

In december jl. zijn de resultaten van het Programme for International Student Assessment, PISA, wereldwijd bekendgemaakt. Wat, wie en hoe toetst PISA en hoe kunnen we de resultaten interpreteren? In Nederland is de lokale projectorganisatie ondergebracht bij het CITO. **Kees Lagerwaard** en **Ger Limpens** zijn uw gids tijdens de rondleiding door PISA.

## PISA 2003

### Inleiding

In 2003 vond de tweede ronde plaats van het driejaarlijkse programma PISA (Programme for International Student Assessment). Dit programma is ontwikkeld in opdracht van de OESO (Organisatie voor Economische Samenwerking en Ontwikkeling). De OESO besteedt al vanaf het begin veel aandacht aan onderwijs, maar had tot voor enkele jaren geen eigen indicatoren om de onderwijsopbrengsten in de diverse lidstaten in kaart te brengen. PISA is gericht op vijftien- en zestienjarige leerlingen – tegen het einde van de leerplichtige leeftijd dus – en brengt gegevens bijeen over leesvaardigheid, en kennis en vaardigheden in wiskunde en natuurwetenschappen. In 2000, de eerste ronde, lag de nadruk op leesvaardigheid. In de tweede cyclus lag de nadruk op wiskunde. Behalve leesvaardigheid en natuurwetenschappen was overigens in de ronde van 2003 ook het domein ‘problem solving’ opgenomen. Bij dat domein gaat het niet zozeer om een specifiek vak, maar meer om het toepassen van algemene ‘probleemoplossende’ vaardigheden. In 2006, de derde ronde, zal natuurwetenschappen hoofdonderwerp van PISA zijn.

Aan PISA 2003 namen, behalve de dertig huidige OESO-lidstaten, ook de zogeheten partnerlanden, elf niet-lidstaten, deel. De verwachting is dat het aantal deelnemende landen in 2006 aanzienlijk groter zal zijn. Voor veel landen is deelname aan PISA een bewijs dat zij de kwaliteit van het onderwijs van groot belang achten.

De PISA Governing Board, waarin alle deelnemende OESO-landen vertegenwoordigd zijn, bepaalt de grote lijnen van het onderzoek. Op internationaal niveau wordt het project uitgevoerd door een consortium onder leiding van ACER (Australian Council for Educational Research). In dit consortium participeert ook het CITO. Verder is er in alle deelnemende landen een projectorganisatie gevormd die de gegevens van het PISA-onderzoek verzamelt. In Nederland is deze taak door het Ministerie van OC en W ondergebracht bij het CITO. Het CITO is dus op twee manieren betrokken bij PISA.

PISA verschilt van andere internationale vergelijkende onderzoeken. Bij PISA wordt niet zozeer gekeken naar de

gemeenschappelijke zaken in de verschillende onderwijscurricula, maar ook en vooral naar de mate waarin leerlingen opgedane kennis en vaardigheden kunnen gebruiken in het dagelijks leven. In de verschillende PISA-rapporten die sinds 2000 gepubliceerd zijn, wordt dan ook vaak de toevoeging ‘literacy’ gehanteerd bij de diverse domeinen waarover gerapporteerd wordt: ‘reading literacy’, ‘mathematical literacy’ en ‘scientific literacy’. In het Nederlandse rapport wordt ten aanzien van wiskunde meestal de term ‘wiskundige geletterdheid’ gebruikt. Het begrip ‘wiskundige geletterdheid’ wordt in het rapport als volgt omschreven: ‘Wiskundige geletterdheid is de vaardigheid om – met gebruikmaking van wiskundige kennis – vraagstukken in een realistische context te benaderen en op te lossen’. Dit rapport, *Praktische kennis en vaardigheden van vijftienjarigen*, is in december 2004 verschenen, en is te downloaden via de website van het CITO (<http://www.citogroep.nl/> of <http://www.pisa.nl>, daarna doorklikken via ‘Expertisecentrum’). Ook een selectie van in 2003 gebruikte opgaven is op deze manier te verkrijgen. Het voorliggende artikel bevat in verkorte vorm veel gegevens die ook in het Nederlandse rapport zijn opgenomen.

In het onderzoek is er niet alleen aandacht voor cognitieve vaardigheden, maar ook voor andere factoren die van invloed kunnen zijn op toekomstige prestaties. Er worden vragen gesteld over leerstrategieën en over de attitude van de leerling ten opzichte van het vak wiskunde. Bovenvermeld rapport doet ook verslag van deze aspecten.

### Wiskundige domeinen, competenties en contexten

De vraagstukken die in het PISA-onderzoek aan de vijftienjarige leerlingen worden voorgelegd, zijn speciaal voor dit doel ontworpen. Bij de constructie van de verschillende wiskundevraagstukken voor het PISA-onderzoek stonden drie aspecten centraal, te weten de wiskundige inhoud, de voor beantwoording noodzakelijke competenties en de context waarbinnen het vraagstuk wordt gesitueerd.

In PISA-2003 zijn vier wiskundige domeinen opgenomen:

‘Vorm en Ruimte’ (ruimtelijke en geometrische vormen), ‘Veranderingen en Relaties’ (vergelijkingen, formules, grafieken, tabellen), ‘Onzekerheid’ (kansrekening en statistiek) en ‘Hoeveelheid’ (numerieke verschijnselen, kwantitatieve relaties). PISA-2000 beperkte zich tot de eerste twee domeinen ‘Vorm en Ruimte’ en ‘Veranderingen en Relaties’. Omdat wiskunde in 2003 hoofdonderwerp was bij het PISA-2003-onderzoek, kon het wiskundige gebied worden uitgebreid.

In het kader van het PISA-onderzoek worden er drie competentieclusters onderscheiden, te weten het reproductiecluster (routineprocedures, feitenkennis en dergelijke), het verbindingscluster (het leggen van verbanden tussen diverse representatievormen, interpretatievaardigheden) en het reflectiecluster (generaliseren, abstraheren, creatieve aspecten).

De contexten van de diverse opgaven variëren van contexten in de persoonlijke sfeer via de onderwijskundige en beroepsmatige sfeer tot contexten in de publieke sfeer en contexten in de wetenschappelijke sfeer.

