

Reacties op de beslissing van de staatssecretaris over het voorstel examenprogramma wiskunde

De reacties. Een aantal hiervan is speciaal voor deze Wiskrant geschreven, een aantal reacties is eerder gepubliceerd op de site van de NVVW of in de E-brief (en met toestemming van de auteurs hier weer). Zoals reeds vermeld in het redactioneel: beslist geen objectieve verslaggeving, op één na alleen verontruste reacties.

Brief van de NOCW aan de staatssecretaris

Utrecht, 22 april 2008

Geachte mevrouw Van Bijsterveldt,

De Nederlandse Onderwijscommissie voor de Wiskunde (NOCW) is een commissie van het Koninklijk Wiskundig Genootschap (KWG).

De NOCW is door haar brede samenstelling goed op de hoogte van nationale en internationale ontwikkelingen in het wiskundeonderwijs. Vanuit die brede expertise weet de commissie dat wiskundeonderwijs voortdurend en wereldwijd in het hart van de discussies staat over inrichting van het onderwijs. De problemen die rond het wiskundeonderwijs in Nederland worden gesignaleerd zijn niet uniek voor Nederland. In veel landen spelen vergelijkbare discussies. Ook in Nederland zijn er vele belanghebbenden en vele opvattingen over de inrichting van wiskundeonderwijs. Daarom dient er steeds weer buitengewoon zorgvuldig gehandeld te worden bij het tot stand komen van beslissingen over dat wiskundeonderwijs.

Ondanks vele en soms felle discussies worden deze beslissingen in Nederland over het algemeen zorgvuldig genomen en ontstaan er programma's die in de internationale context als hoogwaardig worden gezien. Nederland scoort daar internationaal relatief goed mee, ondanks een onderwijsinvestering die relatief lager is dan in de ons omringende landen.

De NOCW is de afgelopen jaren uitgebreid geïnformeerd en geconsulteerd door de Commissie Toekomst Wiskundeonderwijs (CTWO) over haar plannen voor de toekomst van het wiskundeonderwijs in het algemeen en de examenprogramma's voor de tweede fase van HAVO en VWO in het bijzonder. De NOCW is zeer te spreken over de zorgvuldige werkwijze van deze breed samengestelde commissie en over de doordachtheid van haar visie, neergelegd in een uitvoerig visiedocument (maart 2007) met een groot draagvlak onder zowel leraren als wiskundigen. CTWO heeft vervolgens de taak ter hand genomen om vanuit deze visie te komen tot een invulling van de diverse examenprogramma's. Zij heeft dat gedaan in breed samengestelde werkgroepen, waar veel docenten uit het voortgezet onderwijs deel van uitmaakten. En zij heeft

dat gepoogd te doen binnen de randvoorwaarden die het ministerie daaraan gesteld heeft.

Die randvoorwaarden zijn overigens naar het oordeel van de NOCW wel zeer mager en soms zelfs tegenstrijdig. Tegenstrijdig is de eis een programma wiskunde A te maken dat voor alfa's en gamma's nuttig en leerbaar is, maar ook moet passen in een bèta-profiel. Mager is het onlangs gereduceerde aantal studielasturen voor wiskunde. De daadwerkelijke contacttijd tussen leerlingen en leraren is voor een vak als wiskunde te beperkt om goede uitvoering van een stevig programma te realiseren. Leraren hebben te veel verschillende klassen die zij op weekbasis moeten bedienen. Desalniettemin heeft CTWO gepoogd haar visie zo goed mogelijk vorm te geven in een voorstel voor examenprogramma's.

Door de geschetste randvoorwaarden is het geen programma dat het meeste haalt uit leerlingen op HAVO en VWO op dit gebied, maar naar de mening van de NOCW wel het best haalbare binnen die randvoorwaarden.

De NOCW heeft kennis genomen van de beslissing die u heeft genomen over het voorstel van die examenprogramma's. Wij zijn door deze beslissing onaangenaam verrast. In die beslissing wordt namelijk een geheel andere visie op wiskunde(onderwijs) neergelegd en van daaruit worden ingrijpende wijzigingen aangebracht in de voorgestelde examenprogramma's.

De visie op wiskunde(onderwijs) zoals verwoord door CTWO, luidde:

Wiskunde – 'wisconst', leer der zekerheden – kenmerkt zich door een aantal kernconcepten en denkactiviteiten, die enerzijds gericht zijn op de ontwikkeling van wiskunde als op zichzelf staand abstract bouwwerk en anderzijds op wiskunde als toegepaste en toepasbare discipline. Onderwijs in kernconcepten – de 'blik naar binnen' – wordt afgewisseld met een 'blik naar buiten', waarin wiskunde in cultuur, maatschappij, andere schoolvakken, vervolgoopleidingen, beroep en wetenschap aan de orde komt.

