

Bij het vak biologie is practicum heel gebruikelijk, daarbij vormt het bedenken en uitvoeren van praktische opdrachten en profielwerkstukken geen enkel probleem. Dat ligt bij het vak wiskunde wel anders. Wat moeten die collega's in hemelsnaam aanbieden? Dat zal vast per wiskundecollega/sectie wel verschillen, maar een combinatie met biologie kan wel eens een opluchting betekenen. **Maarten Foeken** geeft daar in dit artikel een voorbeeld van.

Lineaire regressie en biologie, gaat dat wel samen?

Inleiding

Op onze school werd er van hogerhand op aangedrongen, dat we in de bovenbouw van het VWO/HAVO meer projectmatig moesten gaan werken. Daar kan je als school op scoren, want ouders vinden dat belangrijk. Kennis is toch weer zo verouderd, het gaat toch om het aanleren van vaardigheden. Mooie werkstukken leveren over het algemeen ook hogere cijfers op, dus wat let je?

Helaas zit ik niet zo in elkaar. Ik ben dol op gedegen kennis en het verwerven daarvan, om die daarna in geheel nieuwe situaties te kunnen toepassen. Een van die dingen is het nauwkeurig verzamelen van gegevens uit proeven. Dat leidt tot mooie tabellen en grafieken. De meeste leerlingen houden er daarna ook vaak mee op. Zo is het toch wel genoeg? Op mijn vraag, wat ze er van geleerd hebben of welke conclusies je aan de uitkomsten kan verbinden, kijken sommigen mij aan, of ze een voorhistorisch monster voor zich zien. Resultaten, dat zijn toch zeker conclusies? Nou nee, dus.

In het wiskundeprogramma komt de verwerking van waarnemingsuitkomsten niet aan de orde, daarom kunnen de leerlingen soms ook niets concluderen. Er bestaat echter een wiskundeboekje van ZEBRA (hoe toepasselijk) met als onderwerp lineaire regressie. In een bespreking met de wiskundesectie hebben we besloten met de leerlingen een eerste verkenning te doen. Het is heel gemakkelijk om via de rekenmachine of computerprogramma's (Excel) het resultaat snel tevoorschijn te toveren. In ons project gaat het vooral om hoe die rekenmachine of dat programma dat eigenlijk doet. Wat zit daar voor een wiskundige bewerking achter?

Opzet

We hebben ervoor gekozen om bij biologie in een aantal lessen een paar eenvoudige proefjes op het eigen lichaam uit te voeren. Vervolgens moeten de gegevens netjes in tabellen worden weergegeven. Deze opdrachten maken deel uit van een veel grotere praktische opdracht biologie. Vervolgens bespreekt de wiskundedocent de theorie met behulp van het projectboek. In dat boekje staan ook ge-

noeg opdrachten met bijbehorende vragen. Op enig moment heb ik zelf de tabellen van de leerlingen ook voorzien van de nodige vragen. Die biologieopdrachten worden vervolgens in de wiskundeles gemaakt. Dat leidt tot een praktische opdracht voor het vak wiskunde. Daar zit ook het nodige handwerk in. Gewoon op grafiekpapier! Echt ouderwets. Kijk maar eens hoe een volk van gegevens tot stand komt! Om het in eerste instantie niet te lastig te maken, zijn er niet al te veel gegevens verzameld. Het is wel de bedoeling om het project later eventueel wat omvangrijker te maken.

Enkele voorbeelden van gegevens die door de leerlingen zijn verzameld

In de biologieles zijn in klas 6 VWO tijdens de practicumuren metingen verricht aan het eigen lichaam. In drie tabellen is een aantal grootheden met de uitkomsten vermeld. Het aantal proefjes was nog wel groter. In het kader van dit artikel wordt hiermee nu volstaan.

