

In het kader van de rubriek *Gewoon een leuke les*: de docent neemt steeds meer de plaats in van coach en met de huidige boeken kunnen leerlingen steeds zelfstandiger aan de slag. In dit artikel beschrijven **Bart van de Rotten**, beginnend docent op het Alkwin Kollege in Uithoorn, en **Herman Schalk**, docent aan de lerarenopleiding van de VU, hun ervaringen met een experiment waarin de leerlingen in groepen een hoofdstuk doorwerken en de leerstof aan elkaar presenteren.

Permutaties en Combinaties

Leerlingen aan het woord

Inleiding en doelstelling

Een leerlinge uit klas 4v2-b7 staat in haar eentje voor de klas met haar aantekeningen in de hand. Op het bord tekent ze drie grote ellipsen die elkaar snijden; een Venn-diagram. Ze draait zich om naar de klas en zegt: 'Nu gaan we de gegevens die in de opgave staan, invullen in het diagram.' Stap voor stap vult ze het diagram in en schrijft daarbij telkens een korte berekening op het bord. Als het hele Venn-diagram klaar is, vraagt ze tenslotte: 'Zijn er nog vragen?'

De leerling gaf les aan de klas, precies zoals we het voor ogen hadden: een interessant voorbeeld, een degelijke uitwerking en een heldere, rustige uitleg. We zouden het zelf niet beter hebben gedaan.

Het doel van de tweede fase is de leerlingen uit te laten groeien tot zelfstandige en zelfverantwoordelijke mensen die weten waar ze informatie vandaan kunnen halen en hoe ze die efficiënt kunnen verwerken. Ook is er in de huidige maatschappij vraag naar communicatief vaardige mensen. In de klas vertaalt dit zich naar samenwerkend leren en activerende werkvormen in plaats van klassikale uitleg en het individueel werken aan opgaven. Maar hoe ervaren leerlingen een hoge mate van zelfverantwoordelijkheid en leren ze dan wel evenveel? En, al lijkt het een *contradictio in terminis*, waar moet je als docent op letten als je de klas alles zelf laat doen?

Naar aanleiding van deze vragen ontstond het idee om een keer uit te proberen hoe het is als je de taak van de docent tot een minimum beperkt. De leerlingen werken in

groepen het hoofdstuk door, zijn volledig op elkaar aangewezen en zijn verantwoordelijk voor het eigen werk en dat van de groepsgenoten.

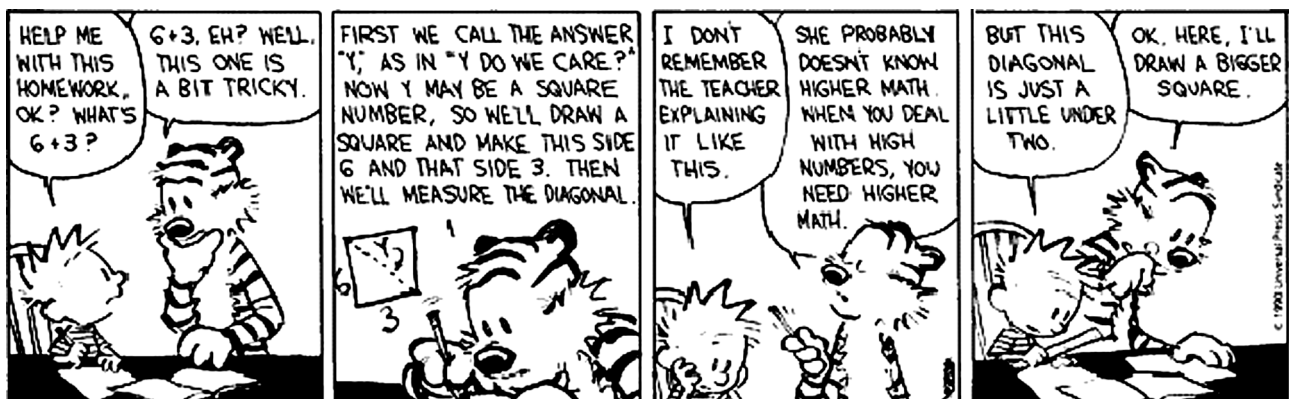
Dit leidt tot de volgende onderzoeksvraag: 'Hoe efficiënt en bevredigend is het voor leerlingen en voor de docent als de leerlingen in groepsverband een hoofdstuk doorwerken?'

