

Staat u er wel eens bij stil waarom wiskunde als schoolvak bestaat? Of vindt u dat voer voor filosofen? **Paul Ernest** bijvoorbeeld. Hij houdt zich bezig met de filosofie van het wiskundeonderwijs. En hij is een van de sprekers op de komende Nationale Wiskunde Dagen. Om u vast in de juiste stemming te brengen onderstaand artikel.

Waarom geven we wiskunde?

Inleiding

Op 7 februari 2004, tijdens de Nationale Wiskunde Dagen, zal Paul Ernest spreken. Paul Ernest heeft internationale bekendheid op het gebied van de filosofie van het wiskundeonderwijs. Wat wij als wiskundeleraar vinden van de wiskunde en het onderwijzen van wiskunde heeft grote invloed op ons lesgeven in de wiskunde.

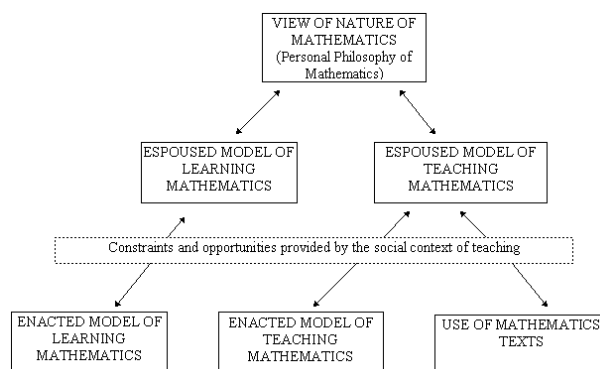
We hebben echter te maken met beperkingen: er is een curriculum, we hebben wiskundecollega's en we werken binnen een school. Het curriculum, de collega's en school dragen ook allemaal een visie uit op wiskunde en onderwijs. En als die visies niet overeenkomen, kunnen we in conflict komen.

In het volgende artikel maakt Paul Ernest duidelijk hoe diverse visies herkenbaar zijn, en herkenbaar gemaakt kunnen worden. Zeker in deze tijd, waarin een nieuw curriculum ontworpen moet worden voor de basisvorming en de tweede fase, is het van belang dat we weten waarom we eigenlijk wiskunde geven.

Officiële rapporten in Engeland, zoals het NCTM (1980) en het Cockroft rapport (1982), bevelen 'problemen oplossen' aan als een manier om wiskunde te onderwijzen. Een verandering van de aanpak in het wiskundeonderwijs is grotendeels afhankelijk van wat er door verschillende instanties bedacht wordt ten aanzien van het curriculum. Maar nog meer is de kans van slagen afhankelijk van de vraag of de individuele docent zijn manier van onderwijzen aan kan passen.

Veranderingen binnen het wiskundeonderwijs kunnen pas plaatsvinden als de intentie waarmee de wiskundeleraar vak geeft, meeverandert.

De ideeën van de wiskundeleraar over de wiskunde en het wiskundeonderwijs hoeven niet tot uiting te komen in de dagelijkse praktijk van het lesgeven. De praktijk wordt beïnvloed door sociale omgevingsfactoren (bijvoorbeeld schoolcultuur en curriculum) en het zich bewust zijn van de docent van de eigen mening over wiskunde en wiskundeonderwijs. Een docent die zich bewust is van zijn eigen mening, is in staat te reflecteren op het gat tussen intentie en praktijk en kan dat gat dan verkleinen.



Paul Ernest stelt zichzelf de onderstaande vragen: Waarom geven we wiskunde? Wat zijn de redenen, mogelijkheden, doelen en gevolgen van het wiskundeonderwijs? Hoe kunnen het huidige en toekomstige wiskunde-curriculum en wiskundeonderwijs gerechtvaardigd worden? Wat zijn de uitgangspunten voor veranderende, toekomstige of mogelijke benaderingen van het wiskundeonderwijs? Wat zou de reden moeten zijn om wiskunde te doceren, als het überhaupt al gegeven moet worden? Deze vragen laten de strekking zien van wat Niss (1996) heeft gesteld als het 'rechtvaardigingsprobleem' voor het wiskundeonderwijs. Voordat de discussie van start kan gaan, moeten er eerst drie vragen beantwoord worden:

