

De inschrijving voor NWD 14 is alweer van start gegaan. Er komt een aanvullend en openbaar programma voor de zaterdagmiddag; zie de aankondiging elders in deze Wiskrant. Halverwege de vorige en de volgende hieronder het verslag van de dertiende editie, die vrijwel geheel zonder noemenswaardige ramspoed verliep. Uw vaste scribent **Rob van Oord** bericht:

## Humbug en alleen maar winnaars...

### Op weg naar NWD 13

Zeker gezien de trofee die we vorig jaar kregen bij de FUN-RUN (al was die helaas te klein) toog ik goed gemust op weg naar NWD XII! Eerst het gebruikelijke rondje waarin ik de collega's ophaal. Iets groter dan eerder, want we gaan (weer) met z'n vieren op pad, Bert, Mathijs, Roger en ik. Het weer is lekker zonnig en dat stemt ons ook zo.

Vol verwachting komen we rond tien uur bij het congresgebouw aan. Iets meer bagage dan vorig jaar, want ik ben winnaar van de docenteninzendingen en mag vandaag twee keer mijn workshop geven. Ik heb zelf voor het materiaal gezorgd: NWD-instructieblad, leerlingenbladen, bouwplaten, scharen en plakbandrollen op afrollers en niet te vergeten het cellofaan van lege koffiepakken. Verder nog wat verrassende verpakkingen met dezelfde vorm als die van de koffiepakken.

Enigszins gespannen laad ik de dozen uit de auto en begeef ik me naar de inschrijfbalie. Daar ontvang ik naast het informatiepakket ook drie (!) munten voor een gratis drankje. Voor de grafische rekenmachines zou het Freudenthal Instituut (FI) zorgen. Daarover hoefde ik me geen zorgen te maken. Spullen op de kamer gezet, van een kop koffie genietend en links en rechts van het weerzien van (oude) bekenden, loop ik naar het ATRIUM voor de opening door Prof. Dr. Henk Broer. Het is vast een hele geleerde man, maar de vonk slaat niet over.

### De eerste lezing

Vervolgens liet Svetlana Borovkova zien hoe je in de wereld van 'call' en 'put options' veel wiskunde kunt toepassen.

Ik was vooral onder de indruk van haar enthousiasme, maar omdat ik een aantal kernwoorden niet wist, waarvan de vertaling na afloop pas werd uitgedeeld, ontging mij het grootste deel van de inhoud van de voordracht. Ze had voor mij net zo goed in het Russisch kunnen spreken. Even dacht ik dat ik het verkeerde beroep heb gekozen,

maar de chaotische taferelen die ik wel eens van de beurs zie indachtig, ben ik toch blij een docent te zijn, en met levende 'commodity' te mogen werken.

$$\begin{array}{l} \text{call} \\ \text{put} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{stock} \\ \text{bank} \end{array}$$
$$\begin{aligned} 120 \cdot x + y &= 20 \\ 80 \cdot x + y &= 0 \end{aligned}$$
$$40 \cdot x = 20 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \quad (10)$$
$$y = -40$$
$$\text{value of portfolio today: } 100x - 40 =$$

Ik moest ook weer denken aan de training die we kregen bij het POSTER-project op school, zeven jaar geleden. Hierbij werd duidelijk dat taalarme leerlingen op het VMBO de betekenis van een tekst volledig kan ontgaan als ze drie of vier kernwoorden niet weten. De financiële markt is voortdurend in beweging en je moet dagelijks de fluctuaties van de 'assets' in de gaten houden om het moment te zien waarop je moet toeslaan. Ik heb enkele collega's die in aandelen doen en ook dagelijks even op internet kijken hoe de 'stock' erbij staat. Voor mij is het niets voortdurend te moeten leven in de veronderstelling dat je net het goede moment weer gemist hebt waarop je je geld in klinkende munt had kunnen omzetten, ondanks dat je goed 'gehedged' was. Het zal nog lang duren voordat op school het vak economie echt geïntegreerd zal zijn met wiskunde.

### Mijn werkgroep

Na de lunch zal ik mijn eerste workshop geven. Die duurt slechts zestig minuten, dat vind ik eigenlijk te kort, dus er zal wat geschrapt moeten worden. De tafels moeten nog gerangschikt worden in groepjes met vier stoelen eromheen. Even vrees ik dat er net als drie jaar geleden twintig deelnemers extra zullen aanschuiven.<sup>1</sup> Maar de wijziging

in de organisatie dat iedereen van tevoren de keuze van de workshops en voordrachten moet opgeven, werkt prima. Er is zelfs een enkel plekje leeg.

Alle materiaal ligt op tijd klaar, de bouwplaten en de scharen beide in de kleuren oranje, rood, wit, blauw. Het is tenslotte precies vijf jaar geleden dat prins WA met Máxima trouwde. Sinds ik met haar heb mogen spreken op 21 april 2006 ben ik nog meer fan dan ik al was van deze prachtige, innemende vrouw. De powerpoint staat aan, de workshop kan beginnen.