## Verschillende typen PISA-vragen en de beoordeling daarvan

Bij PISA zijn drie vraagtypen te onderscheiden: lang-antwoordvragen (antwoord plus toelichting), kort-antwoordvragen (antwoord in de vorm van een getal of een andere strikt omschreven vorm) en meerkeuzevragen. Bij de beoordeling van lang-antwoordvragen is gebruikgemaakt van voor dit doel speciaal opgeleide correctoren, die aan de hand van een per vraag geformuleerd correctievoorschrift ieder leerlingenantwoord voorzagen van een bijbehorende categoriecode. In het kader van de beoordeling van met name de lang-antwoordvragen hebben in 2002, voorafgaand aan het PISA-onderzoek in 2003, zogenoemde veldonderzoeken plaatsgevonden. Op basis van de uit het veldonderzoek verkregen leerlingenantwoorden konden de reeds geformuleerde correctievoorschriften worden bijgesteld.

## Ontwerp, analyse en schaling van de toetsen

Voor PISA-2003 zijn in totaal 85 verschillende vragen aan de leerlingen voorgelegd. Niet iedere leerling kreeg daarbij iedere vraag voorgelegd: er waren verschillende clusters gemaakt die elk een half uur aan leerlingenwerk bevatten en iedere leerling ontving een viertal verschillende clusters. De samenstelling van een set van vier clusters bestemd voor een leerling wisselde zodanig dat iedere vraag even vaak voorkwam in de testboekjes. Daarbij is ervoor gezorgd dat ieder cluster vragen even vaak voor, achter of midden in een testboekje verscheen. De relatieve vaardigheid van een deelnemende leerling kan worden geschat door de proportie van vragen die juist wordt beantwoord te beschouwen. De relatieve moeilijkheid van een vraag kan geschat worden door de proportie van test-

deelnemers te beschouwen die de betreffende vraag juist beantwoordt. Op basis van deze schattingen kan een continue schaal worden gedefinieerd die de te onderzoeken wiskunde representeert. Op die schaal kunnen zowel individuele leerlingen als individuele vragen worden geplaatst. Zie figuur 1.

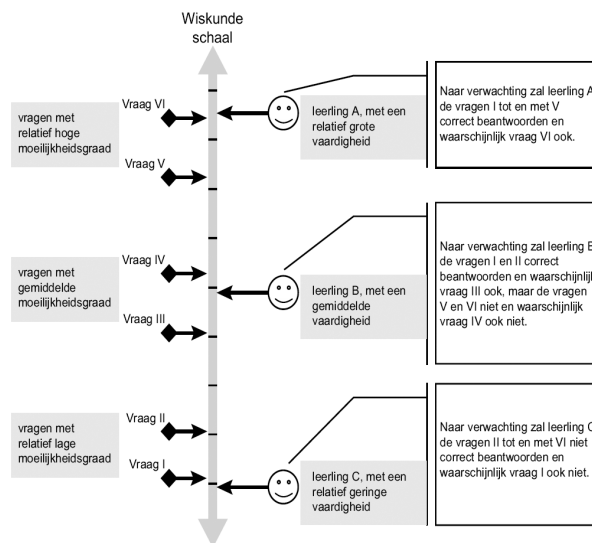


fig. 1 De relatieve vaardig- en moeilijkheidsschaal

Bij iedere leerling en bij iedere vraag is dan de mate van wiskundige geletterdheid af te lezen. Alle schalen bij PISA hebben dezelfde kenmerken: ze zijn gestandaardiseerd op een gemiddelde van 500 voor alle OESO-landen bij elkaar met een standaardafwijking van 100. De schalen zijn gebaseerd op item response theorie (IRT). Deze theorie maakt het mogelijk om ‘leerlingen en opgaven op een schaal te plaatsen’. Dit betekent zoveel als: bij een vaardigheidsniveau op de schaal zijn opgaven te vinden die illustreren wat kinderen op dat niveau goed aankunnen, wat in principe makkelijke opgaven voor hen zijn en welke waarschijnlijk nog te moeilijk zijn. Door leerlingresultaten bij elkaar te nemen, kan het gemiddelde per land berekend worden en ook op de schaal worden aangegeven.

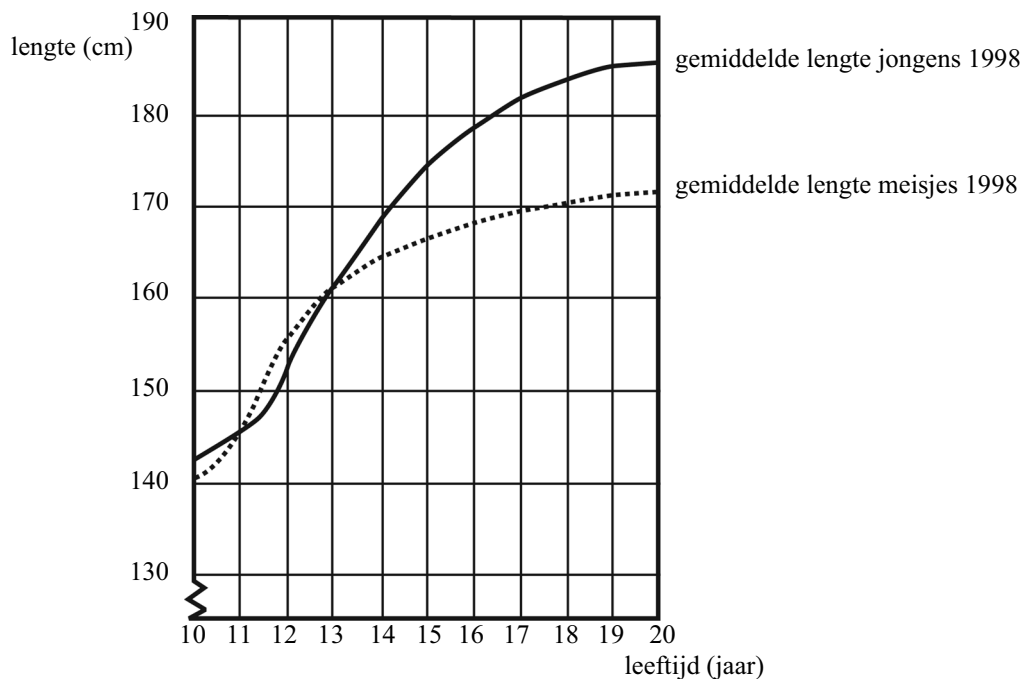
Ten aanzien van de in het kader van het PISA-onderzoek ontwikkelde schaal kan nog worden opgemerkt dat het gemiddelde van 500 zelf volslagen arbitrair is. Dat had net zo goed op 100 danwel 10 of zelfs 0 gesteld kunnen worden. In dit licht wordt de kritiek die door een enkeling op de in de PISA-rapportages gebruikte grafische weergave van de resultaten werd gegeven wat discutabel. Het zou geen enkel doel dienen, althans in de ogen van de Nederlandse PISA-auteurs, om de grafieken waarin de diverse landenscores verwerkt zijn, van een verticale as te voorzien met een schaal lopend vanaf 0. De aldus gevisualiseerde 0 is net zo willekeurig als de in de PISA-grafieken opgenomen 500. Dit inzicht, of beter het gebrek hieraan, komt ook tot uitdrukking in de hier en daar geformuleerde kritiek dat het er, werkend met een schaal met als gemiddelde 500, nauwelijks toe doet om te praten