Tabel 1: Vitale capaciteit, lichaamsgewicht en sekse

nr	sekse	gewicht in kg	vitale capaciteit in liters
1	M	77	5,5
2	M	66	4,5
3	M	73	5,8
4	M	77	4
5	M	58	4,5
6	V	59	4
7	V	76	4
8	V	74	4
9	V	59	3

Voor de uitvoering van het onderzoekje in tabel 1 waren een weegschaal en een spirometer nodig.

Tabel 2: Bovendruk, onderdruk, sekse en hartslagfrequentie

V	117	66	83
V	131	74	60
M	136	78	88
V	117	75	111
V	134	81	87
M	132	72	70
M	121	68	57
V	132	78	91
M	137	83	55
M	140	89	76
M	135	74	107

Voor de uitvoering van het onderzoekje in tabel 2 waren een bloeddrukmeter en hartslagfrequentiemeter nodig.

Tabel 3: Gewicht, hartslagfrequentie en ademhalingsfrequentie

nr	gewicht in kilo's	hartslagfrequentie per minuut	ademhalingsfrequentie per tijds-eenheid(?)
1	77	87	27
2	73	84	19
3	66	88	17
4	58	92	18
5	87	85	18
6	75	88	16
7	77	78	17
8	59	102	18
9	74	87	19

Voor de uitvoering van het onderzoekje in tabel 3 waren een weegschaal en een hartslagfrequentiemeter nodig.

In onze opdracht gaat het er om of er sprake is van een verband tussen de gekozen grootheden. Dat zou heel goed kunnen, maar tevens is het de vraag, of er sprake zou kunnen zijn van een oorzakelijk verband. Een wetenschappelijk verband aantonen betekent namelijk nog niet, dat er ook een oorzakelijk verband tussen de grootheden bestaat, hoe graag we dat ook zouden willen. Dat maakt het leven eenvoudig. Maar bij biologie spelen vaak meerdere factoren een rol, die dwars door zulke eenvoudige wetenschappelijke bewerkingen heen gaan. Eenvoudige voorbeel-

den zijn: als het aantal auto's toeneemt, zijn er ook meer files! Wie veel eet, wordt natuurlijk dik. O ja, is dat zo? Moet dat zo zijn?

Dat is nu net wat ik mijn leerlingen nu zou graag wil laten ervaren. Het is lang niet allemaal, simpel gezegd, monocausaal, zeker niet als het gaat om levende wezens. Dat komt, omdat we ondanks nauwkeurig uitgevoerde proeven nooit alle variatie van de andere mogelijke factoren in de hand hebben. Het is daarom ook altijd te hopen, dat er rare uitschieters voorkomen. Dat zet je aan het denken. Proef goed uitgevoerd en toch iets raars? Bekend voorbeeld: het osmosepracticum met aardappelstaafjes. Aan een serie oplopende zoutoplossingen worden evenzoveel staafjes aardappel (frietjes) toegevoegd (zie kader). Na verloop van tijd gaan we kijken welke staafjes langer en welke korter zijn geworden om zo de osmotische waarde van een staafje te kunnen vaststellen, namelijk het staafje, dat geen verandering heeft ondergaan. En, jakkas, er is altijd wel weer een staafje, dat niet leuk op het lijntje ligt! Komt dat even goed uit. Is een aardappel wel zo amorf als die er uit ziet? Of zijn er nog andere verklaringen denkbaar?

Belangrijke begrippen

In de biologieles zijn de volgende belangrijke begrippen besproken.