1. Wat is wiskunde? Wiskunde is voor iedereen iets anders. Schoolwiskunde is niet hetzelfde als universitaire wiskunde, maar is een selectie uit deze moederdiscipline. Sommige onderdelen van de schoolwiskunde horen niet eens thuis bij de 'pure' wiskunde, maar komen voort uit praktijksituaties zoals procentrekenen. Verder worden er keuzes gemaakt welke wiskunde gegeven en getoetst moet worden. De uitgangspunten die ten grondslag liggen aan de gemaakte keuzes bepalen wat schoolwiskunde is.
2. Kun je wiskunde overal toepassen? Deze vraag is eigenlijk geschiedkundige inversie. Wiskunde is 5000 jaar geleden begonnen in opleidingen, omdat er rekenaars nodig waren. De praktijk leidde tot de wiskunde. Nu gaan we kijken of wiskunde wel praktisch nut

heeft. Wiskunde wordt in de huidige samenleving overal gebruikt. Een basis van gecijferdheid is voor iedereen genoeg om om te gaan met de hedendaagse informatietechnologie, maar verdere wiskundige vaardigheden zijn voor de meesten niet nodig om te kunnen bestaan.

3. Wat is het doel van wiskundeonderwijs? Toen in 1980 een nieuw curriculum moest worden gemaakt in Engeland, hebben vijf verschillende groepen met verschillende ideeën allemaal meegewerkt aan het schrijven van dat curriculum. Door de invloed van de drie conservatieve groepen hebben gecijferdheid en pure praktische wiskunde de grootste nadruk gekregen en wiskundige vaardigheden zijn opgenomen in het curriculum om de progressieve groep tevreden te houden. De conservatieve eis was dan wel dat de wiskundige vaardigheden een praktisch nut moesten hebben. Door de vele revisies van het curriculum zijn de vaardigheden er weer uitgehaald. De groep die als doel heeft burgers kritisch en mondig te maken door middel van wiskunde, heeft geen voet aan de grond kunnen krijgen bij de totstandkoming van het curriculum.

Het onderstaande is een deel van een artikel, geschreven in het licht van het Engelse middelbare onderwijs en sluit aan op de huidige Nederlandse wiskundepraktijk. Het is eerder verschenen als 'Why teach mathematics?' De volledige tekst is te vinden op de homepage van Paul Ernest, <http://www.ex.ac.uk/~PERnest/>

Het resultaat dat is bereikt met het nieuwe curriculum dient drie doeleinden. In eerste instantie is een groot deel bedoeld om leerlingen wiskundige basisvaardigheden mee te geven. Deze basis is onderverdeeld in een aantal wiskundige onderwerpen, zoals algebra, vorm en ruimte en gegevensverwerking. Ten tweede wordt er aan de betere wiskundeleerlingen het begrip en gebruik van wiskunde op deze terreinen als hoger doel gesteld. Dit doel wordt slechts door een klein deel van de middelbare school leerlingen gehaald. En als laatste kan de praktische toepassing van wiskunde in het 'echte' leven worden genoemd.

Elk van deze drie doeleinden kan, in meer of mindere mate, als praktisch worden gezien, omdat er vaardigheden worden aangeleerd die enerzijds gedecontextualiseerd zijn (om handige aanpakken te leren) en anderzijds worden toegepast op praktische problemen. Deze uitkomst van het curriculum is een logisch gevolg van de doelstelling van 'New Labour', en leidt naar wetenschappelijke en technologische bekwaamheden.