## VOORBEELDOPGAVE PISA 2003

De opgave 'Jongeren steeds langer' heeft zowel in 2000 als in 2003 deel uitgemaakt van de set PISA-opgaven. Na afloop van PISA 2003 is deze opgave 'vrijgegeven'. Zodoende kan deze fungeren als illustratie bij de rapportage van PISA 2003.

### *Jongeren steeds langer*

In deze grafiek wordt de gemiddelde lengte van zowel jongens als meisjes in Nederland in 1998 weergegeven.



### **Vraag 1: JONGEREN STEEDS LANGER**

Sinds 1980 is de gemiddelde lengte van twintigjarige meisjes met 2,3 cm toegenomen tot 170,6 cm. Wat was de gemiddelde lengte van twintigjarige meisjes in 1980?

Antwoord: .....cm.

### **JONGEREN STEEDS LANGER BEOORDELING VRAAG 1**

#### *Maximale score*

Code 1: 168,3 cm (eenheid gegeven)

#### *Geen punten*

Code 0: Andere antwoorden

Code 9: Antwoord ontbreekt

### **Vraag 2: JONGEREN STEEDS LANGER**

Leg uit hoe je aan de grafiek kunt zien dat het gemiddelde groeitempo van meisjes langzamer wordt na hun twaalfde jaar.

.....  
.....  
.....

### **JONGEREN STEEDS LANGER BEOORDELING VRAAG 2**

#### *Maximale score*

De kern bij deze vraag is dat het antwoord moet refereren aan de verandering in de hellingshoek van de grafiek voor de meisjes. Dit kan expliciet of impliciet zijn. Code 112 en code 12 gelden voor expliciet noemen van de steilte van de curve van de grafiek en code 13 is voor de impliciete vergelijking, waarbij de werkelijke groei voor en

na twaalf jaar is genoemd.

Code 11: Verwijst naar de afname van de steilte van de curve na het twaalfde jaar in dagelijkse taal, niet in wiskundige termen.

- De lijn gaat niet langer recht omhoog, hij wordt minder steil.
- De curve vlakkt af.
- De lijn is vlakker na twaalf jaar.
- De lijn voor de meisjes begint af te vlakken en de lijn voor de jongens gaat door.
- Hij wordt minder steil en de curve voor de jongens blijft stijgen.

Code 12: Verwijst naar de afname van de steilheid van de curve na het twaalfde jaar in wiskundige termen:

- Je kunt zien dat de hellingshoek kleiner is.
- De mate van verandering in de grafiek neemt na het twaalfde jaar af. [De leerling heeft de hoeken van de curve ten opzichte van de  $x$ -as berekend, voor en na twaalf jaar.]

Beschouw in het algemeen het gebruik van woorden als 'hellingshoek', 'steilte' of 'mate van verandering' als wiskundige termen.

Code 13: Vergelijking van de werkelijke groei (impliciet).

- Van tien tot twaalf is de groei ongeveer 15 cm, maar van twaalf tot twintig is de groei maar 17 cm.
- De gemiddelde groei is van tien tot twaalf ongeveer 7,5 cm per jaar en maar ongeveer 2 cm per jaar van twaalf tot twintig jaar.

#### **Geen punten**

Code 01: De leerling geeft aan dat de lengte van de meisjes kleiner wordt dan die van de jongens, maar refereert NIET aan de helling(shoek) van de meisjesgrafieken of het verschil in groeitempo van de meisjes voor en na twaalf jaar.

- De lijn voor de meisjes zakt onder die van de jongens

Als de leerling *zowel* vermeldt dat de meisjesgrafiek minder steil wordt, *als* dat de curve onder die van de jongens zakt, moet de maximale score worden toegekend (code 11, 12 of 13). We zijn hier niet uit op een vergelijking van de grafieken voor de meisjes en de jongens. Negeer daarom een verwijzing naar zo'n vergelijking en oordeel op basis van de rest van het antwoord.

Code 02: Andere onjuiste antwoorden. Het antwoord verwijst bijvoorbeeld niet naar kenmerken van de grafiek, terwijl duidelijk gevraagd wordt hoe je aan de **grafiek** kunt zien dat ...

- Meisjes rijpen eerder.
- Omdat meisjes eerder in de puberteit komen dan jongens, krijgen ze eerder een groeispuurt.
- Meisjes groeien niet veel meer na hun twaalfde. [Geeft aan dat het groeitempo van meisjes na hun twaalfde afneemt zonder te verwijzen naar de grafiek.]

Code 9: Antwoord ontbreekt.

### **Vraag 3: JONGEREN STEEDS LANGER**

Tijdens welke periode in hun leven zijn, volgens deze grafiek, meisjes gemiddeld langer dan jongens van dezelfde leeftijd?

#### **JONGEREN STEEDS LANGER BEOORDELING VRAAG 3**

##### **Maximale score**

Code 21: Vermeldt het correcte interval, van elf – dertien jaar.

- Tussen elf en dertien jaar.
- Van elf tot dertien jaar zijn meisjes gemiddeld langer dan jongens.
- Elf – dertien.

Code 22: Geeft aan dat meisjes langer zijn dan jongens als ze elf en twaalf jaar oud zijn. (Dit antwoord is in het dagelijks gebruik correct, omdat het interval van elf tot dertien wordt bedoeld.)

- Meisjes zijn langer dan jongens als ze elf en twaalf jaar oud zijn.
- Elf en twaalf jaar oud.

##### **Gedeeltelijk goed**

Code 11: Een ander deel van de periode (11, 12, 13), dan hiervoor bedoeld.

- Twaalf tot dertien.
- Twaalf.
- Dertien.
- Elf.
- 11,2 tot 12,8.