Voor efficiëntie wordt in eerste plaats natuurlijk naar de leerresultaten gekeken, maar ook de werkdruk voor de leerlingen en voor de docent spelen een belangrijke rol. Of de werkvorm bevredigend kan worden genoemd, hangt af van het oordeel van de leerlingen en of het groepsproces in de ogen van de docent het gewenste resultaat heeft.

Alvorens de onderzoeksvraag te beantwoorden, laten we zien hoe we ons hebben voorbereid op deze lessenserie, hoe de uitvoering was en wat de resultaten waren van de lessenserie.

Achtergrond

Volgens Rob Martens (2004) wordt in 'moderne' vormen van onderwijs geprobeerd leerlingen zelf te laten ontdekken, meer de relevantie te laten zien van wat wordt aangeboden, en is de docent veranderd van iemand die precies vertelt hoe het zit en hoe het moet, in iemand die het leerproces op een afstand coacht en begeleidt. Hij waarschuwt echter dat het geven van meer vrijheid aan de leerlingen vaak een averechts effect heeft en juist niet motiverend werkt.



De gevaren zijn, volgens Titus Geerligts (2002), dat door allerlei akkefietjes nu en dan veel tijd verloren gaat en leerlingen elkaar ook van het werk af kunnen houden. ‘Hier staat tegenover dat leerlingen heel veel van elkaar kunnen opsteken en elkaar kunnen stimuleren tot leren, dat belangrijke sociale vaardigheden als naar elkaar kunnen luisteren en taken kunnen verdelen worden geoefend en dat leerlingen leren zelfstandig bezig te zijn.’

Volgens Sebo Ebbens e.a. (1996) worden leerlingen in de samenwerking met andere leerlingen ‘gedwongen’ hun gedachten te verwoorden. Hierdoor zijn de leerlingen actief bezig de aangeboden informatie te verwerken.

Wanneer samenwerking door de docent gestructureerd wordt en voldoet aan vijf sleutelbegrippen (positieve wederzijdse afhankelijkheid, individuele aanspreekbaarheid, directe interactie, aandacht voor sociale vaardigheden, aandacht voor groepsprocessen) blijken leerlingen effectief samen te kunnen leren. Als leerlingen elkaar kunnen ondersteunen, heeft de docent de handen vrij om gericht specifieke leerlingen te helpen en zich bezig te houden met de organisatie van de les.

Afgaande op het beeld dat wordt geschetst in de vakbladen, wordt bij wiskunde ‘groepswerk’ voornamelijk toegepast wanneer leerlingen (praktische) opdrachten moeten uitvoeren, zie bijvoorbeeld de verslagen van Mark van den Aarssen e.a. (2004) en Cynthia Pattinaja e.a. (2004). Bij deze opdrachten ligt echter de nadruk op het toepassen van het geleerde en niet op het leren zelf. Daarom vragen wij ons af hoe het samenwerken gaat als leerlingen in groepen een heel hoofdstuk doorwerken.

Beginsituatie en leerstof

De klas bestaat uit 22 leerlingen uit 4 vwo waarvan zeven leerlingen wiskunde-B12 hebben gekozen in het NT-profiel, en vijftien leerlingen wiskunde-B1 (dertien in het NG-profiel en twee in het EM-profiel). Een vrij gemixte klas dus, wat ook is gebleken uit de resultaten van eerdere toetsen die de leerlingen hebben gemaakt.