In de nieuwe programma's maken leerlingen kennis met de wiskundige denkwijze en de bijdrage daarvan aan onze samenleving. Logisch redeneren, wiskundig modelleren, analyseren en voorspellen van uitkomsten van kwantitatieve pro-

cessen vormen daarvan essentiële onderdelen, waarvan de uitwerking is aangepast aan het type onderwijs en het talent van de leerling. Om brede groepen leerlingen te interesseren zijn de onderwerpen gevarieerd. Uiteraard bouwt het onderwijs in de Tweede Fase voort op de lijnen die de jaren daarvoor zijn ingezet. Verbreding en verdieping helpen de leerling zich bewust te worden van eigen interesses en ambities. De opbouw en inhoud van het programma en de motiverende probleemstellingen doen beroep op de intellectuele nieuwsgierigheid van leerlingen en dagen hen uit om wiskundekennis op te bouwen: wiskunde als menselijke activiteit. (*Rijk aan betekenis, Visie op vernieuwd wiskundeonderwijs, cTWO, maart 2007*)

Deze visie is uitgewerkt in de voorgestelde examenprogramma's.

In uw beslissing wordt die vervangen door de volgende visie:

'Er is een 'harde kern' van de wiskunde. Die bestaat globaal gesproken uit traditionele algebraïsche vaardigheden, enige elementaire meetkunde en 'functies en grafieken'.'

Daarna volgen nog een binnenring, middenring en buitenring van wiskunde waarin onderwerpen geplaatst kunnen worden. Hoewel dit een ons nog onbekende manier is om wiskundeprogramma's vorm te geven, kunnen we proberen daarin mee te denken. Tegelijkertijd moeten we constateren dat de plaatsing van de onderwerpen in de ringen in deze beslissing volkomen arbitrair is. Zo wordt veel van wat waardevol was in twintig jaar Wiskunde A onderwijs, bijvoorbeeld statistiek, in de buitenring geplaatst is en daarmee irrelevant voor het onderwijs verklaard. Wat in uw beslissing overblijft is een kern van technische Wiskunde B-vaardigheden die in steeds verdunder vorm aan de leerlingen wordt toegediend naarmate het Cultuur en Maatschappij gehalte stijgt. Daarmee is het streven van cTWO om wiskunde aan te bieden, die op zinnige wijze is toegesneden op elk van de profielen, grotendeels teniet gedaan.

Het is onze indruk dat met deze beslissing is toegegeven aan de wens om doorstroomrelevantie boven andere relevante zaken zoals wiskundige attitudevorming en toepasbaarheid van wiskundige kennis in de maatschappij.

Argumenten, mythen en politiek

Alles woelt hier om verandering en beurt ze dag aan dag

Onder deze titel heb ik op de NWD 2008 (zie www.fi.uu.nl/nwd/) een verhaal mogen vertellen over de veranderingen in de ruim veertig jaar dat ik wiskundeleraar ben geweest. In die veertig jaar hebben we als onderwijsveld heel wat gediscussieerd over de wenselijke inhoud van de wiskundeprogramma's en over het noodzakelijke evenwicht tus-

Deze wens komt in de praktijk neer op wiskundeonderwijs louter gericht op de beheersing van een aantal technische vaardigheden.

De NOCW is van mening dat het wiskundeonderwijs in Nederland hiermee niet gediend is.

Een aantal van de bezwaren rond de doorstroomrelevantie van het cTWO-programma zou ook kunnen worden weggenomen als sommige vervolgoopleidingen Wiskunde B zouden vereisen in plaats van Wiskunde A. Vooral na de urenreductie in het wiskundeonderwijs in 2007 is dit een zeer relevante optie.

Wij hebben er begrip voor dat u in de relatief korte tijd dat u uw functie bekleedt niet van alle ontwikkelingen rond wiskundeonderwijs op de hoogte bent. Wij adviseren u daarom ook te vertrouwen in de kwaliteit van de breed samengestelde cTWO en haar voorstellen te laten beproeven in de uitgezette pilot. We hopen tevens dat u uw recente beslissing wilt heroverwegen en zijn gaarne bereid verdere toelichting te geven.