Bekwaamheid en waardering

De curriculumtheorie maakt bij het beroepsonderwijs onderscheid tussen aan de ene kant het ontwikkelen van technische vaardigheden, en aan de andere kant het zich bewust worden en waarderen van die technische vaardigheden. Het laatste bevat hogere orde vaardigheden, om te

Vijf belangengroepen en hun doelstellingen voor het wiskundeonderwijs

Belangengroep	Sociale positie	Wiskundige doelstellingen
1. Industriële trainers	radicaal 'New Right' conservatief	Het verwerven van fundamentele wiskundige vaardigheden en sociale gehoorzaamheid aan autoriteiten. Gecentreerd op basisvaardigheden.
2. Technologische pragmatici	Praktisch ingestelde industriëlen, managers, enzovoort. New Labour	Het leren van basisvaardigheden en leren om praktische problemen met wiskunde en informatietechnologie op te lossen. Gecentreerd op toepassingen in arbeid en industrie.
3. Humanistische wiskundigen	Conservatieve wiskundigen die de strengheid van bewijs en de zuiverheid van wiskunde willen bewaren.	Begrip en bekwaamheid in geavanceerde wiskunde, met wat waardering voor de zuivere wiskunde.
4. Progressieve opvoeders	Liberale opvoeders die de welzijnsstaat verdedigen.	Het bereiken van zelfvertrouwen, creativiteit en zelfontplooiing door de wiskunde. Gecentreerd op het kind.
5. Openbare opvoeders	Democratische socialisten en radicale hervormers betrokken bij sociale rechtvaardigheid en ongelijkheid.	Ontplooiing van burgers door ze kritisch en wiskundig geletterd te maken. Gecentreerd op sociale vaardigheden.

kunnen beoordelen of iets significant afwijkt, of om waardeoordelen te geven binnen sociale, wetenschappelijke, technologische, milieutechnische, economische en morele contexten.

Een analoog onderscheid kan bij de wiskunde worden gemaakt, als je de volgende vraag stelt: ‘Gaat schoolwiskunde alleen over bekwaamheid (het doen), of is er in het curriculum vergeten te kijken naar waardering?’ Een bekende mening is dat wiskunde geen toeschouwerssport is, het gaat over het oplossen van problemen, het uitvoeren van algoritmen en procedures, gegevens verwerken enzovoort. Niemand *leest* een wiskundeboek, behalve misschien bij sociale wetenschappen, maar men werkt zich erdoorheen. Wiskundeboeken zijn geschreven in de gebiedende wijs, ze geven de opdracht aan de lezer om iets te doen, in plaats van het volgen van een verhaal. Op deze manier is de bekwaamheidsdimensie van de wiskunde, zeker in het geval van de schoolwiskunde, dominant aanwezig.

Natuurlijk is het zo dat de wiskunde in het leerplan een prominente rol moet spelen, zoals dat bijna overal het geval is, omdat wiskunde als taal en als instrument zonder twijfel verlangt dat je ermee kunt werken en het toe kunt passen. En voorts is een minimale wiskundige kennis vereist als je wiskunde wilt waarderen. Maar is bekwaamheid alleen genoeg? Is er een leerplan dat ook nog kijkt naar iets anders, zoals waardering? Is waardering van het vakgebied wel een gerechtvaardigd doel voor de schoolwiskunde? En als dat zo is, wat is dan waardering voor wiskunde en hoe kunnen we dat ontwikkelen?

De eerste vraag die moet worden behandeld is wat ‘waardering voor wiskunde’ betekent. Naar mijn mening, een voorlopige analyse van wat de ruim begrepen term ‘waardering voor wiskunde’ zou kunnen betekenen, impliceert het de volgende elementen:

1. Het kwalitatief kunnen begrijpen van enkele grote ideeën vanuit de wiskunde, zoals oneindigheid, symmetrie, structuur, recursie, bewijs, chaos, willekeur, enzovoort.
2. In staat zijn om de belangrijkste takken en concepten binnen de wiskunde en hun onderliggende verbanden en afhankelijkheid te begrijpen en de wiskunde als eenheid te zien.
3. Begrip hebben voor de diverse meningen over de aard van wiskunde en controverses binnen de filosofische stromingen.
4. Het bewust zijn van hoe en de mate waarin het wiskundige denken elke dag doordringt in de maatschappij, zelfs als dat geen wiskunde wordt genoemd.
5. Het kritisch gebruiken van wiskunde in de maatschappij; identificeren, interpreteren, evalueren en bekritisieren van de wiskunde die is gebruikt in sociale en politieke systemen, in reclames en in renteberekeningen.
6. Het zich bewust zijn van de historische ontwikkeling van de wiskunde, de sociale contexten van waaruit de

wiskundige concepten, symbolen, theorieën en problemen zijn ontwikkeld.

