

In het WisMaat-project is een digitale leeromgeving ontwikkeld waarin de nadruk ligt op de feedbackmogelijkheden van ICT. **Peter Boon** en **Martin van Reeuwijk** delen hun ervaringen.

WisMaat

wiskunde op maat in een digitale leeromgeving

Inleiding

Negatieve getallen kom je overal om je heen tegen, en het concept negatieve getallen is voor de meeste leerlingen in het voortgezet onderwijs dan ook niet nieuw of moeilijk. Rekenen met negatieve getallen kan lastig zijn. Een thermometer is een veelgebruikte context voor de introductie van negatieve getallen: een concrete getallenlijn waarop negatieve getallen kunnen worden afgebeeld.



fig. 1 Getallenlijn

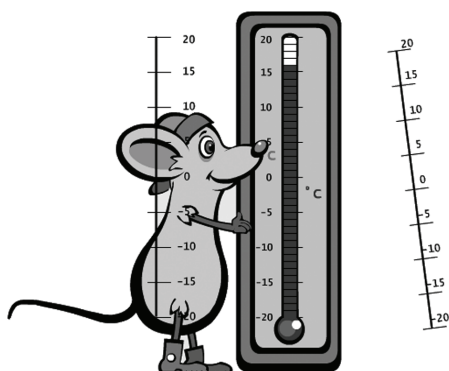


fig. 2 Detail van de getallenlijn

De getallenlijn is een krachtig model om ook bewerkingen met negatieve getallen te visualiseren en er zo bete-

kenis aan te geven. De thermometer kan tot een getallenlijn geabstraheerd worden.

Sprongen maken op de getallenlijn visualiseert het optellen en aftrekken van getallen. Om daar handig in te worden, kan enige oefening helpen.

Piet Puk – een oefenleerling – is met activiteit 5 ‘Sprongen op de getallenlijn’ aan het oefenen met optellen en aftrekken van negatieve getallen. De ene keer wordt gevraagd in te vullen hoeveel erbij of eraf gaat en de andere keer wat het resultaat van een optelling of aftrekking is. Op niveau 1 wordt er alleen met hele getallen gewerkt. Daar had Piet Puk 10 punten gehaald en op niveau 2 – nu ook met breuken – heeft hij voor de eerste vier opgaven de volle 10 punten gehaald, opgave 5, 6, en 7 overgeslagen (of niet goed gedaan) en voor opgave 8 ook weer 10 punten gescoord.

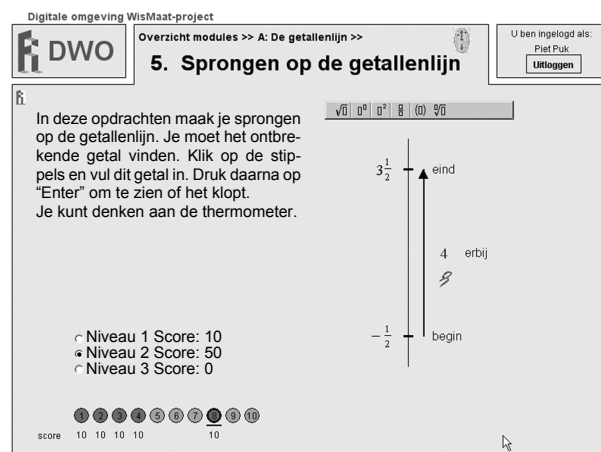


fig. 3 Sprongen op de getallenlijn

Binnen deze oefenapplet in de Digitale Wiskunde Omgeving voor het WisMaat-project kan Piet Puk op diverse niveaus oefenen; hij krijgt feedback en kan zelf kiezen welke opdrachten hij wanneer doet. Al zijn werk wordt opgeslagen, zodat hij de volgende keer thuis of op school verder kan. Bovendien kan de docent van Piet Puk ook

zien wat zijn leerling doet, omdat de docent net als Piet Puk elke stap van het werk terug kan halen.

Het ontstaan van het WisMaatproject

Ondanks inspanningen van de docent blijkt wiskunde voor veel leerlingen een struikelvak. Kan ICT oplossingen bieden voor deze situatie? Hoe?