Het onderwerp van deze lessenserie is permutaties en combinaties. Als materiaal is gebruikgemaakt van hoofdstuk 2 van Getal en Ruimte vwo A/B1. De methode biedt veel aandacht aan het zelfstandig leren, is vrij overzichtelijk opgezet en bevat veel terugblikken en samenvattingen. Hoofdstuk 2 is voornamelijk bedoeld om de efficiëntie van het tellen van de leerlingen te verhogen. De nieuwe theorie over permutaties en combinaties sluit nauw aan bij wat de leerlingen reeds in 3 vwo hebben geleerd: het systematisch tellen door gebruik te maken van boomdiagrammen, wegendiagrammen, roosters en systematisch noteren. Alle opgaven zouden ze in principe met behulp van deze kennis kunnen maken, al levert het dan soms behoorlijk wat werk op.

De verwachting is dat de leerlingen zich het onderwerp eigen kunnen maken als ze zelfstandig het hoofdstuk doorwerken, en zeker als ze het in groepsverband moeten doen.

Opzet van de lessenserie

Effectief bestond de serie uit acht lessen in drie weken. Tijdens de eerste les werden de leerlingen ingedeeld in zes groepen van drie of vier leerlingen, waarin ze deze periode met elkaar moesten optrekken.

Voor de hele periode kregen ze een studieplanner die per week aangaf wat er moest worden gemaakt. Als de leerlingen thuis aan de opgaven werkten, konden ze die aan het begin van elke les met elkaar bespreken. Als ze er niet uit kwamen, konden ze de uitwerkingenmap erbij pakken of aankloppen bij de docent.

Elke les moest per groep een voorzitter worden aangewezen, die ervoor zorgde dat iedereen aan het woord kon komen, en een secretaris, die de tijd moest bewaken.

Om zicht te houden op de werkzaamheden van de groepen, dienden de secretarissen elke les een logboek in te vullen. Daarop gaven ze aan met welke opgaven de groep bezig was geweest, hoe lang en op welke problemen ze precies waren gestuit.

Ook de klassikale uitleg verzorgden de leerlingen zelf. De onderwerpen die aan bod kwamen, waren het Venn-diagram, de en/of-regel, permutaties, combinaties, de driehoek van Pascal en het binomium van Newton. Elke groep moest aan de hand van een voorbeeldopgave, die de leerlingen zelf verzonnen of uit het boek haalden, een korte presentatie voorbereiden van hooguit tien minuten. Eén leerling van de groep werd aangewezen om het onderwerp uit te leggen aan de rest van de klas. Na de uitleg was er gelegenheid voor vragen en eventueel discussie. De overige leden van de groep konden dan inspringen. Tenslotte gaven de andere groepen een cijfer voor de presentatie met als criteria: creativiteit, duidelijkheid en correctheid/volledigheid.

Tijdens deze lessenserie waren er drie momenten van toetsing. Vóór de herfstvakantie werd een zogenaamde voortgangstoets afgenomen. De leerlingen hadden een lesuur (45 minuten) om de toets te maken. De toets was bedoeld om de voorkennis te testen en om uiteindelijk de voortgang van de leerlingen te kunnen onderzoeken. De toetsen werden wel nagekeken, maar er werden geen aantekeningen op gemaakt. Tijdens de laatste les van de lessenserie kregen de leerlingen hun niet-gecorrigeerde werk terug en moesten ze op een nieuw blaadje aangeven of ze een betere of snellere oplossing konden bedenken: ‘Kan beter/sneller, namelijk...’, ‘Had ik fout, het moet zijn...’. Als ze een opgave goed hadden en ze hadden geen commentaar, dan konden ze dat opschrijven.

Het hoofdstuk werd met een schriftelijke eindtoets afgesloten. Ook hiervoor kregen ze een lesuur.

De uitvoering van de lessen

Het meeste werk ter voorbereiding van deze lessenserie zat in het ontwerpen van de voortgangstoets en de eind-

toets, het samenstellen van de studieplanner, het uitwerken van de instructie voor de leerlingen (op papier) en natuurlijk het bestuderen van de stof.

Tijdens de lessenserie lag de werkdruk een stuk lager en konden we onze aandacht richten op de werkhouding en de samenwerking van de leerlingen.