7. Een gevoel hebben van de betekenis van wiskunde als centraal element in cultuur, kunst, hier en nu en welke doordringt in de wetenschap en technologie.

De waardering voor wiskunde behelst zo het zich bewust worden van en begrip hebben voor de aard en de waarde van de wiskunde, evenals begrip hebben van en het kunnen bekritisieren van de sociale toepassingen. De breedte van deze kennis en begrip is immens, maar veel leerlingen verlaten de school zonder ooit te zijn blootgesteld aan, of te hebben gedacht over, een van de bovenstaande zeven elementen van waardering.

Mijn doel in het tegenover elkaar zetten van bekwaamheid en waardering is het vestigen van de aandacht op de verwaarlozing van het laatste, zowel in theorie als in praktijk. Gecijferde burgers opleiden die gefundeerd kritiek kunnen leveren op de sociale toepassingen van de wiskunde, wat het doel is van de hierboven genoemde openbare opvoeder, zou een begin kunnen zijn van het realiseren van het waarderen van de wiskunde. Maar er zou nog steeds een element ontbreken. Dit is het ontwikkelen van waardering voor de wiskunde als element van de maatschappijcultuur en de cultuur en de aard van de wiskunde zelf. Ondanks de liefde van de meeste docenten voor de wiskunde, is het nog niet gelukt die waardering over te dragen aan de leerlingen en wordt dat ook nergens bevorderd. Je zou kunnen zeggen dat wiskundige professionals hun vak onderwaarderen, en de mogelijkheid dat leerlingen wiskunde leuk gaan vinden, onderschatten.

Conclusie

Hier volgen samengevat de vier belangrijkste doelen voor de schoolwiskunde zoals hierboven zijn besproken.

1. *Reproduceren van wiskundige kennis en vaardigheden gebaseerd op bekwaamheid*

Het traditionele reproductieve curriculum heeft zich uitsluitend geconcentreerd op dit eerste doel, een beperkt idee over wiskundige bekwaamheid. Op het hoogste niveau wordt de leerling geleerd om vragen te beantwoorden die door de leraar of de tekst worden gesteld. Zoals eerder (Ernest, 1991) gesteld, dient dit niet alleen om wiskundige kennis te reproduceren, maar ook om sociale ongelijkheid te reproduceren.

2. *Ontwikkelen van creatieve mogelijkheden binnen de wiskunde*

De progressieve wiskundebeweging heeft een tweede doel toegevoegd om de leerling de mogelijkheid te geven creatief te zijn binnen de wiskunde door problemen op te lossen, onderzoeksopdrachten, verschillende manieren van presenteren, en dergelijke. Dit staat de leerling toe om zelf wiskundige vragen te stellen en op te lossen. De creatieve ontwikkeling wordt hier als specifiek doel voor de schoolwiskunde toegevoegd, maar blijft steken in een individualistische insteek die er niet in slaagt om de sociale context

van de school te herkennen. Hierdoor wordt de sociale status-quo stilzwijgend onderschreven.

3. *Ontwikkelen van de machtige mogelijkheden van de wiskunde en een kritische blik op de sociale toepassingen en het gebruik ervan*

Kritische wiskunde voegt een derde doel toe om de leerling zich te laten ontplooiën tot machtige, kritische burgers binnen sociale en politieke contexten. De leerling zal niet alleen in staat zijn om wiskundige vragen te stellen en op te lossen, maar ook om belangrijke vragen te beantwoorden die binnen een breed kader van sociaal gebruik en misbruik van wiskunde liggen. Dit radicale perspectief dat sociale ontplooiing van de leerling nastreeft en de sociale gelijkheid wil bevorderen, wordt bijna nergens op de gangbare middelbare school gerealiseerd. Het waarderingselement komt bij deze doelstelling tot uiting in externe behandeling van sociale contexten en de ontwikkeling van de geschiedenis van de wiskunde door de jaren heen. Dit is echter nog geen volledige behandeling van waardering zoals wordt voorgesteld in dit artikel.