Het Aloysius College in Den Haag bracht deze vraag in omloop via de Kennisrotonde bij Stichting ICT op School. De Kennisrotonde stelt zich als doel om vragen uit het onderwijs te verzamelen, te articuleren, te inventariseren of de vragen breder leven en vervolgens experts in te schakelen om te proberen een antwoord op de vraag te vinden.

In het geval van de vraag van het Aloysius College sloten zich zeven andere VO-scholen aan en werden ervaren ontwikkelaars van digitale bedrijfsopleidingen en het Freudenthal Instituut benaderd te participeren in een project. Zo werd het WisMaatproject geboren. In overleg met de docenten van de acht scholen is ervoor gekozen digitaal lesmateriaal te ontwikkelen als vervanging van (voorlopig) enkele hoofdstukken uit de bestaande wiskundemethoden in de eerste en tweede klas van HAVO-VWO. Bin-

nen dit materiaal willen we ideeën en mogelijkheden uitproberen om te komen tot beter wiskundeonderwijs.

De rol die ICT hierin speelt is tweeledig. Enerzijds onderzoeken en gebruiken we de mogelijkheden van ICT om te komen tot wiskundeactiviteiten die rijker, aantrekkelijker en meer op het individu zijn toegesneden. Anderzijds wordt ICT ingezet voor een toegankelijke omgeving met leerlingregistratie die het voor de docent mogelijk maakt beter en efficiënter overzicht te houden op de leerresultaten van de leerlingen.

WisMaat: wiskundeactiviteiten in een digitale leeromgeving

De digitale wiskundeactiviteiten die in WisMaat worden ontwikkeld, bieden we aan in een webbased digitale leeromgeving. Binnen het project is gekozen gebruik te maken van de DWO (digitale wiskunde oefenomgeving) van het Freudenthal Instituut. Het ontwikkelde lesmateriaal voldoet aan de SCORM-standaard, waardoor het in de toekomst ook in een andere ELO, bijvoorbeeld Moodle, Teletop of N@tschool kan worden opgenomen. Deze digitale leeromgeving maakt het mogelijk om het werk dat de leerling achter de computer doet te registreren.