Na een korte introductie door Sjoerd Rienstra, die het juryrapport met de beoordeling van mijn inzending voorleest, waarbij ik een beetje moet blozen, steek ik van wal. Ik probeer duidelijk te maken dat door de leerlingen het maken van een som heel anders beleefd wordt dan het doen van een onderzoekje.

### ***Sommen maken versus onderzoek doen***

Zo maakte ik al vaker in 4-VWO een nest bakjes uit een A4'tje, waarbij in de vier hoeken vierkante stukjes geknipt moeten worden, en daarna de randen omhoog gevouwen moeten worden. Ik wees in de klas aan wie er vierkantjes van 1 bij 1, 2 bij 2, 3 bij 3, enzovoort tot 9 bij 9 cm moest uitknippen. Via meten moest ieder de inhoud van zijn bakje berekenen. Degene die de grootste inhoud heeft, is de winnaar. De winnaar krijgt dan een Twix. Niet eerlijk natuurlijk, want degene die ik heb aangewezen voor een rand van 4 cm wint altijd. Maar dat weten zij op dat moment nog niet, en de een na de ander roept een getal van zijn of haar berekening, totdat er niemand meer is met een grotere inhoud. Op het bord maak ik dan een tabel met randhoogte ( $x$ ) en inhoud. Tijdens het opschrijven van de inhoud komen er ook altijd fouten aan het daglicht door sterk afwijkende getallen. Dit levert meteen al discussie op. De lezer zal begrijpen dat de inhoud ook berekend kan worden met de formule  $x \cdot (29,7 - 2x)(21,1 - 2x)$ . Samen met de klas wordt deze formule opgespoord. In 4-VWO kan vervolgens met de GR berekend worden bij welke rand (op de millimeter nauwkeurig) de maximale inhoud hoort. Zo'n onderzoeksles is altijd spannend en enerverend.

### ***Het koffiepak***



In de methoden en in de examenbundel zijn ook dit soort verpakkingssommen te vinden. Denk aan Tetra Brik en Voorraadbussen. Optimaliseren van oppervlakte en inhoud (materiaalbesparing) ligt daarbij voor de hand. Gefascineerd door de vorm van het cellofaan van een leeg

koffiepak, waarbij de gesealde rand van de bovenkant van het strak getrokken pak haaks staat op de gesealde rand aan de onderkant, ben ik naar de formules van oppervlakte en inhoud van dit koffiepak gaan zoeken.<sup>2</sup>

Ook koppelde ik voor 6-VWO het berekenen van de inhoud van het viervlak met een integraal aan dit probleem. Gezien bij een opgave uit het examen van 2003. Met een verrassend resultaat!

Om te begrijpen hoe uit het viervlak de rechthoekige vorm van het koffiepak kan ontstaan, moet er eerst maar eens geknipt en geplakt worden. Dat dit ook bij de ervaren docenten een tijdrovende zaak is, blijkt alras. Bij Douwe Egberts wordt op dezelfde manier een vol pak snelfiltermaling koffie gemaakt. Eerst een koker (verticale sealing), dan een sealrand onderaan (koker plat duwen), vervolgens de koffie erin, en dan tijdens het vacuüm zuigen de sealrand bovenaan, dwars op de onderrand. Het grappige is dat er nu onder in het pak twee kleine flappen tevoorschijn komen, en bovenin twee grote. Ik was in de veronderstelling dat DE dit doet om het de huisvrouw gemakkelijk te maken om na het openknippen van een grote flap de koffie geruisloos in een opbergdoos te kunnen laten glijden. Jacob Hop kwam voor de workshop nog even naar me toe en had, net als ik, ook met DE contact gezocht. Daar verzekerde men hem dat het puur toeval is dat het pak op die manier is gemaakt, louter een oplossing van een logistiek probleem. Maar dat mag bij mij de pret niet drukken. Ik zag kans om na het verkennen van de vorm op drie niveaus een optimaliseringsprobleem te creëren. Nadat ik nog een dia heb gepresenteerd met de formules die gaan komen, verschijnt in het roze de dia met EN NU AAN DE SLAG. Ik maak er, net als ik in mijn klassen deed, een wedstrijd van.

### ***De lekkernij ligt op tafel***

Het groepje dat aan het eind de meeste goede antwoorden heeft, is winnaar en krijgt een lekkernij. Deze wordt bij aanvang van de strijd al klaargelegd. Elk groepje krijgt één officieel antwoordenblad waarop een antwoord pas mag worden geschreven als elk lid van het groepje dit snapt. Steekproefsgewijs vraag ik bij een groepje na hoe ze tot het antwoord zijn gekomen. Ook het zwakste lid moet dat kunnen toelichten, en ik ken mijn pappenhomers.