### Geen punten

Code 00: Andere antwoorden.

- 1998.
- Meisjes zijn langer dan jongens als ze ouder zijn dan dertien.
- Meisjes zijn langer dan jongens van tien tot elf.

Code 99: Antwoord ontbreekt.

In het onderstaande schema zijn verschillende karakteristieken van deze drie vragen terug te vinden:

Naam van de vraag	Domein	Competentie	Situatie	Vraagtype	PISA-score	Niveau
Jongeren... vraag 1	Veranderingen en relaties	Reproductie	Wetenschappelijk	Kort-antwoord	477	2
Jongeren... vraag 2	Veranderingen en relaties	Verbindingen	Wetenschappelijk	Lang-antwoord	574	4
Jongeren... vraag 3	Veranderingen en relaties	Reproductie	Wetenschappelijk	Kort-antwoord	420 (score 1) 525 (score 2)	2 3

Merk op dat, zoals uit het schema en ook uit de correctievoorschriften bij vraag 3 is op te maken, dit een vraag is waarbij leerlingen ook een deelscore kunnen behalen. Leerlingen die score 1 bij deze vraag halen, blijken volgens de PISA-schaal van niveau 2, terwijl leerlingen met een score 2 als niveau 3 geklassificeerd worden.

Bij vraag 1 is de benodigde competentie elementair en essentieel voor wiskundige geletterdheid. Het betreft het begrijpen van een niet al te moeilijke vraag die beantwoord kan worden door het verschil  $170,6 - 2,3$  uit te rekenen. Het antwoord kan worden gevonden door de grafiek in zijn geheel te negeren. De vraag vereist dat leerlingen in staat zijn de relevante informatie aan een enkele bron te onttrekken (de tekst en niet de grafiek dus) en een elementair algoritme (aftrekken) kunnen hanteren.

Bij vraag 2 komt het interpreteren en decoderen van redelijk bekende standaardvoorstellingen van bekende wiskundige objecten aan de orde. Hier komt er echter een heel ingewikkeld concept bij te pas, te weten het concept van afnemende groei. Het probleem is de combinatie van 'groeitempo' en 'langzamer worden' om in termen van de opgave te blijven. In wiskundige termen: de grafieken dienen steeds minder 'steil' te worden. Nog wiskundiger gesproken: de helling dient af te nemen. Daarom is deze vraag zeker niet standaard: een leerling dient op intelligente wijze de verschillende ideeën en informatie met elkaar te verbinden. De grafiek geeft aan dat de afgenomen groei begint op een leeftijd van twaalf jaar, of zelfs even daarvoor. In feite is het vermelden van deze observatie het leerlingenantwoord. Leerlingen geven antwoorden die variëren van antwoorden in taal van alledag tot antwoorden in wiskundetaal, daarbij de afgenomen steilheid betreffend, of ze vergelijken de daadwerkelijke groei in centimeters per jaar.

De noodzakelijke competentie om vraag 3 succesvol aan te pakken is basaal en cruciaal als het grafische voorstellingen van processen van verandering betreft: het interpreteren en decoderen van redelijk bekende standaardvoorstellingen van bekende wiskundige objecten. Leerlingen die een deelscore behaalden, lieten zien dat hun redenering en/of inzicht behoorlijk gericht was zonder een volledig antwoord te geven. Ze identificeerden leeftijden als elf en/of twaalf en/of dertien correct als deel van het antwoord, maar slaagden er niet in het continuüm van elf tot dertien jaar als het antwoord aan te wijzen. Dergelijke leerlingen konden wel de twee grafieken op juiste wijze met elkaar vergelijken, maar niet hun antwoord op een adequate wijze formuleren, of slaagden er niet in voldoende inzicht te vertonen in het feit dat het antwoord een interval zou dienen te zijn. Dit is waarschijnlijk deels gelegen in het feit dat de juiste procedure geen standaardroutine is. De deelscore 420 illustreert exact de grens tussen niveau 1 en niveau 2.

Leerlingen die de volledige score van 2 punten behaalden, lieten zien dat ze hun redeneervermogen en/of hun inzicht gericht konden hanteren. Ze vermeldden terecht het continuüm van elf tot dertien jaar als het correcte antwoord. Deze leerlingen kunnen grafische voorstellingsvormen interpreteren en gebruiken en conclusies hieruit trekken.

over een verschil van enkele punten. Dat dit zo is, ligt niet zozeer aan het gemiddelde 500, maar veeleer aan het feit dat bij de PISA-schaal de standaardafwijking 100 is, zo valt met enig elementair statistisch inzicht op te merken.

## Nederlandse resultaten voor wiskunde internationaal vergeleken

In figuur 2 zien we voor ieder land (OESO-landen zowel als partnerlanden) de scores op de wiskundeschaal van de middelste 90% van de leerlingen weergegeven. De landen zijn gerangschikt volgens de score op de middelste 50% van de leerlingen, de P50. Iedere balk is verdeeld in vier vakken waarvan het linkervak de afstand aangeeft tussen percentiel 5 en 25 (P5 tot P25), vervolgens een vak met de afstand tussen percentiel 25 en 50 (P25 tot P50), dan een vak met de afstand tussen percentiel 50 en 75 (P50 tot P75) en ten slotte een vak met de afstand tussen percentiel 75 en 95 (P75 tot P95). Zowel de laagst als de hoogst scorende 5% van de leerlingen is hier dus niet weergegeven. Dit is gedaan om te voorkomen dat uitschieters te veel nadruk leggen op het geheel aan scores.