Over het algemeen werd er goed gewerkt. Aan het begin van elke les werd binnen de groepen even kortgesloten waar iedereen was met de opgaven, maar veel problemen hadden de leerlingen niet te bespreken. Daarom gingen ze vrij vlot aan de slag met het huiswerk en bleef het samenwerken beperkt tot het stellen van korte vragen aan elkaar. De meest intensieve samenwerking tussen de leerlingen ontstond bij het voorbereiden van de presentaties. Vanaf de eerste les waren de leerlingen bezig met de opgaven van hun onderwerp. Antwoorden werden gecontroleerd, theorie werd besproken en ideeën werden uitgewerkt. Vaak werd de presentatie vervolgens door één leerling uitgeschreven.

Toch ging niet alles vlekkeloos. Af en toe kwam het voor dat een leerling niet uit een opgave kwam en de rest van de groep hem hierbij niet kon helpen omdat ze nog niet zover waren. In plaats van het geven van de oplossing werd de leerling er door zijn docent op gewezen dat hij verder moest werken zodat de opgave later in de groep kon worden besproken. Kwam uiteindelijk niemand uit de opgave, dan werd de groep in één keer geholpen.

Ondanks dat we hadden aangegeven dat de leerlingen binnen de aangegeven groepen moesten werken, werden er contacten tussen de groepen gelegd. Het argument was dat de oplossing even zo goed bij een andere groep gehaald kon worden als bij de docent of uit de uitwerkingenmap. Dit klonk heel logisch, maar er was iets. Pas achteraf bedachten we dat op die manier het groepsproces werd doorbroken, want één leerling werd hierdoor tijdelijk aan een andere groep onttrokken.

In weer een andere groep had een jongen een hele les nodig om zijn map opnieuw in te ruimen. Die les hadden zijn groepsgenoten dus niets aan hem.

Omdat we een grote mate van verantwoordelijkheid voor het hoofdstuk bij de leerlingen wilden leggen, hebben we toegestaan dat er tijdens de les af en toe werd gekletst over andere onderwerpen dan wiskunde. Hierdoor heerste in de klas een gemoedelijke sfeer.

De presentaties

Tijdens de introductieles konden de leerlingen nog geen presentatie geven. Omdat de presentaties niet te ver mochten achterlopen bij het huiswerk, waren er twee presentaties gepland in de daaropvolgende les.

De allereerste presentatie ging over Venn-diagrammen en zat gedegen in elkaar. De meeste leerlingen bleken nog niet veel ervaring te hebben met het houden van presentaties. Wat de leerling-docenten vooral moeilijk von-

den, was de combinatie van schrijven op het bord en het praten voor de klas. Op het bord kwamen vooral korte onafhankelijke zinnen en het contact met de klas werd dan ook vaak snel verloren.

Voor de tweede presentatie, over de driehoek van Pascal, was een eigen situatie verzonden met een konijntje dat via verschillende wegen bij het bos kon komen. Bij de andere presentaties werden opgaven uit het boek uitgewerkt.

Na afloop van de presentaties waren er niet veel vragen, wat in onze ogen vaak betekende dat de klas de uitleg niet helemaal begreep. Dit bleek echter niet uit de zeer hoge beoordelingen die de leerlingen gaven.

Het was waarschijnlijk niet duidelijk aan welke eisen een presentatie moest voldoen. Na twee presentaties hebben we besloten om met terugwerkende kracht zelf ook een beoordeling te geven voor de presentaties en het cijfer van de klas hiermee te middelen. Dit was alleen om een signaal af te geven, want voor de voorbereiding en voor de spanning van het lesgeven zelf hadden de leerlingen minimaal een voldoende verdiend.

In 4 vwo mogen alleen cijfers gegeven worden voor toetsen die in het PTA vermeld staan. Daarom is in overleg met de schoolleiding besloten om de beoordeling van de presentaties als ophoging voor het toetscijfer te gebruiken.