DWO	Resultaten					U bent ingelogd als:																																																																																																																		
<p>Overzicht modules</p> <p>Mijn Profiel</p> <p>Klassen beheren</p> <p>Modules beheren</p> <p>Resultaten van klas: - 1c - 1d</p>	<p>Module "F: Allerlei opdrachten"</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Activ. 1</th> <th>Activ. 2</th> <th>Activ. 3</th> <th>Activ. 4</th> <th>Activ. 5</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Klas 1d</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Ida Blom</td> <td>100 %</td> <td>100 %</td> <td>100 %</td> <td>100 %</td> <td>54 %</td> </tr> <tr> <td>jantine rottgering</td> <td>100 %</td> <td>100 %</td> <td>100 %</td> <td>100 %</td> <td>91 %</td> </tr> <tr> <td>Bas Salzmänn</td> <td>100 %</td> <td>100 %</td> <td>100 %</td> <td>100 %</td> <td>91 %</td> </tr> <tr> <td>Max Tilli</td> <td>55 %</td> <td>50 %</td> <td>50 %</td> <td>100 %</td> <td>100 %</td> </tr> <tr> <td>Sjoerd Oppenheim</td> <td>100 %</td> <td>100 %</td> <td>100 %</td> <td>100 %</td> <td>75 %</td> </tr> <tr> <td>rosa kosters</td> <td>100 %</td> <td>100 %</td> <td>100 %</td> <td>100 %</td> <td>100 %</td> </tr> <tr> <td>Charlotte van Zuilekom</td> <td>100 %</td> <td>100 %</td> <td>100 %</td> <td>100 %</td> <td>66 %</td> </tr> <tr> <td>rinske breuer</td> <td>100 %</td> <td>100 %</td> <td>100 %</td> <td>100 %</td> <td>100 %</td> </tr> <tr> <td>Moeaz Ramadan</td> <td>100 %</td> <td>100 %</td> <td>100 %</td> <td>100 %</td> <td>91 %</td> </tr> <tr> <td>roger opdenberg</td> <td>100 %</td> <td>100 %</td> <td>100 %</td> <td>100 %</td> <td>95 %</td> </tr> <tr> <td>Bert Peters</td> <td>100 %</td> <td>100 %</td> <td>100 %</td> <td>100 %</td> <td>66 %</td> </tr> <tr> <td>michiel van weeren</td> <td>100 %</td> <td>100 %</td> <td>100 %</td> <td>100 %</td> <td>91 %</td> </tr> <tr> <td>Martijn Severijnen</td> <td>0 %</td> <td>100 %</td> <td>100 %</td> <td>50 %</td> <td></td> </tr> <tr> <td>thomas burger</td> <td>100 %</td> <td>100 %</td> <td>100 %</td> <td>100 %</td> <td>100 %</td> </tr> <tr> <td>bob keijer</td> <td>100 %</td> <td>100 %</td> <td>100 %</td> <td>100 %</td> <td>54 %</td> </tr> <tr> <td>Thom Almeida</td> <td>100 %</td> <td>100 %</td> <td>100 %</td> <td>100 %</td> <td>83 %</td> </tr> <tr> <td>maud bijl de vroe</td> <td>100 %</td> <td>100 %</td> <td>100 %</td> <td>96 %</td> <td>0 %</td> </tr> </tbody> </table>						Activ. 1	Activ. 2	Activ. 3	Activ. 4	Activ. 5	Klas 1d						Ida Blom	100 %	100 %	100 %	100 %	54 %	jantine rottgering	100 %	100 %	100 %	100 %	91 %	Bas Salzmänn	100 %	100 %	100 %	100 %	91 %	Max Tilli	55 %	50 %	50 %	100 %	100 %	Sjoerd Oppenheim	100 %	100 %	100 %	100 %	75 %	rosa kosters	100 %	100 %	100 %	100 %	100 %	Charlotte van Zuilekom	100 %	100 %	100 %	100 %	66 %	rinske breuer	100 %	100 %	100 %	100 %	100 %	Moeaz Ramadan	100 %	100 %	100 %	100 %	91 %	roger opdenberg	100 %	100 %	100 %	100 %	95 %	Bert Peters	100 %	100 %	100 %	100 %	66 %	michiel van weeren	100 %	100 %	100 %	100 %	91 %	Martijn Severijnen	0 %	100 %	100 %	50 %		thomas burger	100 %	100 %	100 %	100 %	100 %	bob keijer	100 %	100 %	100 %	100 %	54 %	Thom Almeida	100 %	100 %	100 %	100 %	83 %	maud bijl de vroe	100 %	100 %	100 %	96 %	0 %	<p>U bent ingelogd als:</p> <p>Uitloggen</p>
	Activ. 1	Activ. 2	Activ. 3	Activ. 4	Activ. 5																																																																																																																			
Klas 1d																																																																																																																								
Ida Blom	100 %	100 %	100 %	100 %	54 %																																																																																																																			
jantine rottgering	100 %	100 %	100 %	100 %	91 %																																																																																																																			
Bas Salzmänn	100 %	100 %	100 %	100 %	91 %																																																																																																																			
Max Tilli	55 %	50 %	50 %	100 %	100 %																																																																																																																			
Sjoerd Oppenheim	100 %	100 %	100 %	100 %	75 %																																																																																																																			
rosa kosters	100 %	100 %	100 %	100 %	100 %																																																																																																																			
Charlotte van Zuilekom	100 %	100 %	100 %	100 %	66 %																																																																																																																			
rinske breuer	100 %	100 %	100 %	100 %	100 %																																																																																																																			
Moeaz Ramadan	100 %	100 %	100 %	100 %	91 %																																																																																																																			
roger opdenberg	100 %	100 %	100 %	100 %	95 %																																																																																																																			
Bert Peters	100 %	100 %	100 %	100 %	66 %																																																																																																																			
michiel van weeren	100 %	100 %	100 %	100 %	91 %																																																																																																																			
Martijn Severijnen	0 %	100 %	100 %	50 %																																																																																																																				
thomas burger	100 %	100 %	100 %	100 %	100 %																																																																																																																			
bob keijer	100 %	100 %	100 %	100 %	54 %																																																																																																																			
Thom Almeida	100 %	100 %	100 %	100 %	83 %																																																																																																																			
maud bijl de vroe	100 %	100 %	100 %	96 %	0 %																																																																																																																			