Hoogachtend,

Namens de NOCW,

Mw. drs. M. Steentjes, secretaris NOCW

Naschrift redactie:

De NOCW is dermate evenwichtig samengesteld dat het niet voor alle leden gewenst dan wel mogelijk was deze brief te onderschrijven.

De NOCW valt onder het Koninklijk Wiskundig Genootschap en de NVvW. Het KWG onderschrijft deze brief, getuige de mail van voorzitter Henk Broer:

'Geachte heer Offerein, het KWG-bestuur hecht eraan u het volgende mee te delen. Het staat in meerderheid achter de NOCW-brief, maar heeft de volgende kanttekening. Het KWG vindt het herstel van formule- en algebraïsche vaardigheden erg belangrijk en doet hierbij een oproep om daar snel en direct in de onderbouw mee te beginnen, zodat deze problemen zijn opgelost ver voor de invoering van de nieuwe programma's.

Met vriendelijke groet, Henk Broer, voorzitter KWG'

wijzigingen, soms is er over hun hoofden heen geregeerd, maar bijna altijd gooide de politiek roet in het eten. Zo kwam het radicaal gewijzigde wiskundeprogramma van 1968 te vroeg voor een goed afgewogen oordeel, terwijl het exacte topvak (Wiskunde 1 VWO met bijvoorbeeld ε - en δ -beschouwingen) plotsklaps voor een heel andere doelgroep bestemd bleek. Niet voor de β 's alleen, maar voor iedere VWO'er die hoop had een niet al te slecht cijfer op dat vak te kunnen halen (70% van de VWO-leerlingen). De invoering van wiskunde A (geen catechismus meer, zoals een recensent in de NRC het vak beschreef) is de enige vernieuwing zonder dat er tegelijk ingrijpende structurele wijzigingen in het stelsel plaats vonden. Uiteindelijk kon en moest iedere leerling in de bovenbouw HAVO-VWO een voor hem/haar passend wiskundevak kiezen. Prima!

De laatste vijftien jaar zijn de veranderingen in het rekenen wiskundeonderwijs zo onlosmakelijk verbonden met politieke beslissingen dat het bijna onmogelijk is om oorzaak en gevolg te identificeren. En dus lijkt de discussie steeds meer te gaan over vooroordelen (iedereen zijn eigen mythe) dan over argumenten gebaseerd op feiten. Dat stoort mij wel eens, moet ik toegeven. Laten we eens wat mythen nalopen.

Kinderen op basisscholen zijn slecht in taal

De kranten staan er de laatste maanden vol mee: het onderwijsniveau zou volgens de commissie Dijsselbloem 'zorgwekkend dalen'. Ook andere instanties luiden de noodklok, waaronder het Cito zelf. 'Stemmingmakerij', reageert Kees de Glopper, hoogleraar taalbeheersing aan de Rijksuniversiteit Groningen. 'Het niveau is al twintig jaar hetzelfde'. 'We hebben het dan over het Periodiek Peilingonderzoek, beter bekend als PPO', vertelt De Glopper. 'Het gekke is dit: uit die cijfers blijkt dat het onderwijsniveau de afgelopen twintig jaar nauwelijks verandert. Op wat kleine verschuivingen na scoren de basisscholieren grotendeels hetzelfde. Dus hoezo, het onderwijsniveau daalt?' (Zie www.rug.nl of *Didaktief*, mei 2008, Barbertye moet hangen.)

Ze kunnen niet meer rekenen in groep acht

Voor rekenen geldt ongeveer hetzelfde als Kees de Glopper voor taal betoogt. Over de laatste twintig jaar ziet het Periodiek Peilingonderzoek over de gehele breedte aan onderwerpen geen drastische verschuivingen in het behaalde rekenniveau van groep 8. De zorgelijke uitzondering is het cijferend rekenen, het vermenigvuldigen en delen van getallen. Het 'niet meer' is retoriek en stoelt niet op de feiten, ook niet als je verder terug gaat in de tijd. In 1954 zat ik in de hoogste klas van de degelijke lagere school 'Groen van Prinsterer' in Leeuwarden. En ik kon uitstekend rekenen en cijferen, maar de leerlingen in de gangrij konden noch goed lezen noch goed rekenen en vertrokken na de lagere school naar een baantje (landelijk 25% van de populatie).

Toch wil dat niet zeggen dat wij (de rekenwerkgroep van de Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Reke-

nen) over de gehele linie tevreden zijn over het nu behaalde rekenniveau in groep acht. Het kan beter en het moet beter, vinden wij. Met name moet er veel meer werk gemaakt worden van het opvoeren van kennis en vaardigheden tot het niveau van 'paraat hebben' en van het onderhouden van dat beheersingsniveau in VMBO, MBO, HAVO en VWO. Zie voor het rapport *Over de drempels met rekenen* de website van de SLO.