De voortgangstoets

De voortgangstoets bestond uit dertien opgaven die op de laatste na allemaal waren op te lossen door systematisch het antwoord uit te schrijven, de standaardaanpak. Tijdens het hoofdstuk leerden de leerlingen een meer doordachte en efficiëntere aanpak. Belangrijk was daarbij of het principe geleerd was en of dit op een juiste manier werd toegepast. Rekenfouten werden minder zwaar aangerekend, tenzij deze een direct gevolg waren van het verkeerd toepassen van de theorie. In figuur 1 en figuur 2 staan de resultaten van de voortgangstoets vóór de lessenserie, respectievelijk die van de controle na afloop van de serie.

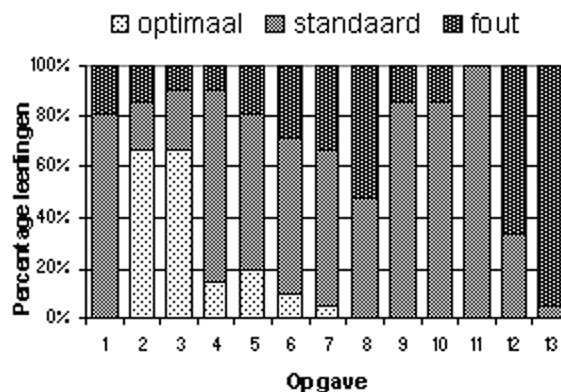


fig. 1 Resultaat van de voortgangstoets vóór de lessenserie

Duidelijk blijkt dat de leerlingen tijdens de lessenserie veel hebben opgestoken: bij elke opgave van de voort-

gangstoets gebruikt een hoger percentage van de leerlingen een efficiënte oplossingstechniek. Terwijl in eerste instantie sommige opgaven niet werden begrepen, kon na de lessenserie nagenoeg iedereen alle opgaven maken. Wel moeten we opmerken dat de leerlingen vaak aangaven dat de oplossing van de opgave kon worden verbeterd, maar dat ze vervolgens deze verbetering niet doorvoerden. Bovendien waren enkele leerlingen bij het controleren van het eigen werk na de lessenserie snel tevreden als ze de oplossing volgens hen goed hadden en dachten ze vervolgens niet na over verbeteringen.

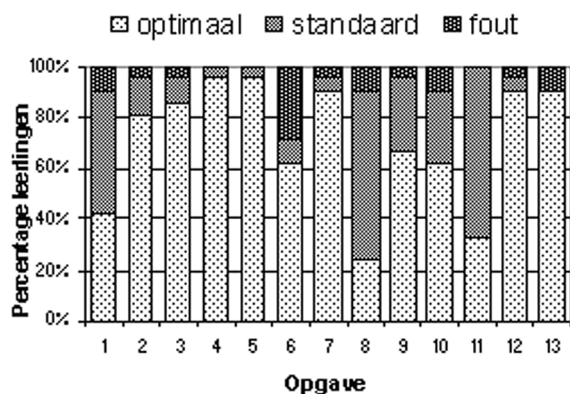


fig. 2 Het resultaat van de controle van de voortgangstoets na de lessenserie

Enkele opmerkelijk details uit beide grafieken kunnen we verklaren. Van opgaven 2 en 3 werd de efficiënte manier al behandeld in 3 vwo. Veel leerlingen hadden deze goed onthouden. Bij opgave 8 werd gevraagd wat het verschil tussen de opgaven 6 en 7 was. Als ze expliciet aangaven dat het in opgave 6 om permutaties ging en in opgave 7 om combinaties werd dit beschouwd als optimaal. Bij opgave 6 werd echter vaak nog combinaties toegepast. Opgaven 12 en 13 konden zonder de theorie uit hoofdstuk 2 nauwelijks gemaakt worden. Slechts enkele leerlingen hadden door wat precies gevraagd werd. Omdat juist deze opgaven veel voorkomen in het boek, kon na afloop bijna iedereen ze goed maken.

De eindtoets

Een week na de lessenserie werd er in alle 4 vwo-classes een eindtoets afgenomen.