fig. 4 Overzicht van de behaalde resultaten van de leerlingen

De leerling heeft hierdoor de beschikking over een elektronisch 'schrift' waarin hij zijn werk en resultaten verzamelt en dat hij via elke computer met internetaansluiting kan bekijken en er verder mee werken. De docent kan diezelfde gegevens gebruiken om individuele leerlingresultaten en overzichten van zijn klas in te zien, waar en wanneer hij maar wil.

Elke docent weet dat overzicht houden over de prestaties van een klas van 30 leerlingen lastig, zo niet onmogelijk is. Bovenstaande registratiefaciliteiten kunnen, mits goed ontworpen, hieraan een substantiële, wellicht onmisbare bijdrage leveren. Echter, met een goed registratiesysteem alleen ben je er nog niet. Uiteindelijk zijn de wiskundeactiviteiten zelf cruciaal in het leerproces. In deze activiteiten vindt het echte leren plaats. Bij het samenstellen van deze activiteiten kijken we in eerste instantie naar reeds ontwikkelde webbased software voor wiskunde. De uitgebreide collectie applets van WisWeb, waarmee veel scholen ook al ervaring hebben, vormt een belangrijk startpunt bij de materiaalontwikkeling in WisMaat. Ook software die is uitgegeven bij de gangbare wiskundemethoden wordt waar mogelijk ingepast. Naast het visualiseren van wiskundige concepten en het bieden van explo-

ratieve omgevingen, richten we ons binnen WisMaat op de feedbackmogelijkheden van ICT. Sturing kunnen geven in een individueel leerproces is een van de gesignaleerde knelpunten uit de gesprekken die met de WisMaatdocenten zijn gevoerd. Zonder de indruk te willen wekken dat de computer de docent hierin volledig kan vervangen, lijkt het toch mogelijk om automatische feedback te programmeren die een deel van de gemaakte fouten kan ondervangen waardoor de leerling niet vastloopt. De docent wordt zo deels ontlast en kan zich richten op complexere problemen. De ontwikkelde activiteiten worden gebundeld in een aantal modules die samen een leerlijn vormen en een (deel van een) hoofdstuk uit het boek vervangen.

In het WisMaatproject dat tot december 2006 loopt, is het de bedoeling om rond drie onderwerpen uit de eerste en tweede klas HAVO-VWO modules te ontwikkelen: negatieve getallen, letterrekenen en vergelijkingen oplossen, en meetkunde. In de eerste fase van het project zijn de acht deelnemende scholen bezocht en zijn de plannen met de docenten doorgesproken. De problemen die docenten ervaren bij het lesgeven werden geïnventariseerd en mogelijke oplossingen door gebruik van ICT-mogelijkheden

The screenshot shows a web browser window titled "Digitale Wiskunde Defenomgeving - Microsoft Internet Explorer". The page content includes a logo for "DWO", a navigation menu with "Overzicht modules >> C: De heks. Blokjes eruit >>", and a user login status "U bent ingelogd als: Gast" with a "Uitloggen" button. The main content area is titled "1. De toverdrank. Erbij en eruit". It features a temperature scale on the left ranging from -20°C to 20°C in 5°C increments. Below the scale is a cauldron illustration with a thermometer inside, showing a temperature of -3°C. To the right of the cauldron are two cube icons: one with a plus sign and one with a minus sign. On the left side of the interface, there are four buttons labeled "begin", "er in", "er uit", and "eind", each with a corresponding icon. Below these buttons is a "Opnieuw" button and a "Maak de opdracht" button. Text instructions at the top left of the main area read: "Gooi blokjes in de ketel, of haal ze eruit. Wat gebeurt er met de temperatuur? Wil je een andere begintemperatuur, klik op 'begin'."

fig. 5 'De heks met de warme en koude blokjes'

kwamen aan bod. Onze ideeën ondergingen op deze wijze een eerste toetsing aan de praktijk.