Door de basisvorming is het peil drastisch gedaald

Hier hebben we weer te maken met politieke besluitvorming die schade heeft aangericht aan de opbrengst van wiskundeonderwijs. De schade is veroorzaakt door de voorwaarde van een uniform programma en niveau voor de gehele breedte van de populatie. Dat betekende voor de eerste edities van de drie grote schoolmethoden na invoering van de basisvorming dat het niveau voor HAVO-VWO-leerlingen te laag lag, wat zich vooral bij de algebra heeft gewroken. Je ziet dat gewenste en uitdagende niveau nu weer terugkomen in de nieuwste edities.

Voor een groot deel van de populatie 12-16 (de 60% in het VMBO) is dat nieuwe wiskundeprogramma een geweldige verbetering, omdat het functioneel gebruiken van wiskundige methoden centraal staat. (Vergelijk het maar eens met bijvoorbeeld de oude MAVO-examens vóór de basisvorming.) Hebben we feiten die deze mening onderschrijven? Zeker! Het bekende cohortonderzoek van het GION in Groningen peilt om de vijf jaar het peil van taal en wiskunde van vijftienjarigen (Kuyper en Van der Werf 2007). Tot verbijstering van één van de onderzoekers (een spraakmakend lid van BON, zie de *Volkskrant* van 14 november 2007) is het peil van de wiskunderesultaten, zoals door hen gemeten, gestegen. De winst blijkt te zitten bij de hierboven bedoelde groep op het VMBO, zij doen het beter dan voor de basisvorming. Een inhoud die wiskundig minder diep graaft, maar wel beter wordt begrepen, levert kennelijk ook een beter toetsresultaat op...

Internationaal slaan we een slecht figuur?

De stemmingmakers over het peil van ons reken- en wiskundeonderwijs zitten wat in de maag met de decennia aan uitkomsten van de internationaal vergelijkende onderzoeken, zoals TIMSS en PISA. Nederland zit nog altijd in de top drie tot vijf. De eenvoudigste oplossing is dan om de kwaliteit van die onderzoeken te bagatelliseren. De rest van de wereld vindt dat onderzoek wel van belang en informeert regelmatig in Nederland wat het geheim is van ons succes. In Duitsland zijn honderden miljoenen euro's uitgetrokken om op termijn te bereiken dat Duitse leerlingen beter scoren in PISA, dus beter erin slagen om hun wiskunde gebruiken in de wereld om hen heen of in contexten.

Tevreden? Nee, ik niet. In het *Nieuw Archief voor Wiskunde* (Van Streun 2001) analyseerde ik de toenmalige resultaten van TIMSS en trok de conclusie dat onze top tekortkomt. Ook in de meer recente onderzoeken komt dat beeld

aarzelend tevoorschijn. Vooral onze zwakste groep in PISA doet het goed en de spreiding in de Nederlandse resultaten is gering. Dat geldt door de jaren heen zowel voor TIMSS als PISA. De Vlaamse top scoort duidelijk beter dan de Nederlandse top. De Vlaamse minister van Onderwijs en Vorming merkt daarover in een persbericht van 4 december 2007 het volgende op: 'Ik hecht een zeer groot belang aan deze internationale onderzoeken. Zij leveren een perspectief op de sterktes en zwaktes van ons onderwijsbestel. De titel van mijn beleidsnota in 2004, *Vandaag kampioen in wiskunde, morgen ook in gelijke kansen*, was rechtstreeks beïnvloed door de resultaten van PISA2003. Deze toonden aan dat Vlaanderen in gemiddelde resultaten kwalitatief tot de internationale top behoort, maar dat er tegelijk een zeer grote en door sociaal-economische factoren bepaalde kloof bestaat tussen sterke en zwakke leerlingen. De nieuwe resultaten zijn een aanleiding om de analyse te bevestigen en te verbreden'. Wellicht dat onze minister op grond van het internationaal onderzoek een beleidsnota moet uitbrengen met de titel: *Vandaag kampioen in gelijke kansen, morgen ook kampioen in wiskunde*.

Kampioen in wiskunde? Vraag het maar aan de politiek!