Van tevoren heb ik al een scoreblad gemaakt zodat ik tijdens de wedstrijd van elk groepje kan noteren welke antwoorden ze al (goed) hebben. Overal zie ik 'koffiepakken' ontstaan. Elke kleur heeft zijn speciale vorm. Maar het verrassende is dat de hoogte van al deze pakken gelijk is. Uiteindelijk gaat het erom dat de formules van de inhoud, bij vaste papierafmetingen, en in een later stadium van de afmetingen dan wel van de oppervlakte, bij een gegeven inhoud (van 1 liter) die op papier staan, gesnapt worden. Hardwerkende collega's verbazen zich over de manier waarop het viervlak uit de vorm van het koffiepak gevouwen kan worden. Ik deel ieder nog een dropje uit,

noteer wat tussenstanden, geef een aanwijzing, stel af en toe een hulpvraag. Het uur vliegt om.



Gaandeweg blijkt dat de rekenapparaten die ik van het FI heb gekregen vrijwel allemaal lege batterijen bevatten. Er is zelfs een apparaat bij zonder batterijen. Vinden ze daar ook al dat je alles met de hand moet uitrekenen? Gelukkig worden de meeste voor het begin van de tweede sessie voorzien van nieuwe batterijen. Acht minuten voor tijd kap ik het werk af. Ik wil nog even napraten en natuurlijk moet ook de winnaar nog worden vastgesteld.

Ik laat nog wat verrassende producten zien die ook in de tetra vorm verpakt zijn. Iemand merkt op dat er ook al suikerzakjes en theebuiltjes in die vorm verpakt zijn. Maar op de vraag wie weet hoe de vorm in het Engels heet, blijft ieder het antwoord schuldig. Ik vertelde op enig moment aan mijn moeder dat ik winnaar was van de workshop en waarover hij ging. Ik liet haar zien hoe ik van het cellofaan van een leeg koffiepak een viervlak trok. Zij haalde meteen een stoffen zakje met een rits tevoorschijn waarin Engelse snoepjes zaten van dezelfde vorm. Humbug heten die. Met Googelen kom je er zo bij terecht.

### **Winnaars**

Er waren veel positieve reacties. Ik heb de indruk dat men voldaan de zaal verliet. Een aantal collega's liet me weten met dit materiaal in hun klassen aan de slag te gaan. Als ze dat doen, dan heb ik mijn doel bereikt. Het is een uitgelezen mogelijkheid om te laten ervaren dat wiskunde niet alleen bestaat uit sommen maken. Eerst het probleem verkennen, met knippen, vouwen en plakken. Daarmee haal je het vak uit de sommensfeer. Ook het werken in groepjes aan een dergelijk probleem motiveert de leerlingen. Wiskunde moet je doen, daarvan ben ik overtuigd. Dan zijn er alleen maar winnaars.

In de tweede workshop zat een aantal kopstukken, onder wie Marjolein Kool, zie foto rechtsboven. Ik heb de indruk dat ook zij veel plezier aan de workshop hebben beleefd. Omdat de tweede sessie negentig minuten duurde, konden de meeste groepjes bijna alle opdrachten uitvoeren.



Maar prettiger vond ik het dat ik tegen het eind niet zo abrupt hoefde af te kappen als bij de eerste sessie. Na het opruimen en tafels terugzetten kon ik me laven aan een pilsje van een gratis muntje, want dorst had ik. Later kreeg ik van Michiel Doorman nog een handjevol muntjes, want moeilijk doen ze niet bij de organisatie.

### **Zaterdagochtend**

De tijd vliegt voorbij. Traditioneel is het de volgende ochtend wakker worden met de funrun. Deze kon ik weer tot een goed einde brengen, met mijn eigen muts op en een nieuw record in de hand.



Alsof er nog geen enkele druppel energie verspild is, gaan we vervolgens aan de slag in twee werkgroepjes. Fascinerend is het programma BridgeBuilder waarmee leerlingen bruggen kunnen bouwen en ook kunnen laten instorten. De slotlezing was een indrukwekkend schouwspel. Mooie plaatjes en filmpjes laten de werking van onze hersenen zien. Het wordt duidelijk dat al die visualisaties van ons brein op wiskundige algoritmen rusten. Mijn brein is ook even aan rust toe. Tot NWD X!V.

*Rob van Oord,  
Coenecoopcollege, Waddinxveen*

### **Noten**

- [1] Op NWD 10 gaf ik als winnaar ook al een workshop 'Makkelijker kan ik het niet maken, wel leuker'.
- [2] Op de site van de NWD ([www.fi.uu.nl/nwd](http://www.fi.uu.nl/nwd)) kunnen alle documenten van de workshop gedownload worden.