4. *Ontwikkelen van een interne waardering van de wiskunde: zijn grote ideeën en de aard van de wiskunde*

Het vierde doel voegt nog meer toe op het gebied van waardering van de wiskunde, nu komen ook de aard van de wiskunde en de grote ideeën erbij. De waardering van de wiskunde als de toeleverancier van een unieke bijdrage aan de menselijke cultuur met zijn eigen specifieke concepten en schoonheid, is een doel dat voor de schoolwiskunde en door wiskundigen vaak wordt veronachtzaamd. Gewoonlijk wordt door deze mensen bekwaamheid belangrijker gevonden dan waardering, en externe toepassingen worden gebruikt ten koste van de eigenlijke aard van de wiskunde zelf. Een fout die kan worden gemaakt is de opstelling dat interne waardering van de wiskunde niet kan worden ontwikkeld als de leerling geen bekwaamheden heeft. Een leerling zou dan volgens deze theorie geen waardering kunnen ontwikkelen voor bijvoorbeeld oneindigheid, bewijzen en chaos als hij geen hoog wiskundig niveau binnen de wiskunde heeft gehaald. Dit doel stelt echter dat een interne waardering voor wiskunde niet alleen mogelijk, maar ook wenselijk is voor alle leerlingen op de middelbare school.

Het rechtvaardigingsprobleem in het wiskundeonderwijs is lastig, gedeeltelijk omdat de zogenaamde oplossing maar een aantal elementen kan bevatten die afhangen van de rol van het wiskundeonderwijs voor een bepaalde groep leerlingen, verschillende landen, verschillende tijdsbeelden, tegemoetkomend aan een of meerdere uitgangspunten van bepaalde groeperingen. Een deel van het probleem komt dus voort uit veranderingen en uit zijn relatieve aard. Een ander deel van het probleem is dat wiskunde door de moderne westerse maatschappij tegelijkertijd wordt onder- en overgewaardeerd. Het is vooral overgewaardeerd door de vermeende toepassingen die ertoe

leiden dat iedereen maximale wiskundige kennis moet hebben om economisch te kunnen functioneren, en dat terwijl de wiskunde in de maatschappij grotendeels onzichtbaar is. Verder wordt wiskundig denken verkeerd geïdentificeerd met intelligentie en geestelijke vermogens, en gebruikt als selectiemiddel voor verschillende soorten werk en scholing. Door deze rol is wiskunde betrokken bij het ontnemen van gelijke kansen voor velen. De wiskunde is ondergewaardeerd, omdat de meeste rechtvaardigingen voor de centrale plaats in het curriculum gebaseerd zijn op extrinsieke argumenten in termen van nut en praktisch. Als intrinsiek waardevol gebied op het gebied van mens en cultuur is wiskunde rijk aan intellectueel opwindende concepten met inbegrip van oneindigheid, chaos, kans, enzovoort. Wiskunde is een denkbeeldig koninkrijk met een domein aan kennis met zijn eigen schoonheid. Wiskunde heeft ook zijn rol gespeeld in de filosofie, kunst, wetenschap, technologie en sociale wetenschappen. Deze waardering van de wiskunde is een recht van iedere leerling die te maken heeft met wiskunde. Het noemen van het recht van de leerling roept een tot nu toe nog niet gestelde vraag op. Moet wiskunde in alle jaren van de leerplicht worden onderwezen, en zou hetzelfde leerplan door alle leerlingen moeten worden gevolgd? Het verplichten van schoolwiskunde aan alle leerlingen van vijf tot zestien jaar wordt een stuk lastiger als wiskunde niet meer zo praktisch blijkt te zijn. Als de wiskunde dan ook nog een onplezierige indruk achterlaat voor ongeveer de helft van de bevolking, zouden we dan niet onze leerlingen laten bepalen wat ze willen leren als ze eenmaal de basisvaardigheden hebben verworven. Zouden de veranderende persoonlijke voorkeur, beroeps- en carrièreplannen van de leerlingen gedurende de adolescentieperiode niet het wiskundeleerplan kunnen bepalen, of er voor kunnen zorgen dat de leerling geen wiskunde meer heeft. Als het onderwijs tot de ontwikkeling van autonome en volwassen burgers moet bijdragen, bekwaam om aan de moderne maatschappij deel te nemen, dan zou het leerplan elementen van keus en zelfbeschikking moeten bevatten. In de beschikbare ruimte van dit artikel kan ik echter deze essentiële kwesties slechts bespreken zonder ze grondig te behandelen.