De politiek roept dat rekenen-wiskunde een basisvak is dat prioriteit moet hebben. Onlangs debatteerde de Tweede Kamer over het rapport Doorlopende Leerlijnen (zie website SLO) en de 115 miljoen euro die OC&W uittrekt om het niveau te versterken. Als mijn krantenverslag klopt, betoogde alleen Jan Jacob van Dijk, de CDA-woordvoerder, volkomen terecht dat de onderwijstijd eindig is. Geen andere fractie bleek bereid om elders wat aan onderwijstijd in te leveren. Daar had het geraadpleegde onderwijsveld en de Expertgroep juist wel op aangedrongen.

Hetzelfde mechanisme geldt voor de ellende in de Tweede Fase. Als wiskunde B een basisvak is, en dat is het voor alle N-vervolgopleidingen, dan kun je zo'n vak niet afschepen met hetzelfde aantal uren als elk ander vak. Onze Vlaamse collega's hebben op elk niveau veel meer uren wiskunde dan wij. En in landen als Engeland, Duitsland en Frankrijk kunnen de B-leerlingen op het hoogste niveau van het VO zich wel concentreren op enkele vakken.

Wat doet onze overheid? Het ontwerpt een Tweede Fase en deelt studielasturen uit op basis van veertig schoolweekuren met veertig uur uren studie. In *Euclides* heb ik vooraf al stevig gediscussieerd met een collega (ook conrector) over de vraag waar die mooie 1600 studielasturen vandaan moesten komen. De vakontwikkelgroep wiskunde maakte mooie programma's voor het grote aantal toegevoegde studielasturen. Programma's, die alras ten onder zijn gegaan in de chaos van de invoering. In mijn oratie (Van Streun 2001) rekende ik voor dat er een tekort van 30% aan studielasturen was, waarop OC&W in de pers suggereerde dat die Van Streun niet kon rekenen.

Nadat de politiek en OC&W eindelijk begrepen dat er van alles mis was gegaan, koos men voor de breedte in plaats van voor de diepgang. Niks prioriteit voor de basisvakken, gewoon ieder vak hetzelfde aandeel en veel vakken verplicht! Met als klap op de vuurpeil een profiel Natuur & Gezondheid zonder Natuurkunde. Maar ja, de opleiding Geneeskunde stelt al sinds 1968 Natuurkunde als toelatingseis en daardoor gaat het idee van N&G inmiddels in rook op. Niet dat het schoolvak Natuurkunde doorstroomrelevant is, men doet met de inhoud nagenoeg niets, maar het selecteert mooi voor de poort. En net als in de periode met de zeven examenvakken redden de heel zwakke N-leerlingen zich met de combinatie Natuurkunde en wiskunde A.

Maar ja, wat maak je in deze context nu voor zinvolle wiskundeprogramma's in HAVO en VWO?

CTWO en de resonansgroep

Nadat de vernieuwingscommissie wiskunde CTWO was geïnstalleerd en nog voordat ze goed en wel aan het werk was, bracht de studentenactie Lieve Maria onze minister in verlegenheid. Niets minder uren voor de wiskundevakken, juist meer, want anders wordt de aansluiting nog slechter. Wat dacht je wat? De urenreductie wordt ongedaan gemaakt? Nee hoor, de Tweede Kamer wordt zoet gehouden met een aparte commissie, de Resonansgroep, die alleen op doorstroomrelevantie van de programma's mag letten. Alsof CTWO dat ook niet in de opdracht heeft en alsof in CTWO het WO en HBO niet zwaar en representatief zijn vertegenwoordigd. Per definitie zal de Resonansgroep, met haar eenzijdige opdracht en dito samenstelling, dus wel moeten afwijken van elk evenwichtig programma dat door CTWO wordt voorgesteld. Geen enkel ander vak heeft het genoeg om opgezadeld te zijn met zo'n commissie. Dat heb je ervan als je een basisvak bent...

En de algebraïsche vaardigheden dan?

Volgens mij valt het redelijkerwijs niet te ontkennen dat het 'paraat hebben' van algebraïsche basisvaardigheden met de Tweede Fase drastisch is verminderd. Natuurlijk heeft dat te maken met de chaos van de Tweede Fase, met de vermindering van het aantal contacturen, met de PTA's waarin het afzonderlijk toetsen van de bewuste basisvaardigheden niet meer paste, met de eerste lichten onderbouw van de basisvorming, met de opgaven in de centrale examens enzovoort. En natuurlijk ook met het (onbedoelde) gebruik van de grafische rekenmachine. De analogie met de gewone rekenmachine ligt voor de hand. Als je geen inzicht hebt in getallen (formules) en niet meer vooraf of afzonderlijk wordt ondervraagd over grafische betekenissen van formules (maak eens een schets) enzovoort, dan gaat er iets mis in wat men *symbol sense* noemt. Ook de invoering van de symbolische rekenmachine, waar destijds enkele wiskundigen voor pleiten, helpt dan niet.