Deze klas haalde voor de eindtoets gemiddeld een 7,1. Het laagste cijfer was 4,7 en het hoogste een 9,5.

In een andere klas met 20 leerlingen die wiskunde-B1 doen en twee leerlingen die wiskunde-B1,2 doen, was het gemiddelde een 7,2, het laagste cijfer een 3,6 en hoogste cijfer een 10.

In een derde klas met één leerling die wiskunde-B1 doet en 20 leerlingen die wiskunde-B1,2 doen, was het gemiddelde een 7,5, het laagste cijfer een 5,2 en hoogste cijfer een 9,5. De toets was dus in vergelijking met andere groepen niet noemenswaardig beter of slechter gemaakt.

Evaluatie van de leerlingen

Om de mening te peilen van de leerlingen is hen gevraagd om na de eindtoets een enquête in te vullen. Daarbij moesten ze aangeven of ze het met negen stellingen eens waren door een oordeel op de schaal van '—' tot '++' te geven, waarbij '—' staat voor 'helemaal mee oneens' en '++' voor 'helemaal mee eens'. De stellingen waren:

1. Ik vond het goed dat we de stof aan elkaar moesten presenteren.
2. Ik vond het leuk om het hoofdstuk met mijn groep door te werken.
3. Ik heb nu een beter begrip van de stof dan voor de lessenserie.
4. Ik vond deze lessenserie uitdagender dan onze 'normale' wiskundelessen.
5. Ik had genoeg tijd tijdens de les om mijn werk te doen.
6. Door de voorkennistoets was ik goed voorbereid op dit hoofdstuk.
7. Ik vind dat we andere hoofdstukken op dezelfde manier kunnen behandelen.
8. De toets sloot goed aan bij het hoofdstuk.
9. Ik denk dat ik de toets goed gemaakt heb.

Twee leerlingen hebben de enquête niet ingeleverd. De meningen van de overige leerlingen zijn samengevat in figuur 3. Enkele punten vallen direct op. Zo vond bijna iedereen het leuk om in vaste groepen te werken en was iedereen er qua begrip op vooruitgegaan. Bovendien vonden veel leerlingen de voortgangstoets aan het begin van de lessenserie nuttig.

De lessenserie werd niet uitdagender gevonden dan de standaard wiskundelessen en niemand durfde hoog in te zetten op het resultaat van de eindtoets.

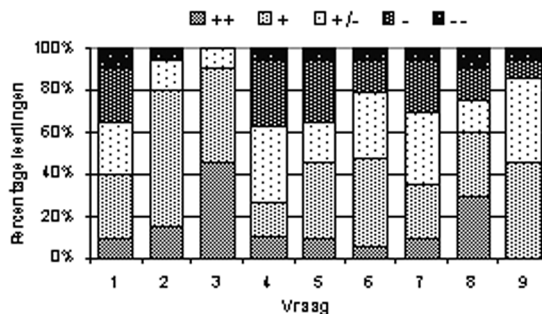


fig. 3 De mening van de leerlingen bij negen stellingen over de lessenserie

Op de vraag welk cijfer ze voor de lessenserie zouden geven, was het gemiddelde een 7,3. Eén leerling waardeerde de serie met een 5.

Onderaan de enquête konden ze hun opmerkingen over de lessenserie kwijt. Daaruit kwam onder andere naar voren dat de leerlingen tijdens de les liever wat meer tijd hadden om het huiswerk te maken, in plaats zich bezig te houden met de presentaties en de logboeken die gezien werden als tijdsverspilling.

We sluiten de evaluatie af met enkele opvallende opmerkingen van de leerlingen:

‘Op zich vond ik het heel leuk om dit hoofdstuk zo te behandelen. Ik heb er dan ook veel van geleerd. Het enige jammer was dat wij erg snel alles af moesten hebben omdat ons onderwerp achterin het hoofdstuk zat maar we natuurlijk wel ruim daarvoor alles al af moesten hebben. Dat was wel even hard werken.’