- puntenwolk: een spreidingsdiagram van paren getallen X en Y .
- correlatie: mate van samenhang: sterk, zwak, volkomen of niet.
- correlatierekening: de mate van samenhang tussen factoren of variabelen, uit te drukken in een getal.
- regressierekening: de mate van samenhang uit te drukken in een formule, in ons geval lineair, dus als model: $Y = aX + b$. Dat wil zeggen, dat bij een gegeven waarde X de waarde van Y min of meer is te voorspellen. Dat heet dan ook een voorwaardelijke voorspelling.
- residu: De verticale afstand van de verwachte waarde van Y tot de feitelijke, gevonden waarde van Y .
- methode van de kleinste kwadraten: Er wordt berekend, wat de minimale som is van alle kwadraten van alle residuen. De gevonden regressielijn voldoet aan die voorwaarde.
- regressiecoëfficiënten: (de waarde van) a en b in de formule.
- correlatiecoëfficiënten: Uit te drukken in een waarde van r (van regressie). De waarde hiervan ligt uiteraard tussen -1 en $+1$ (variërend van volkomen negatief tot volkomen positief.) en geeft dus aan in hoeverre er sprake is van een lineaire samenhang. We gebruiken de productmoment-correlatiecoëfficiënt (pmmc).
- variabele: factoren die verschillende waarden kunnen aannemen. Indeling: kwantitatief of kwalitatief, discreet of continu.
- regressielijn. Bij het tekenen moet scherp worden opgelet of de schaal van de Y -waarde en die van de X -waarde ten opzichte van elkaar wel correct worden

weergegeven. Daartoe dien je te letten op de totale spreiding van de gemeten Y -waarden en de X -waarden.

'Frietenproef'

De 'frietenproef' is een bekende proef. Met een (Franse) frietensnijder kun je frietjes van gelijke dikte snijden, maar het kan ook op de volgende manier; zie figuur 1 (bron: www.bioplek.org).

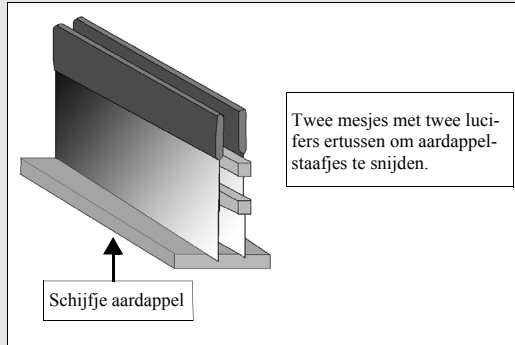


fig. 1 Manier om frietjes van gelijke dikte te snijden

Meestal is het gebruikelijk om een verdunningsreeks 1 : 2 te maken; zie figuur 2 (bron: www.bioplek.org)

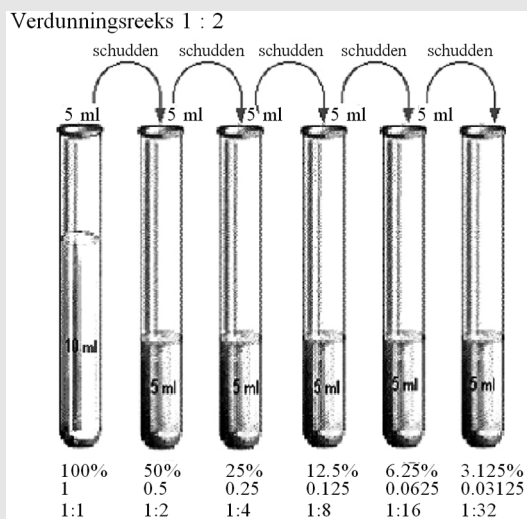


fig. 2 Verdunningsreeks 1 : 2

Met de frietenproef kun je bepalen bij welke concentratie de aardappelstaafjes niet toe- of afnemen in lengte. In feite weet je dan de osmotische waarde van de plantencel nog niet exact, omdat je rekening moet houden met turgor en wanddruk, maar dat is in het kader van dit project niet belangrijk.

De opdracht die bij biologie aan de leerlingen is verstrekt

N.B. Niet alle mogelijk combinaties die te maken zijn uit de tabellen, komen aan de orde.