In de programmacommissies van cTWO zijn veel leraren actief en die weten om de drommel wel dat hier een extra aandachtspunt ligt. Iedereen die de moeite neemt om de door cTWO voorgestelde programma's te leggen naast de programma's van de vakontwikkelgroep aan het begin van de Tweede Fase zal zien dat de algebraïsche vaardigheden er duidelijker en meer centraal in zijn opgenomen. Ook de andere aspecten van de verschillende wiskundevakken moeten in de gereduceerde uren aantallen worden meegenomen om een evenwichtig programma te krijgen. Onderwijsbaar, studeerbaar en ook nog motiverend als het kan. (Bij wiskunde B, nu een eenzijdig programma, twijfel ik persoonlijk wel aan dat laatste aspect.)

Stop kaalslag

Voorspelbaar, want uit de aard van haar opdracht, wil de Resonansgroep nog eenzijdiger programma's. De programmacommissie wiskunde A vwo heeft wel de onvrede gehoord van een aantal eerstejaars wiskundeleraars van de Economische faculteiten over de toelating met wiskunde A, maar kon hun algebraïst niet honoreren in een evenwichtig en voor die doelgroep studeerbaar programma. (Die algebra had ook nooit in wiskunde A gezeten.) En dus wordt er naar verwachting door de Resonansgroep bezwaar gemaakt. De slechte studierendementen van het eerste studiejaar Economische Wetenschappen worden als argument opgevoerd. Die slechte rendementen zijn een feit, maar het oorzakelijk verband niet. Wellicht heeft het meer te maken met de gemiddelde twintigjarige studieweek van die studenten, volgens een recent visitatierapport?

En hier komt de politiek weer om de hoek. Hebben wij, OC&W, niet aan de Tweede Kamer beloofd dat we extra zullen letten op doorstroomrelevantie? Wat nu? Wij hebben de Tweede Kamer niet beloofd dat er voor elke doelgroep een onderwijsbaar, studeerbaar en motiverend programma moet komen. We zien gemakshalve over het hoofd dat statistiek voor alle leerlingen in de M-profielen en voor een deel van de leerlingen in het NG-profiel (medische statistiek bijvoorbeeld) het belangrijkste wiskundevak is, terwijl het ook mooi is meegenomen dat juristen en kamerleden iets begrijpen van statistiek. Nee, statistiek wordt naar de rand en over de rand geduwd! En dus bedenken wij, OC&W, een toelichting waarin de kern van

alle wiskunde in algemeen vormend onderwijs bestaat uit algebraïsch en analytisch rekenwerk. Wie wat websites raadpleegt van buurlanden ziet hoe uniek en oorspronkelijk en internationaal baanbrekend deze nieuwe visie op wiskunde in het VO is...

Voortgaande discussie op basis van argumenten

Het treurige van dit politieke gedoe is dat de ellende die de politiek door de reducties heeft veroorzaakt, zijn terugslag heeft op onze onderlinge discussie. Het venijn en de bitterheid van sommige bijdragen in die discussie is voor een buitenstaander verbazingwekkend. Net zo goed als je binnen de wiskunde beweringen moet onderbouwen en bewijzen, moet dat toch ook kunnen als je een discussie voert over onze liefde, het onderwijs in de wiskunde. Verdachtmakingen zijn troef, oorzaak-gevolg relaties worden de wereld ingeslingerd en voortdurend gaat het over zij, die anderen, die het niet goed doen. Vanaf de zijlijn heb ik de laatste veertig jaar veel onderwijsveranderingen zien gebeuren, maar zelden is er bij het opstellen van de programma's zo'n stevige invloed geweest van de praktiserende wiskundeleraars. Er is serieus geluisterd naar de belangrijkste aspecten zoals onderwijsbaarheid en studeerbaarheid van de programma's. Nu moeten we in de komende proefperiode van de experimentele programma's maar eens zien hoe die inschatting zich verhoudt tot de werkelijkheid, en de inhoudelijke discussie voortzetten op basis van feiten en argumenten.

Anne van Streun,
Ureterp

Literatuur

- Kuyper, H. & M.P.C. van der Werf (2007). *De resultaten van VOCL'93 en VOCL'99: Vergelijkende analyses van prestaties en rendement*. Groningen: GION. Zie de website van het GION-RUG.
- Van Streun, A. (2001). Hoe staat ons Nederlands wiskundeonderwijs ervoor? *Nieuw Archief voor Wiskunde*, maart 2001. Zie website Nieuw Archief voor Wiskunde.
- Van Streun, A. (2001). *Het denken bevorderen*. Zoek op website www.rug.nl.