‘Het is wel handig om met een groepje te werken en zo het hoofdstuk door te nemen. Alleen van de presentaties werd het niet altijd duidelijker. Helemaal toen de theorie moeilijker werd, was het moeilijk te volgen.’

‘Bij de presentaties over moeilijke onderwerpen moeten de leerlingen die de presentatie geven meer hulp van de leraar krijgen, anders snappen de mensen in de klas er soms niks van. En dat is wel irritant als je niks van een presentatie snapt.’

‘Geen opmerkingen, de volgende keer kan op dezelfde manier.’

Conclusie

We kunnen het antwoord op de onderzoeksvraag als volgt samenvatten.

Was de aanpak van lessenserie efficiënt voor de leerlingen? Uit de resultaten van de eindtoets blijkt dat de leerlingen even goed waren voorbereid op de eindtoets als de leerlingen uit de andere klassen. Hoewel de presentaties en de logboeken als werkdrukverhogend werden gezien, hadden de meeste leerlingen tijdens de les voldoende tijd om hun werk te doen.

Was de aanpak van lessenserie bevredigend voor de leerlingen? De leerlingen gaven bij de enquête aan dat ze het werken in vaste groepen prettig vonden. Bovendien waren ze van mening dat ze de stof beter begrepen dan voor de lessenserie. Door de voortgangstoets waren ze goed voorbereid op het hoofdstuk.

De leerlingen wilden een volgende keer wel meer begeleiding bij het houden van de presentaties.

En voor de docent? Het was voor ons leerzaam om te zien hoe leerlingen omgingen met het voorbereiden en het geven van de presentaties. De leerlingen waren enthousiast en gemotiveerd om de presentaties voor te bereiden, wat voor ons ook stimulerend werkte. Ze vonden het duidelijk minder geslaagd om voor de klas te staan. Sommige presentaties liepen niet lekker en daarom vonden we het

noodzakelijk om af en toe een aanvullende opmerking te maken of een controleopgave voor te leggen aan de klas.

Het werken van de leerlingen in groepsverband was voor ons erg bevredigend omdat we ons konden concentreren op de vragen die er echt toe deden. Evidente problemen werden namelijk snel in de groepen opgelost.

Voor ons was de werkdruk voornamelijk geconcentreerd rondom de voorbereiding van de lessenserie, ook omdat het de eerste keer was dat we deze werkwijze toepasten. De lessenserie leverde niet veel meer of minder werk op dan standaardlessen.

Omdat dit onderzoek is uitgevoerd in één klas, kunnen we ons afvragen hoe betrouwbaar het antwoord op onze onderzoeksvraag is. Wat in de ene klas gunstig uitpakt, kan in een andere klas goed mislopen. Een tweede probleem was dat de onderzoeker ook de rol vervulde van docent, waardoor het moeilijk was om goed zicht te krijgen op het groepswerk.

Tenslotte was het een onderzoek van een complex geheel, waardoor moeilijk in te schatten was wat de bijdrage was van de verschillende onderdelen, te weten de presentaties, het samenwerken en de voortgangstoets.

Aanbevelingen

Al met al vinden we het zeker de moeite waard om dit idee verder uit te werken. Waar veel aandacht aan moet worden besteed, is de instructie die de leerlingen meekrijgen. De meeste leerlingen zijn bereid om veel te doen, mits maar duidelijk is wat ze moeten doen en waarom.

Om een zuiverder beeld te krijgen van het effect van samenwerkend leren op de leerprestaties van de leerlingen, zou dit experiment nogmaals moeten worden uitgevoerd, liefst in meer dan één klas, maar dan zonder de presentaties en de voortgangstoets. De resultaten van deze klassen moeten dan natuurlijk worden vergeleken met controleklassen.

Iedereen die geïnteresseerd is in de toetsen, in de instructie die aan de leerlingen is uitgedeeld of in nadere uitleg over dit experiment kan contact opnemen met de auteurs (barotten@hotmail.com).

*Bart Rotten, Alkwin Kollege, Uithoorn
Herman Schalk, VU Amsterdam*