Tot slot wil ik een opmerking plaatsen over het gat tussen de doelstellingen zoals besproken in dit artikel, en het effect ervan op de dagelijkse praktijk. Hoe edel, hoog gegrepen of anders bedoeld de doelstelling van het wiskundeonderwijs ook mag zijn, zij moet altijd in het licht van het effect op individuen en de maatschappij worden geëvalueerd. Elke herziening van het curriculum vereist dat er op drie niveaus moet worden nagedacht. Het niveau van het geplande leerplan, het niveau van het uitgevoerde leerplan en het niveau van het geleerde leerplan inclusief leerlingresultaten en aanwinsten (met inbegrip van liefde voor het vak). De mate waarin de doelstellingen van het wiskundeonderwijs worden uitgevoerd en gerealiseerd in een klaslokaal is in de praktijk het belangrijkste kenmerk

van wat wiskunde en het onderwijzen van wiskunde is. Het onderwijs is een opzettelijke activiteit, en ideaal gezien zou er een sterke relatie tussen het voorgeschreven curriculum en de dagelijkse praktijk in het wiskundelokaal moeten zijn. Als het niet is gelukt om die verbinding te leggen, is er sprake van onevenwichtigheid en inconsistentie die tot spanningen bij leraren en leerlingen leidt. Natuurlijk kan het een reactie zijn op sterk traditionele concepten en praktijken. Het kan echter ook weerstand zijn op een plaats waar impopulaire maatregelen worden genomen.

En dit, nogmaals, roept de vraag op van welke groep de waarden en de meningen dominant zijn in het bepalen van de doelstellingen van het onderwijs in de wiskunde, en wie daarbij wint of verliest.

Bovenstaand artikel is een vrije vertaling van 'Why teach mathematics' van Paul Ernest.

Het volledige artikel is te lezen op <http://www.ex.ac.uk/~PErnest/why.htm>

*Paul Ernest, University of Exeter, UK
vertaling: Lidy Wesker*

ICT-conferentie 2004: hands-on en brains-on!

Voor het vierde achtereenvolgende jaar organiseren APS-wiskunde en Freudenthal Instituut een conferentie over het gebruik van ICT in het wiskundeonderwijs.

De conferentie zal plaatsvinden op donderdag 22 april 2004 op het negentiende-eeuwse landgoed Vanenburg in Putten, dat voorzien is van eenentwintigste-eeuwse technologische faciliteiten.

Het thema van deze conferentie luidt 'Hands-on en brains-on' om aan te geven dat bij het werken in wiskundige ICT-omgevingen het verstand – gelukkig – niet op nul kan. In de lijn met dit thema zullen de werkgroepen allemaal een praktische component hebben. Een aantal werkgroepen richt zich op ICT-gebruik in de

onderwijspraktijk, terwijl andere tot doel hebben de eigen ICT-vaardigheden te vergroten. Net als vorig jaar vindt er weer een 'Webstrite' plaats, waarin scholen strijden om te bepalen wat de beste wiskunde-website is.

Vanaf eind november verschijnen de werkgroepbeschrijvingen op de conferentiesite www.fi.u.nl/ict/2004. Vanaf dat moment kunt u zich ook on-line inschrijven.