Staatssecretariële beslissingen rond de nieuwste programma's wiskunde HAVO/vwo

Voor mij als toetsdeskundige doet het er helemaal niet toe welke eindtermen in een wiskundeprogramma staan, zolang die eindtermen maar tot toetsen kunnen leiden. De nieuwste programma's van de staatssecretaris tot stand ge-

komen op basis van de voorstellen van cTWO en het rapport van de resonansgroep leiden ongetwijfeld tot maakbare examens in die zin dat we daar examens bij kunnen fabriceren. Dus vanuit mijn directe werk is er niets aan de hand.

Maar het wordt een heel ander verhaal op het moment dat je met een wiskundig-maatschappelijke bril naar die nieuwste programma's kijkt. Dan word je vrij ongelukkig en vraag je je af waarom twintig jaar ontwikkeling wiskunde A-onderwijs wordt weggegooid. En je vraagt je ook af of de mensen die in de resonansgroep zitting hadden, wel enig idee hadden voor welke leerlingen wiskunde A en wiskunde C ooit bedoeld zijn geweest.

Natuurlijk, zo zal gezegd worden, de door de staatssecretaris zo goed als integraal overgenomen ideeën van de resonansgroep laten de vakken wiskunde A en C op VWO-niveau toch echt nog bestaan. Die vakken verdwijnen toch niet, de betreffende doelgroepen worden heus nog wel onderkend en bediend met specifieke wiskundeprogramma's. Dat kan natuurlijk niet ontkend worden. Maar toch: wat we hier zien, is, in mijn ogen althans, een forse poging tot restauratie die volledig voorbijgaat aan het doel van beide vakken, namelijk betekenisvolle wiskunde te geven op maat voor leerlingen die in vroeger dagen volledig verloren waren voor alles (nou ja, alles, wel veel in ieder geval) dat met formules, getallen en grafieken te maken had.

Ik herinner me zelf nog levendig de jaren dat ik les gaf aan leerlingen op 4 VWO-niveau die daar nog verplicht wiskunde moesten 'ondergaan' in een vak dat op de school waar ik toen werkte, met de opbeurende naam 'wiskunde-zonder-perspectief' was opgetuigd. Die leerlingen waren het vierde leerjaar ingegaan met de wetenschap dat ze dat jaar wiskunde voor het laatst zouden volgen, om de doodeenvoudige reden dat ze veelal geen enkele binding hadden met het vak, tegelijkertijd wel degelijk VWO-kwaliteiten bezaten en dus er meestentijds van uit konden gaan dat ze, als ze klas 4 doorstaan hadden, gelukkig voor eeuwig van wiskunde verlost zouden zijn. Omdat het echter formeel niet mogelijk was die leerlingen bij het begin van dat leerjaar de mogelijkheid te ontzeggen op het eind van dat leerjaar bij bevordering alsnog wiskunde te laten kiezen, moest je er rekening

mee houden dat een enkele leerling in dat leerjaar toch nog iets opgestoken had van wiskunde waarmee hij/zij door kon naar een vijfde leerjaar met wiskunde. Dus het programma 'wiskunde-zonder-perspectief' vertoonde wel wat overeenkomsten met het reguliere programma. En dat leidde dus tot een nagenoeg volledig zinloos leerjaar; terwijl er met die leerlingen heel veel meer te bereiken is. Kijk naar de recente ervaringen met wiskunde A1 als een eerste aanzet en kijk met name naar de programma-ideeën die CTWO voor wiskunde C in haar voorstel gelanceerd heeft. Onderken dan dat een en ander serieuze pogingen bevat om die leerlingen iets aan wiskundige ondergrond mee te geven waar ze de rest van hun leven iets mee kunnen. Het gaat er bij die leerlingen niet om dat ze uitvoerig getraind zijn in het uitvoeren van algebraïsche operaties, het gaat er daar veeleer om dat men in staat is over angst of afgrijzen rond formules heen te stappen, bereid is het verstand niet op nul te zetten als er getallen aan redeneringen te pas komen, de wil en de mogelijkheid hebben met beleid naar grafieken te kijken en enig idee hebben van de zin en onzin rond zaken die te maken hebben met statistiek en kansrekening. En precies deze aspecten zijn in wezen niet terug te vinden in de benadering van de staatssecretaris. Dat is nu exact wat ons twintig jaar terugwerpt in de geschiedenis van het Nederlandse wiskundeonderwijs. En ons overigens ook internationaal fors laat zakken op de ranglijst van landen die bereid zijn in te zien dat er in het kader van kennis-economie-aspecten een grote noodzaak is om ook de minder exact 'angehauchten' van de hoger opgeleiden kritisch vermogen rond wiskundig relevante zaken mee te geven. Hier krijgen we binnen enkele jaren ontzettende spijt van.