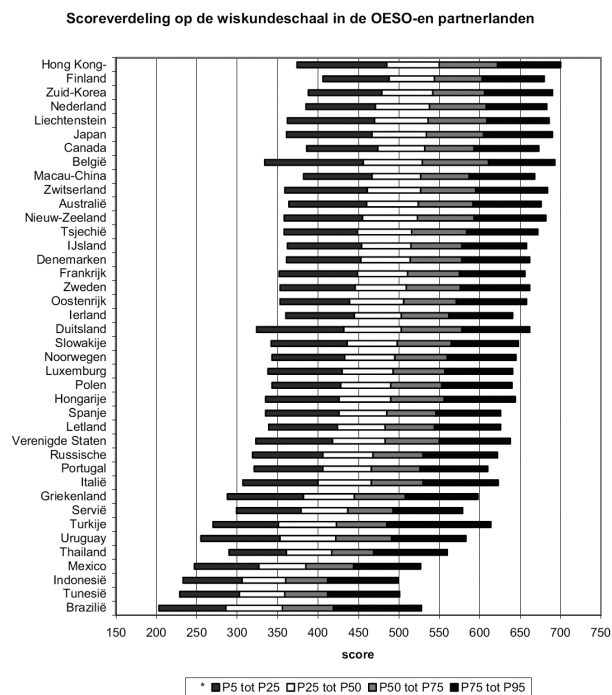


fig. 2 Scoreverdeling op de wiskundeschaal in de OESO- en partnerlanden

Uit figuur 2 is voor Nederland af te lezen dat 90% van de geteste leerlingpopulatie een score had tussen 385 en 683 en een gemiddelde van 538. Nederland scoort daarmee hoog. Slechts drie landen hebben een hogere gemiddelde score voor wiskunde: Hong Kong, Finland en Zuid-Korea. De ons omringende landen scoren lager. Duitsland, Frankrijk en Denemarken staan op respectievelijk plaats 20, 16 en 15 en blijven met hun score aanzienlijk achter bij Nederland. België staat op plaats 8 en heeft met 529

een lagere gemiddelde score dan Nederland. Verder is het interessant op te merken dat in PISA-2000 de Oost-Aziatische landen al hoog scoorden. En ook nu wordt Nederland op de ranglijst omringd door landen als Hong Kong, Zuid-Korea en Japan.

## Vaardigheidsniveaus

Om meer zicht te krijgen op de bij PISA-2003 ontwikkelde schaal is een onderverdeling van deze schaal in verschillende vaardigheidsniveaus ontworpen. Bij PISA-2000 waren de leerlingenscores op leesvaardigheid ondergebracht in vijf vaardigheidsniveaus. Op dezelfde wijze zijn in PISA-2003 voor wiskunde zes verschillende niveaus ontworpen die een serie vaardigheden bevatten met stijgende mate van moeilijkheidsgraad. Hierbij is niveau 1 het eenvoudigste en niveau 6 het moeilijkste niveau. Leerlingen met een vaardigheid op de PISA-schaal lager dan 358 zijn geclassificeerd als 'onder niveau 1'. Voor een uitgebreide beschrijving van de vaardigheidsniveaus zie tabel 1.

In figuur 3 worden de diverse landen weergegeven op basis van de percentages leerlingen binnen elk van deze zes vaardigheidsniveaus. Voor de volledigheid is ook bij ieder land weergegeven hoe groot het percentage leerlingen is dat onder niveau 1 blijft. Nederland doet het, bij een weergave zoals in figuur 3, goed. Van alle Europese landen staat Nederland weer op de tweede plaats, voorafgegaan door Finland. Onze buurlanden Duitsland en België zijn een stuk lager in de internationale rangorde te vinden.

Als de landen geordend zouden worden op de percentages boven niveau 3 ontstaat een ander plaatje. In het Nederlandse rapport is dit ook opgenomen. De volgorde van de landen in die figuur blijft in grote trekken gelijk aan die in figuur 3. Hong Kong staat opnieuw bovenaan en Finland is het hoogst scorende land in Europa. Nederland staat ook hier weer hoog. We zien echter dat alleen in Hong Kong meer dan de helft van de vijftienjarigen op niveau 4 of hoger zit. In de andere landen haalt minder dan de helft van de leerlingen dat niveau, in Nederland 48%.

Vergelijkenderwijs doet Nederland het dus zeker niet slecht, maar in absolute zin is een dergelijk percentage niet iets om vrolijk van te worden. Een land als Nederland dat ambities heeft zich te manifesteren als kenniseconomie kan, kijkend naar de omschrijvingen van de diverse vaardigheidsniveaus (tabel 1), niet tevreden zijn met een dergelijk percentage.

## Vaardigheidsniveaus per domein

Behalve een beschrijving in algemene vaardigheidstermen van de verschillende niveaus is er bij PISA-2003 voor wiskunde ook een beschrijving gemaakt waarbij de vaardigheden per niveau bij de vier verschillende domeinen zijn vermeld. De beschrijvingen per niveau zijn opgenomen in ta-

bellen in de bijlage bij het rapport. In dit artikel volstaan we met een summier overzicht van de positie van Nederland in internationaal opzicht. Zie daarvoor tabel 2. Kennelijk is de Nederlandse leerling, gemeten op een internationale schaal, relatief goed in aspecten van realistische wiskunde bij de domeinen ‘Veranderingen en Relaties’ en

‘Onzekerheid’, maar wat minder vaardig als het gaat om de domeinen ‘Vorm en Ruimte’ en ‘Hoeveelheid’. De waarneming bij ‘Vorm en Ruimte’ lijkt overeen te stemmen met uitkomsten van andere internationale onderzoeken, waarbij Nederlandse leerlingen matig scoren als het gaat om meetkundespecten.

