband tussen muzikale praktijk en theorie zien. Het boekje is bedoeld voor iedere muzikliefhebber die wiskundig getinte redeneringen niet uit de weg gaat. De tekst bevat een groot aantal opdrachten en ook suggesties voor eigen onderzoek.



Chaos en orde
Ferdinand Verhulst

Alles wat beweegt of trilt is in de een of andere vorm te beschrijven als dynamisch systeem. Een van de grote, recente ontdekkingen is dat eenvoudig lijkende dynamische systemen in hevige mate onvoorspelbaar gedrag kunnen vertonen. Dit gedrag noemen we chaos. Het blijkt voor te komen in zeer uiteenlopende processen zoals bevolkingsgroei van bepaalde diersoorten, veranderingen in de economie of de beweging van kleine planeten in ons zonnestelsel. Dit boekje is bedoeld als een kennismaking met chaostheorie. Er wordt een aantal belangrijke voorbeelden behandeld met aan het einde een discussie van toepassingen. De tekst bevat een groot aantal sommen, aanwijzingen voor het gebruik van Applets en grotere opdrachten.

De ZEBRA reeks wordt uitgegeven door Epsilon Uitgeverij, Utrecht, in samenwerking met de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraars en is verkrijgbaar in de boekhandel.