Opdracht bij tabel 1

1. Teken de puntenwolk van de gewichts- en vitale capaciteitswaarden.

2. Bereken de regressielijn.
3. Teken de regressielijn.
4. Bereken de correlatiecoëfficiënt.
5. Geef aan of je vindt dat er sprake is van een **causaal** verband.

Opdracht bij tabel 2

1. Teken de puntenwolk van onderdruk- en bovendrukwaarden.
2. Teken de puntenwolk van bovendruk- en hartslagfrequentiewaarden.
3. Teken in deze afbeeldingen de berekende regressielijnen.
4. Bereken in beide gevallen de correlatiecoëfficiënten.
5. Geef aan of je vindt dat er sprake is van een **causaal** verband in beide afbeeldingen.

Opdracht bij tabel 3

1. Teken de puntenwolk van gewicht en hartslagfrequentie.
2. Teken de puntenwolk van gewicht en ademhalingsfrequentie.
3. Teken de puntenwolk van hartslag- en ademhalingsfrequentie.
4. Teken in deze afbeeldingen de berekende regressielijnen.
5. Bereken in deze gevallen de correlatiecoëfficiënten.
6. Geef aan of je vindt dat er sprake is van een **causaal** verband in deze afbeeldingen.

Met een **causaal** verband wordt bedoeld dat er wel degelijk sprake is van twee variabelen die een relatie met elkaar hebben. Je kunt schitterende correlaties berekenen tussen grootheden die in feite geen enkel verband met elkaar hebben. Bijvoorbeeld: een toename van het aantal mobiele telefoons per hectare heeft vermoedelijk niets te maken met een toename van het aantal ganzen dat tegenwoordig per hectare in Nederland overwintert.

De resultaten en conclusies

Zie figuur 3 voor de resultaten uit tabel 1.

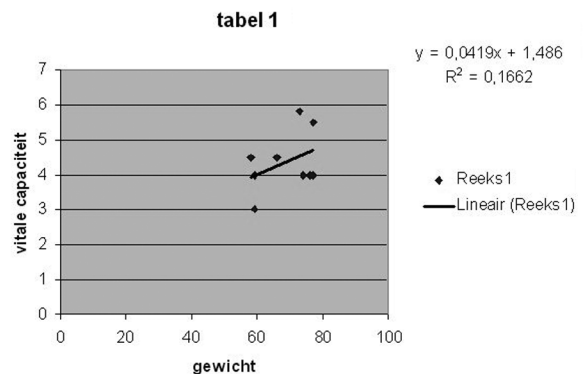


fig. 3 De spreiding is heel groot. Veel verband is er niet. Veel massa soms, maar weinig vitale capaciteit

De resultaten uit tabel 2 zijn te vinden in de figuren 4 en 5.

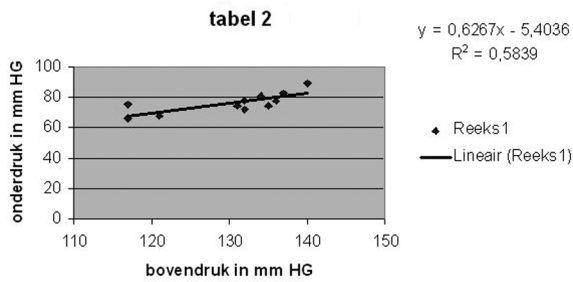


fig. 4 De spreiding is behoorlijk klein. Er lijkt een tendens dat er een positief verband bestaat tussen de hoogte van de bovendruk en die van de onderdruk

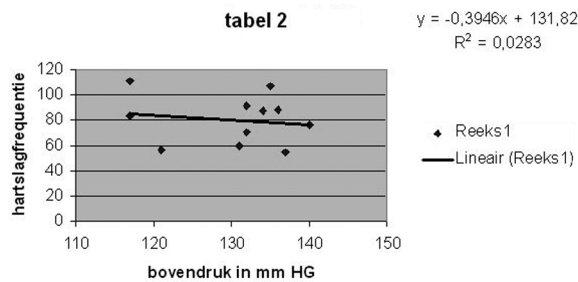


fig. 5 Ook hier is er sprake van een grote spreiding. Een verband is niet echt aantoonbaar.