Tabel 1: uitgebreide beschrijving van de vaardigheidsniveau's

niveau	vaardigheden	schaal
1	Op niveau 1 kan een leerling: <ul style="list-style-type: none"> <li>vragen beantwoorden die betrekking hebben op bekende contexten indien alle relevante informatie gegeven is en de vraagstelling helder is omschreven;</li> <li>informatie identificeren en routineprocedures uitvoeren die betrekking hebben op directe aanwijzingen in expliciete situaties;</li> <li>activiteiten uitvoeren die voor de hand liggend zijn en onmiddellijk uit de gegeven stimuli volgen.</li> </ul>	358 - 420
2	Op niveau 2 kan een leerling: <ul style="list-style-type: none"> <li>situaties in contexten interpreteren en herkennen op basis van directe gevolgtrekkingen;</li> <li>relevante informatie onttrekken aan een enkele bron;</li> <li>gebruikmaken van een enkele representatievorm;</li> <li>gebruikmaken van elementaire algoritmes, formules, procedures of afspraken;</li> <li>gebruikmaken van eenvoudig redeneren;</li> <li>letterlijke interpretaties maken van resultaten.</li> </ul>	420 - 482
3	Op niveau 3 kan een leerling: <ul style="list-style-type: none"> <li>helder omschreven procedures uitvoeren waaronder procedures op basis van gefaseerde besluitvorming;</li> <li>selecteren en eenvoudige vraagstukoplossende strategieën toepassen;</li> <li>interpreteren en gebruikmaken van representatievormen gebaseerd op verschillende informatiebronnen;</li> <li>korte mededelingen doen waarin verslag gedaan wordt van gevonden interpretaties, resultaten en redeneringen.</li> </ul>	482 - 544
4	Op niveau 4 kan een leerling: <ul style="list-style-type: none"> <li>gericht werken met expliciete modellen van ingewikkelde situaties waarbij beperkingen aan de orde kunnen zijn of zelf veronderstellingen gemaakt dienen te worden;</li> <li>kiezen uit dan wel integreren van verschillende representatievormen, waaronder symbolische vormen, waarbij deze op een directe manier in verband gebracht kunnen worden met realistische situaties;</li> <li>uitleg en argumenten construeren en communiceren, gebaseerd op eigen interpretatie en redeneringen.</li> </ul>	544 - 606
5	Op niveau 5 kan een leerling: <ul style="list-style-type: none"> <li>modellen voor ingewikkelde situaties ontwikkelen en daarmee werken waarbij randvoorwaarden worden geïdentificeerd en zelf veronderstellingen worden gespecificeerd;</li> <li>geschikte probleemoplossende strategieën selecteren, vergelijken en evalueren om complexe vraagstukken die bij vermelde modellen horen op te lossen;</li> <li>strategisch werken, daarbij gebruikmakend van brede, goed ontwikkelde redeneervaardigheden, geschikte representatievormen, symbolische en formele karakteristieken en inzicht relevant voor de vermelde ingewikkelde situaties;</li> <li>reflecteren op zijn eigen handelen;</li> <li>zijn interpretaties en redeneringen formuleren en communiceren.</li> </ul>	606 - 668
6	Op niveau 6 kan een leerling: <ul style="list-style-type: none"> <li>conceptualiseren, generaliseren en informatie benutten, gebaseerd op het onderzoek en het modelleren van een complexe probleemstelling;</li> <li>diverse informatiebronnen en representatievormen met elkaar verbinden en flexibel overstappen van de een op de ander;</li> <li>op hoog wiskundig niveau denken en redeneren;</li> <li>dit inzicht en begrip samen met symbolische en formele wiskundige operaties en verbanden inzetten om nieuwe aanpakken of strategieën te ontwikkelen om ongebruikelijke situaties aan te pakken;</li> <li>zijn bevindingen, interpretaties en argumenten rond zijn handelingen en overdenkingen en tevens de geschiktheid hiervan met betrekking tot de oorspronkelijke situatie formuleren en helder communiceren.</li> </ul>	668 en hoger

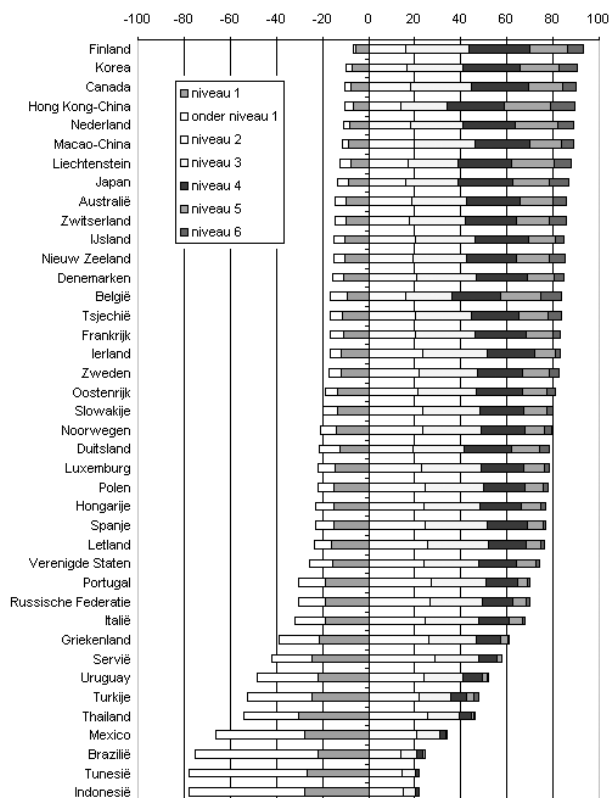


fig. 3 Percentage leerlingen in de OESO- en partnerlanden op ieder vaardigheidsniveau, geordend op de percentages boven niveau 1

De constatering bij ‘Hoeveelheid’ is op basis van de nu bewerkte gegevens niet goed te verklaren, maar lijkt niet direct te worden veroorzaakt door verminderde rekenvaardigheid. De Nederlandse leerlingen die deelnamen aan het PISA-onderzoek, mochten allen gebruikmaken van een zakrekenmachine. Leerlingen die geen rekenmachine hadden, kregen er een tijdens de toetsafname.

Tabel 2: de positie van Nederland internationaal gezien

Domein	Gemiddelde score Nederland	Positie internationale ranglijst
Vorm en Ruimte	526	10
Veranderingen en Relaties	551	1
Onzekerheid	549	2
Hoeveelheid	528	8

## Nederlandse resultaten voor wiskunde op nationaal niveau

In figuur 4 is goed te zien hoe selectief het Nederlandse schoolsysteem is. Naarmate het opleidingstype ‘hoger’ ofwel moeilijker is, is ook de scoreverdeling naar boven opgeschoven. Dat geldt niet alleen voor het gemiddelde,

maar voor de gehele verdeling: de hoogstscorenden scoeren in elk volgend opleidingstype weer hoger en de laagstscorenden ook.

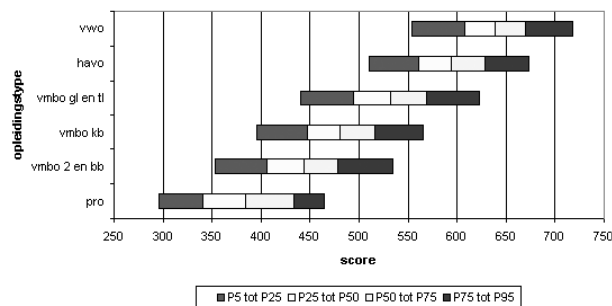


fig. 4 Scoreverdeling op de wiskundeschaal in de Nederlandse opleidingstypen

## Nederland vergeleken met Vlaanderen

Een vergelijking met Vlaanderen ligt voor de hand. Door de onvergelykbaarheid van de schoolsystemen in Vlaanderen en Nederland kunnen we geen goede vergelijking maken per opleidingstype. We kunnen wel kijken naar de groepen best-presterende leerlingen die algemeen voortgezet onderwijs volgen. De gemiddelde score voor wiskunde is voor HAVO-leerlingen 594 en voor VWO-leerlingen 639. Het gemiddelde van deze twee groepen samen is 617. Het betreft hier 39% van de vijftienjarigen. Ter vergelijking: in Vlaanderen zit zo’n 46% van de leerlingen op het Algemeen Secundair Onderwijs. Hun gemiddelde score is 624. Het betreft hier dus een groter deel van de leerlingenpopulatie, terwijl toch de gemiddelde score van deze groep duidelijk hoger is.

