# Geachte redactie...

In de laatste aflevering van de *Nieuwe Wiskrant*, jaargang 27 nummer 1, stond een artikel van de heer Jacques Jansen, ‘Cogito ergo sum’.

Onder het kopje ‘De docent loopt vast en de leerlingen aanvankelijk ook’ wordt de indruk gewekt dat het toepassen van de ‘gebruikelijke’ vorm van de afstandsformule voor een punt tot een lijn in het platte vlak tot onoverkomelijk rekenwerk zou leiden.

Dat is alleen maar zo als die formule klakkeloos wordt toegepast. Met enig beleid blijkt, dat dit niet zo is, zoals uit onderstaande tekst blijkt.

*Met vriendelijke groet,*
*Math. Wielders*

***Opgave 5 uitgewerkt zonder overgang op de parametervergelijkingen van de ellips***

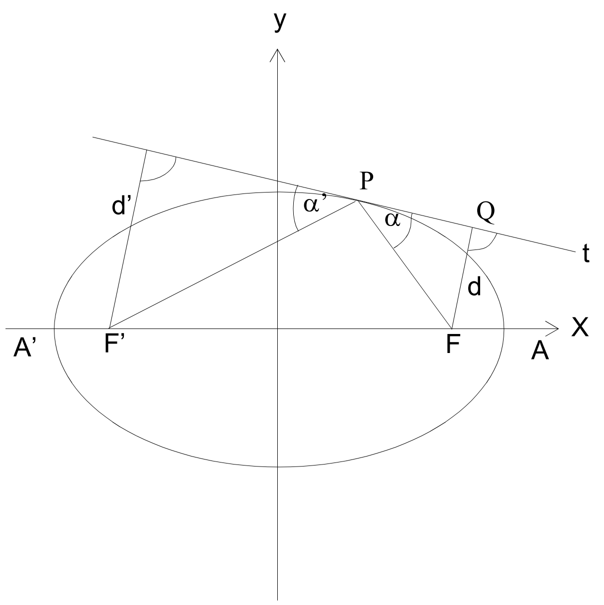


*fig. 1 Ellips met raaklijn in willekeurig punt P($x_0$, $y_0$).*

De vergelijking van de ellips: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2} = 1$ (1)

De vergelijking van de raaklijn $l$ in $P(x_0, y_0)$: $\frac{xx_0}{a^2}+\frac{yy_0}{b^2} =$ (2)

We herschrijven (2) in: $b^2x_0x+a^2y_0y-a^2b^2 = 0$ (3)

De afstand $d$ van $F(c, 0)$ tot de raaklijn:

$$d = \left|\frac{b^2x_0c-a^2b^2}{\sqrt{b^4x_0^2+a^4y_0^2}} - \right| \qquad (4)$$

Herschrijf $d$ nu als volgt:

$$d = ab^2\left|\frac{x_0\frac{c}{a}-a}{\sqrt{b^4x_0^2+a^4y_0^2}} - \right| = \frac{b\left(a-x_0\frac{c}{a}\right)}{\sqrt{\frac{b^2x_0^2}{a^2}+\frac{a^2y_0^2}{b^2}}} \qquad (5)$$

Mutatis mutandis vinden we voor de afstand $d'$ van F’($-c$, 0) tot de raaklijn:

$$d' = \frac{b\left(a+x_0\frac{c}{a}\right)}{\sqrt{\frac{b^2x_0^2}{a^2}+\frac{a^2y_0^2}{b^2}}} \qquad (6)$$

Nemen we voor het raakpunt, het punt (0, $b$) van de ellips, dan blijkt dat de gevraagde constante gelijk is aan $b^2$, zodat

$$dd' = \frac{b^2\left(a+x_0\frac{c}{a}\right)\left(a-x_0\frac{c}{a}\right)}{\frac{b^2x_0^2}{a^2}+\frac{a^2y_0^2}{b^2}} \qquad (7)$$

Omdat $dd' = b^2$, moet uit (7) volgen dat

$$\frac{\left(a+x_0\frac{c}{a}\right)\left(a-x_0\frac{c}{a}\right)}{\frac{b^2x_0^2}{a^2}+\frac{a^2y_0^2}{b^2}} = 1 \qquad (8)$$

Bedenken we verder dat $c^2 = a^2-b^2$, en dat uit vergelijking (1) volgt dat

$$\frac{x_0^2}{a^2} = 1-\frac{y_0^2}{b^2},$$

dan volgt, na invullen bij (8) dat de teller en de noemer van die breuk inderdaad gelijk zijn aan elkaar.

Uit het bovenstaande blijkt dat de ‘rechttoe-rechtaan’ afleiding van de ellipseigenschap van opgave 5 ook wel zonder overgang op de parametervergelijkingen van de ellips gerealiseerd kan worden, mits men met enig overleg te werk gaat en zich niet hals over kop stort in het klakkeloos vermenigvuldigen van de in (5) en (6) afgeleide afstanden.