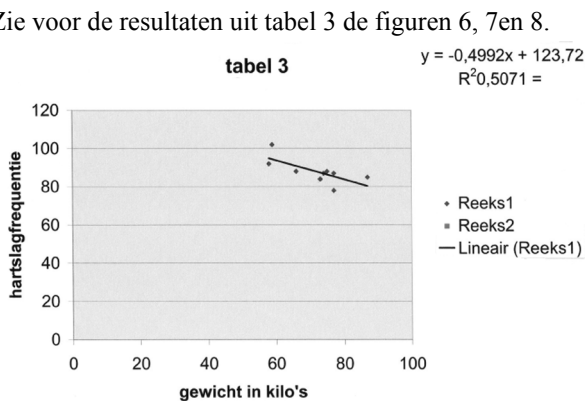


fig. 6 Er lijkt een negatief verband te bestaan tussen gewicht en hartslagfrequentie. Uit de literatuur is dat ook wel bekend, als bijvoorbeeld muizen met olifanten worden vergeleken.

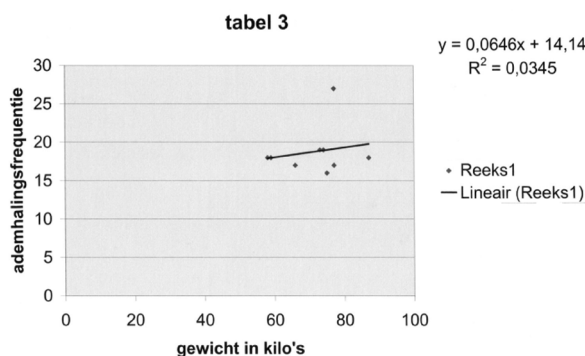


fig. 7 De ademhalingsfrequentie neemt niet automatisch toe naarmate men zwaarder is.

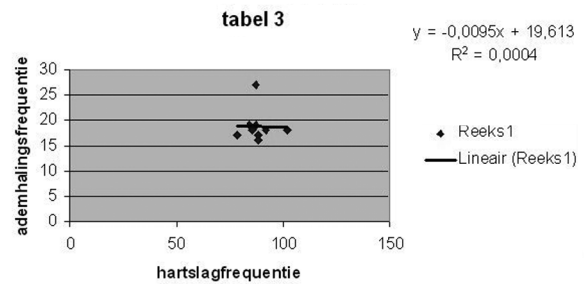


fig. 8 Ook hier is er geen sprake van een relatie tussen de hartslagfrequentie en ademhalingsfrequentie. De metingen waren tijdens rust

Ervaringen van de leerlingen

De leerlingen vonden het aardig om te doen. Ze gebruikten echter niet de grafische rekenmachine, maar Excel. Het kostte hen vrij weinig moeite. Enkelen hadden geen ervaring met Excel. Doordat er problemen waren met het gelijktijdige behandelen van de lesstof bij Wiskunde B, is er voor gekozen op deze snelle manier de opdracht voor biologie af te ronden. Het wiskundige deel komt dus nog aan de orde. Mogelijke ervaringen van de leerlingen daarmee zal ik in een volgend artikel nog eens vermelden.

Werkwijze met behulp van Excel

- Start Excel uit Microsoft Office.
- Vul de gevonden gegevens in de kolommen A en B in.
- Laat de cursor op het eerste vakje in A staan.
- Klik op de wizard : Grafieken maken of kies voor grafiek invoegen.
- Kies voor een spreidingsdiagram.
- Kies voor volgende.
- Vul in het menu de titels voor het diagram in.
- Kies voor voltooiën.
- Klik in de figuur.
- Klik in de menubalk op grafieken.
- Kies voor trendlijn invoegen.
- Kies lineair.
- Dubbelklik op de regressielijn.
- Kies in het menu voor opties en dan voor vergelijking weergeven en r-kwadrat invoegen
- Klik op OK.
- Sleep de tekst naar behoefte uit de figuur naar rechts.
- Klaar!