## De scores van jongens en meisjes

In PISA-2000 bleken de Nederlandse meisjes gemiddeld elf punten lager te scoren dan de jongens. Ook in de ons omringende landen bleven de scores van de meisjes iets achter bij die van de jongens.

Tabel 3: verschillen tussen jongens en meisjes

	Gemiddelde	Gemiddelde jongens	Gemiddelde meisjes	Verskil jongens meisjes
België	529	533	525	8
Duitsland	503	508	499	9
Nederland	538	540	535	5
Hong Kong	550	552	548	4
Korea	542	552	528	23
OESO	500	506	494	11



In PISA-2003 is het verschil tussen Nederlandse jongens en meisjes slechts vijf punten op de PISA-2003-schaal. Jongens scoren gemiddeld 540 en meisjes 535. Het OESO-gemiddelde is voor de jongens 506 en voor meisjes 494. Zie ook tabel 3. We kunnen constateren dat het verschil tussen jongens en meisjes ten opzichte van de meerderheid van de andere OESO-landen klein is. Ook gemeten ten opzichte van de ons omringende landen komen de niveaus van jongens en meisjes in Nederland redelijk dicht bij elkaar. Overigens is het wel intrigerend om hier te vermelden dat het enige OESO-land waar het verschil tussen jongens en meisjes in het voordeel van de meisjes uitvalt, IJsland blijkt te zijn waar jongens gemiddeld 508 voor wiskunde scoren en meisjes maar liefst 523, hetgeen een verschil van vijftien punten oplevert. In Finland, de OESO-koploper, scoren de jongens 548 en de meisjes 541. Ook hier is het verschil tussen de seksen dus vrij marginaal. Ook bij het hoogstscorende Hong Kong is het verschil slechts vier punten. In Korea, dat ook een hoge gemiddelde score heeft, is het scoreverschil tussen jongens en meisjes wel veel groter.

## Verskil in scores tussen jongens en meisjes bij de wiskundedomeinen

In het domein 'Vorm en Ruimte' scoren jongens gemiddeld 530 en meisjes 522; in 'Veranderingen en Relaties' scoren jongens gemiddeld 554 en meisjes 548; in 'Onzekerheid' scoren jongens gemiddeld 554 en meisjes 545; in 'Hoeveelheid' scoren jongens gemiddeld 526 en meisjes 530. Dus in drie domeinen gebeurt hetgeen kan worden verwacht op basis van de totale wiskundescores: jongens scoren gemiddeld iets beter dan meisjes.

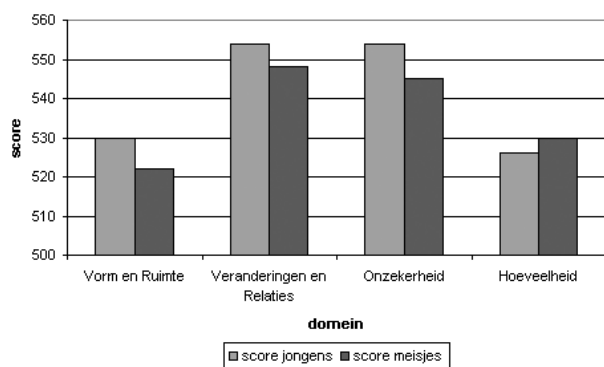


fig. 5 Gemiddelde score van jongens en meisjes per domein

In het domein 'Hoeveelheid' is de verhouding andersom. Dat is precies ook het domein waar de verhouding tussen jongens en meisjes in de zeven vaardigheidsniveaus wat afwijkend is. Bij de domeinen 'Vorm en Ruimte', 'Veranderingen en Relaties' en 'Onzekerheid' zien we dat in de lagere niveaus iets meer meisjes zijn dan jongens. Bij de hoogste niveaus is dat dan omgekeerd. De verschillen zijn klein, maar consistent. Bij 'Hoeveelheid' bevinden zich op het laagste niveau ook wat meer meisjes dan jon-

gens, maar in de niveaus 1, 2 en 3 meer jongens dan meisjes. Meisjes zijn in de niveaus 4 en 5 net in de meerderheid, terwijl het op niveau 6 vrijwel 50/50 is. Een en ander wordt geïllustreerd in figuur 5.

## Een vergelijking met de uitkomsten van PISA-2000

Nederland scoorde in 2000 met wiskunde heel hoog, in feite het hoogst van alle deelnemende landen. Maar omdat het aantal deelnemende scholen en leerlingen in 2000 niet volledig aan de strenge OESO-eisen voldeed, werd deze score niet in alle officiële ranglijsten opgenomen. Een van de doelen van het PISA-onderzoek is om ontwikkelingen in de tijd te kunnen volgen. Daarom worden in elk volgend onderzoek vragen uit eerdere PISA-onderzoeken meegenomen, waardoor de vaardigheid van leerlingen op de verschillende tijdstippen kan worden vergeleken.

Het feit dat Nederland in 2000 voor wiskunde de hoogste gemiddelde score had en in 2003 met een vierde positie genoeg moest nemen, kan als een aanwijzing worden gezien dat de vaardigheid in wiskunde in Nederland niet vooruit is gegaan. De mogelijkheid dat andere landen beter zijn geworden, moet natuurlijk niet worden uitgesloten. Bovendien was er in 2000 voor wiskunde slechts 1 uur toetstijd beschikbaar tegen  $3\frac{1}{2}$  uur in 2003. In 2000 zijn slechts twee domeinen aan bod gekomen, 'Vorm en Ruimte' en 'Veranderingen en Relaties'. Misschien liggen de twee domeinen die in 2003 zijn toegevoegd, de Nederlandse leerling wel wat minder.

Er zijn analyses uitgevoerd om de prestaties in 2000 en in 2003 met elkaar te kunnen vergelijken. Daartoe zijn de scores van 2000 omgerekend naar de schaal van 2003, dus met een gemiddelde voor wiskunde totaal van 500 met een standaardafwijking van 100.