Er werd gekozen voor een opzet waarin docenten al snel praktisch kennis kunnen maken met de mogelijkheden van digitaal lesmateriaal met webbased leerlingregistratie. Dat betekent dat de docenten aan de slag gaan met nog tamelijk ruw materiaal dat nog niet tot in detail geperfectioneerd is. Dit materiaal wordt in verschillende klassen van de deelnemende scholen getest en op grond van de ervaringen en in samenspraak met de betrokken docenten verbeterd. In deze opzet worden docenten (en leerlingen) betrokken in de ontwikkeling. Eerdere ervaringen met ICT-ontwikkelprojecten laten zien dat deze betrokkenheid van het veld essentieel is om te komen tot een goed product en kennis die hiervoor nodig is.

Hoewel het ontwerp van digitaal lesmateriaal bij een onderwerp vaak mogelijkheden biedt voor een zinvolle herstructurering van de lesstof, is ervoor gekozen om dicht bij de aanpak van het boek te blijven, juist om het voor docenten mogelijk te maken om het nieuwe digitale materiaal te vergelijken met de bekende lessen uit het boek.

Bij een eventuele toekomstige ontwikkeling van een complete digitale wiskundemethode zal het ontwikkelen van een nieuwe structuur van de verschillende onderwerpen wellicht nodig zijn, maar dit valt buiten de mogelijkheden van het WisMaatproject. Aan het eind van het project zullen we beschikken over een aantal prototypes, samen met opgebouwde kennis en ervaringen uit de lespraktijk. Deze producten moeten een richting aangeven waarin het wiskundeonderwijs zich kan ontwikkelen bij intensief gebruik van ICT.

Eerste onderwerp: negatieve getallen

De modules rond negatieve getallen zijn inmiddels op de scholen in de klas geweest. De voorbeelden aan het begin van dit artikel tonen enkele schermafdrucken van de activiteiten die bij negatieve getallen ontwikkeld zijn: een stukje authorware (de thermometer), een flashanimatie (de muis) en een applet (springen op de getallenlijn).

Behalve de thermometer en getallenlijn is ook de 'heks met de warme en koude blokjes' (figuur 5) die door Moderne Wiskunde wordt gebruikt als model voor het rekenen met