Ervaringen van de leraar

Nadat ik de opdracht voor de leerlingen op papier had gezet, kropen ze achter de computers. Veel hoefde ik niet meer te doen. Er was wel het nodige commentaar op de resultaten. Daar hadden ze meer van verwacht qua verbanden tussen de variabelen. Het heeft mij wel gesterkt in

de overtuiging dat leerlingen hier veel sneller mee om kunnen gaan dan verwacht. Het pleit er volgens mij ook voor meer aandacht te besteden aan de wiskundige verwerking van resultaten.

Het zou mooi zijn als er meer van dit soort voorbeelden door collega's zouden worden beschreven. In het tijdschrift *Niche* (2005) heb ik al eens beschreven hoe je met de uitkomsten van het bekende en beroemde pissenbeddenonderzoek zou dienen om te gaan. Ook bij genetica valt wat mij betreft nog heel veel te winnen, in termen van de combinatie van biologie en wiskunde. De kans bestaat dan dat leerlingen verder komen dan alleen de uitslag van een proefje te vermelden, zonder dat zij zich rekenschap geven van de betekenis van die uitslag.

Dit artikel is eerder verschenen in *NVOX*, maart en april 2006

*Maarten Foeken, biologiedocent
Hendrik Pierson College, Zetten*

Literatuur

- Foeken, M. (2006). Lineaire regressie en biologie, gaat dat wel samen? *NVOX*, 31(3), 132-133.
Foeken, M. (2005). Keuzegedrag van pissebedden. *Niche*, 36(1), 14-15.
R.A.J. Vuyk et al. (2001). *Getal en Ruimte, Zebra, Correlatie en regressie*. 1e druk. Houten: EPN.

Symposium XIII van de Historische Kring Reken- en Wiskunde Onderwijs

NIEUWE PROBLEMATIEK, OUDE OPLOSSINGEN

Actuele problemen van het reken- en wiskundeonderwijs in historisch perspectief

12 mei 2007, Hogeschool Domstad te Utrecht 10:00 - 16:30 uur
(Koningsbergerstraat 9)

Programma

09.30 - 10.15: Ontvangst en koffie

10.15 - 10.30: Opening door Marjolein Kool (Hogeschool Domstad)

10.30 - 11.15: Dr. Ad Meskens (Hogeschool Antwerpen)
Griekse wiskunde dringt door in de renaissance

11.15 - 12.00: prof.dr. Jan van Maanen (Freudenthal Instituut)
Algebraïsche vaardigheden volgens Euler (1707-1783)

12.00 - 13.30: Lunch, tentoonstelling
Eenieder is uitgenodigd om een poster op te hangen en/of iets te exposeren.

13.30 - 14.15: Dr. Sacha la Bastide - Van Gemert
Sprookjes en doodlopende wegen. Freudenthal over wiskunde op school

14.15 - 14.45: Theepauze

14.45 - 15.30: Dr. Jos van den Bergh
Over het rekenen op de kweekschool vergeleken met de huidige pabotoets

16.00 uur: Sluiting

Deelname door overmaking van 25 euro op giro 4657326 tnv HKRWO te Heumen
(koffie, thee en lunch inbegrepen)

Inlichtingen: HKRWO, Dorpsstraat 26-A, 6582 AN Heumen, tel.: 024-3777928,
e-mail: d.beckers@inter.nl.net. HKRWO-symposium XIII wordt mede mogelijk gemaakt door financiële steun van NWO, de NVvW en NVORWO. Verder is er ondersteuning vanuit het Freudenthal Instituut.