Dan blijkt dat Nederland op het domein 'Veranderingen en Relaties' zowel in 2000 als in 2003 de hoogste gemiddelde score heeft van alle 28 deelnemende OESO-landen. Dat klinkt goed. Maar die gemiddelde score was in 2000 568 en is nu in 2003 gezakt naar 551. Volgens de analyses is dit een significante afname. Van de overige 27 landen was er in 16 landen geen significant verschil en scoorden 11 landen in 2003 significant hoger dan in 2000. Op het domein 'Vorm en Ruimte' was de gemiddelde score in 2000 in Nederland 537. Nederland nam daarmee in 2000 een vierde plaats in onder de 28 OESO-landen. In 2003 blijkt die gemiddelde score te zijn teruggelopen tot 526. Daarmee zakten we naar een zevende positie. Het verschil is niet significant. Maar er zijn wel meer landen waar de score omhoog is gegaan dan landen waar de score daalde.

Wellicht is dit ook de juiste plaats om een opmerking te maken over het feit dat sommigen na afloop van de verschillende PISA-2003-rapporten zich vergaloppeerden in het vergelijken van de gegevens van PISA-2000 en PISA-

2003. Zoals opgemerkt kunnen de gegevens van 2000 en 2003 pas na herschaling van de PISA-2000-gegevens onderling worden vergeleken. Die vergelijking kan ook dan niet plaatsvinden voor het niveau voor wiskunde in zijn geheel: slechts vergelijking op de domeinen 'Vorm en Ruimte' respectievelijk 'Veranderingen en Relaties' is mogelijk. Het vergelijken van de 'ruwe' scores van PISA-2000 met PISA-2003 is een activiteit die niet getuigt van ultieme wiskundige geletterdheid, zou men zelfs kunnen stellen...

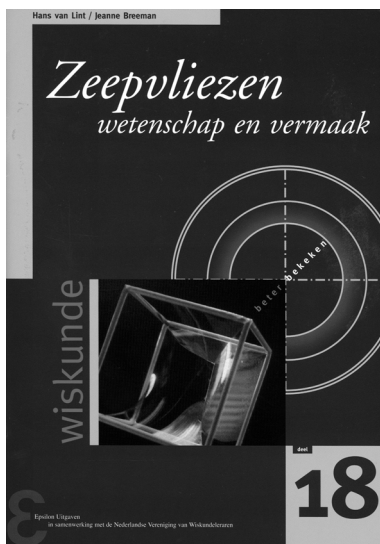
Samengevat kan worden gezegd dat de vaardigheid in wiskunde van vijftienjarigen in Nederland tot de hoogste in de wereld behoort, maar dat er aanwijzingen zijn dat die vaardigheid in 2003 iets minder is dan in 2000.

Inmiddels zijn Freudenthal Instituut en CITO gezamenlijk gestart met een meer diepgaande studie van de uitkomsten van dit PISA-onderzoek 2003 voor wiskunde. Eind

2005 zal een uitgebreid rapport over wiskundekennis en vaardigheden op basis van het PISA-onderzoek in Nederland, ook in relatie tot de ons omringende landen, verschijnen. Omdat het onderwerp 'Probleem oplossen' en de daarbij gebruikte vragen verwantschap met vaardigheden in het wiskundedomein vertonen, zal in dat vervolgonderzoek ook aandacht worden besteed aan de mogelijke samenhang in de PISA-scores van die twee onderwerpen. Tevens zullen we aan de hand van voorbeelden proberen te schetsen wat in onze ogen een gewenst en verantwoord kennis- en vaardigheidsniveau zou dienen te zijn in een kenniseconomie als de Nederlandse. De boodschap van PISA-2003 is, zo menen we, niet alleen de rooskleurige die een hoge positie op de internationale ranglijst zou kunnen suggereren.

*Kees Lagerwaard en Ger Limpens  
toetsdeskundigen wiskunde, CITO, Arnhem*

## Verschenen

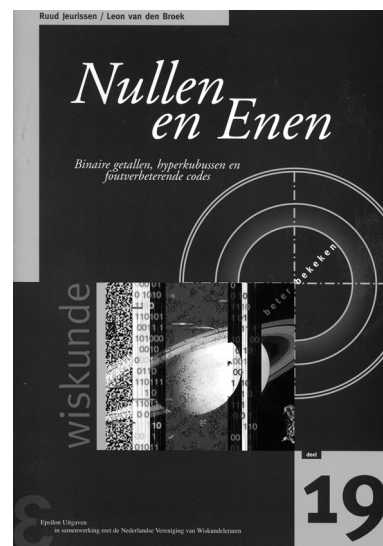


*Zeepvliezen, wetenschap en vermaak*  
Hans van Lint & Jeanne Breeman

Zeepbellen en zeepvliezen kunnen de mooiste vormen en kleuren aannemen. Dat is niet alleen leuk om mee te spelen, maar ook erg boeiend voor wiskundigen.

In dit Zebra-boekje staan talrijke experimenten die te doen zijn met zeepsop en wat huis-, tuin-, en keukenspullen. De fascinerende structuren die de zeepbellen daarbij vormen, roepen allerlei meetkundige vragen op. Daarnaast komen de fysische aspecten van zeep aan de orde en geeft de historische bijlage een overzicht van wiskundigen die een bijdrage hebben geleverd aan de meetkunde in dit boekje. Deze Zebra bevat veel opgaven en ook grotere opdrachten.

De ZEBRA reeks wordt uitgegeven door Epsilon Uitgaven, Utrecht, in samenwerking met de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren en is verkrijgbaar in de boekhandel.



*Nullen en Enen*  
Ruud Jeurissen & Leon van den Broek

Door onze tien vingers zijn we gewend om te tellen in het tientallig stelsel en ons dagelijks reksysteem is daarop gebaseerd. Deze Zebra laat ook andere getalsystemen zien. Een computer rekt alleen maar met enen en nullen: het binaire stelsel. Veel tekst, geluid en beeld wordt op die manier, digitaal, opgeslagen.

Bij het verzenden van zo'n digitale foto, bijvoorbeeld van een ruimtesonde naar de aarde, kan informatie verloren gaan. Codetheorie geeft methodes om deze fouten te verbeteren en zo toch een goed beeld van de foto te krijgen. Hoe dat in zijn werk gaat, ontdek je in deze Zebra. Natuurlijk kun je ook zelf aan de slag met de vele opgaven.