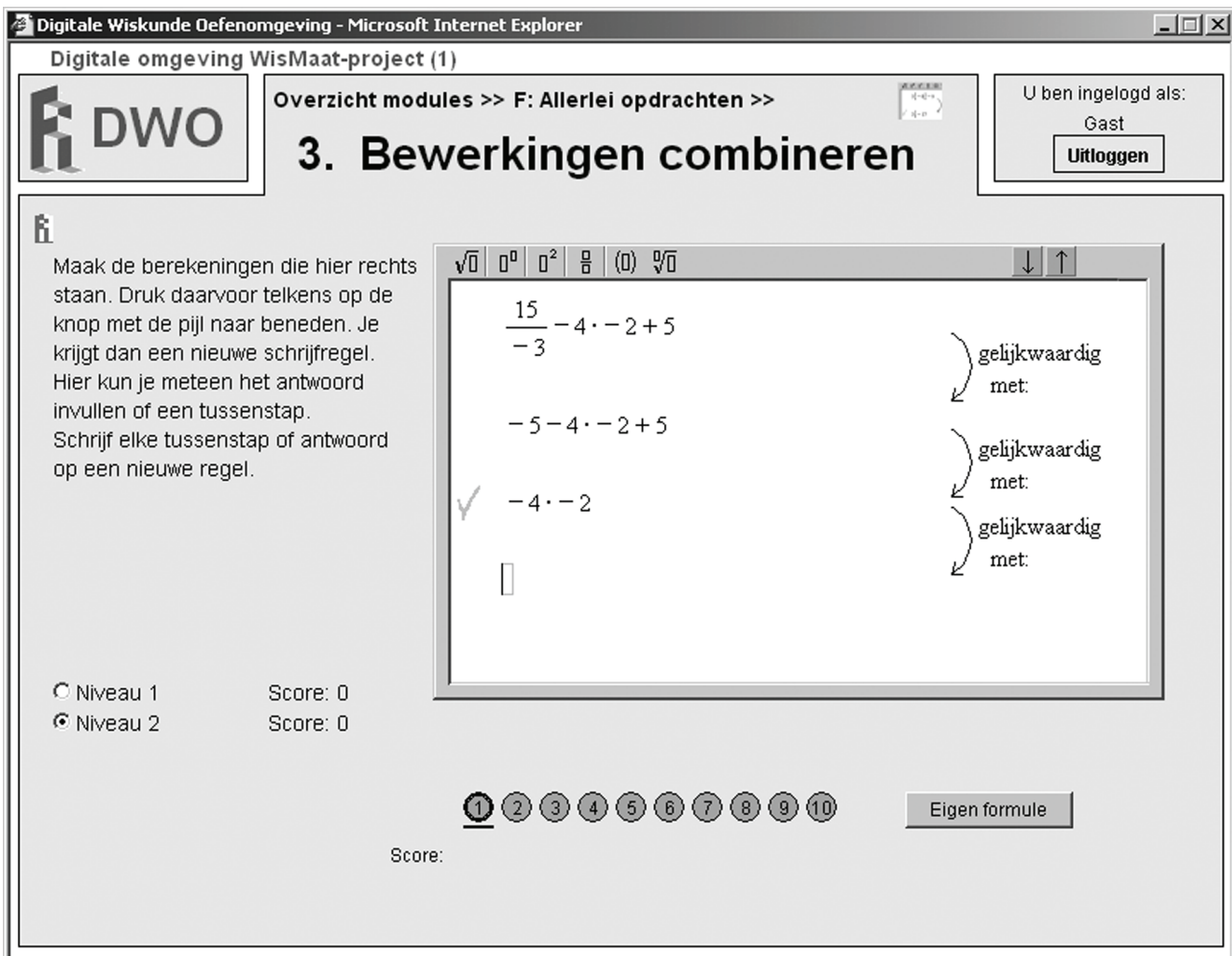


fig. 6 Een opdrachtscherm

negatieve getallen ingezet. De heks wordt – net als de getallenlijn – op verschillende wijzen gebruikt, voor verschillende soorten bewerkingen (vermenigvuldigen is herhaald optellen door emmers met blokjes in de ketel te gooien of eruit te halen) en op verschillende niveaus van complexiteit.

Naast de activiteiten met modellen zijn er ook activiteiten waarbij leerlingen kale berekeningen maken. Eerst eenvoudig, maar gaandeweg steeds complexer. De software waarin deze oefeningen worden uitgevoerd biedt de leerlingen de mogelijkheid stapsgewijs naar het antwoord toe te werken zonder een voorgeschreven oplossingsstrategie op te dringen. Er is bij elke stap feedback, zodat de leerling weet waar het fout gaat. Hierdoor wordt voorkomen dat de leerling aan het eind met een verkeerde oplossing komt zonder te weten welke stap verkeerd was.

In een zelftoetsactiviteit aan het eind van de module moet de leerling dezelfde opdrachten overigens kunnen uitvoeren zonder de stapsgewijze feedback. Wil de leerling de feedbackmogelijkheid toch gebruiken, dan gaat dat ten koste van zijn score.

In deze eerste module ligt de nadruk op de oefenactiviteiten. De oefeningen van het betreffende hoofdstuk uit het boek zijn overgebracht naar de digitale omgeving. De nodige uitleg en instructie bij deze oefeningen zijn samengebracht in een begeleidend boekje dat ook bedoeld is als studiewijzer bij de digitale omgeving.

Ervaringen

De ervaringen met de eerste module waren over het algemeen positief, maar er waren ook wel de nodige technische problemen die voor ongemak zorgden. Zo is het belangrijk dat de school wel een ‘open’ internetverbinding met de buitenwereld heeft en niet een te strenge firewall. De DWO is tenslotte webbased en draait geheel, inclusief de registratie, vanaf de webserver op het Freudenthal Instituut. Verder leverde de DWO weinig problemen in het gebruik. Ook docenten zonder ICT-ervaring in de les blijken goed uit de voeten te kunnen met de DWO.

Docenten geven aan dat met name op het gebied van oefenen de voordelen van het digitaal lesmateriaal overtuigend zijn. Begripsvorming vraagt meer en zal een beroep blijven doen op de ‘levende’ communicatie met docent en medeleerlingen. Reflectie lijkt daarin een sleutelwoord.

Iedereen is ervan overtuigd dat het digitale lesmateriaal dat we gebruikt hebben in het eerste experiment (met feedback, digitale leerlijnen, registratiemogelijkheden) een bijdrage levert aan een betere (leuker, efficiënter, meer motiverend, meer op maat) leeromgeving dan die met alleen maar een boek. De feedbackkwaliteit, met name de stapsgewijze feedback wordt zeer gewaardeerd. Men geeft aan dat het WisMaatmateriaal wat dat betreft een voorsprong heeft op andere bekende software.

Leerlingen die geïnterviewd zijn, maken duidelijk dat ze deze manier van wiskundeonderwijs waarderen. Ze zien

het werken achter de computer niet alleen als afwisseling, maar kunnen ook nauwkeurig omschrijven waarom ze efficiënter leren met behulp van de geboden feedback. Er blijft echter ook nog veel te verbeteren.

Docenten en leerlingen geven aan dat alle activiteiten en opdrachten bij elkaar wel heel veel is en dat het lastig is om te kiezen wat je wel en niet doet en op basis waarvan je kunt besluiten dat je een niveau hoger zou kunnen gaan. In het boekje werden suggesties gegeven voor een route door de modules, maar dat bleek niet toereikend. Ideaal zou zijn wanneer het systeem op grond van de resultaten dynamisch een individueel leerpad door het lesmateriaal creëert; niet eenvoudig te implementeren bij complexere wiskundeactiviteiten, maar het onderzoeken waard. We moeten hier ook zeker kijken naar de ervaringen van experts op het gebied van CBT (Computer Based Training) waar men al verder is op dit gebied, en onderzoeken in hoeverre deze kennis bruikbaar is in het wiskundeonderwijs.

Het gebruik van het boekje naast het digitale materiaal kwam niet goed uit de verf. Leerlingen gaan meteen met het digitale materiaal aan het werk. Ze lezen slecht (zoals overigens ook in niet-ICT-lessen vaak het geval is). Zelfstandig werken zou beter uit de verf komen bij een betere integratie van oefeningen, uitleg en explicitering van de wiskunde (bijvoorbeeld door samenvattingen of een te raadplegen naslagwerk) in de DWO.

Ook mogelijkheden voor intelligente feedback moeten meer aandacht krijgen, zodat uitleg/instructie op maat kan worden aangeboden. Echter, ook hier geldt dat dit eenvoudiger te realiseren is bij enkelvoudige, goed scorebare activiteiten en lastiger bij complexere interacties die ook belangrijk zijn bij het leren van wiskunde.

Kortom, de uitdagingen in een dergelijk project zijn groot, maar zeer de moeite waard gezien het grote belang dat we in WisMaat centraal hebben gesteld: beter en aantrekkelijker wiskundeonderwijs.

Hoe verder ...

Inmiddels draait de tweede module op de scholen. Voor de zomer moet die zijn afgerond. In deze module rond vergelijkingen en letterrekenen is het boekje overbodig gemaakt en is alle uitleg in het digitale materiaal opgenomen. Ook is geprobeerd om meer structuur aan te bieden zodat leerlingen beter hun weg kunnen vinden door het materiaal. In een volgend artikel willen we op de ervaringen met module 2 ingaan.

De modules van WisMaat zijn nog in een experimenteel stadium en zijn daarom nog niet voor iedereen toegankelijk. Om toch vast een indruk te krijgen van de DWO kan men terecht op de publieke WisWeb-site www.wisweb.nl.

*Peter Boon, Martin van Reeuwijk
Freudenthal Instituut*