En het erge is dat velen van ons dat nu al beseffen, dit kenbaar gemaakt hebben en de eindverantwoordelijke dit kennelijk niet wil horen.

*Ger Limpens,
toetsdeskundige wiskunde*

The significance of 'Mathematics A' and its assessment

I have conducted a five year survey on 'Developing Creativity in Mathematics Education' which was founded by the Japanese Ministry of Education in order to collect information on a progressive approach in mathematics education around the world. In the survey, I became involved in the Dutch approach to mathematics education. Especially, I have got significant ideas on the subject of 'Mathematics A' and its assessment, partly through the 'Mathematics A-lympiad.' Since 2002, professor Hanako Senuma of the National Institute of Educational Policy Research and I have visited the Netherlands and observed

'Mathematics A' classrooms and the 'Mathematics A-lympiad' competition with generous support from professor Jan de Lange and Tom Goris of Freudenthal Institute of Utrecht University.

'Mathematics A' is quite informative for Japanese mathematics education in that it contains rich realistic situations and assessment tasks. Traditional and formalized mathematics deprived of rich context has no role for developing mathematical literacy, which is required for successful participation in a rapidly changing society. Ja-

pan experienced a shock from the PISA 2003 results and we are aware that Japanese secondary mathematics which is characterized as highly structural and theoretically oriented should be changed to a more realistic and include open-ended situation with modeling, application, and higher order thinking skills before it is too late.

It was indeed a wonderful opportunity for us to observe teams of students solving real world problems in the 'Mathematics A-lympiad', both in the preliminary and final rounds. What struck us most from our observation of the 'Mathematics A-lympiad' were not only high academic mathematics competencies among students for solving open-ended real world mathematic problem with proficient process skills, but also high social competencies using socio-cultural tools such as languages and technologies, interacting in heterogeneous groups, cooperating and collaborating with each other, managing and resolving conflicts, and acting autonomously. Such comprehensive competencies are essential for globalization and a sustainable society.

From our publications, mathematics educators, teachers of mathematics, parents and students in Japan showed

strong interest in 'Mathematics A' and in a team taking part in the 'Mathematics A-lympiad.' On May 25, we did a trial experiment of the 'Mathematics A-lympiad' in the high school attached to Kanazawa University, and we hope that we can participate in the twentieth anniversary 'Mathematics A-lympiad' preliminary round.

The survey has substantial impact on reform in the national curriculum in Japan. A new national curriculum was issued this March and will come into effect from the next academic year. In the newly established national curriculum in mathematics, we can see a strong influence from the Dutch approach to mathematics, especially the philosophy of 'Mathematics A' and its assessment through the 'Mathematics A-lympiad.'

We would like to take into account such promising endeavors as 'Mathematics A' and the 'Mathematics A-lympiad' for educating students for contributing to a well-founded and peaceful society.

Minoru Ohtani
Professor of Mathematics Education,
Kanazawa University, Japan

Algebra moet, maar moet alleen algebra?

De staatssecretaris heeft een besluit genomen over de wiskundeprogramma's en het is weer hommeles.

Trouw aan een jarenlange gewoonte is de reactie van leraren geheel genegeerd, (zie wiskunde-brief 453 van 13 april 2008) en daar kunnen we niet meer zo goed tegen. Leraren vinden het ook prettig als ze serieus worden genomen, net als gewone mensen.

We hebben al genoeg ervaring opgedaan met slechte of onuitvoerbare programma's, we zijn wel volleerd daarin. We hebben dat onlangs nog aan de commissie Dijsselbloem uitgelegd, die instemmend zat te knikken, nee, zo moest het niet meer. Maar oude gewoontes zijn taai.

De resonansgroep heeft vast heus naar eer en geweten alleen maar (jammer genoeg) op de doorstroomrelevantie zitten te letten, maar we moeten ons realiseren dat de ervaringen in het vervolgonderwijs van 'ze kunnen niks meer' zijn gebaseerd op de eerste lichten van de tweede fase, toen:

- veel propedeusedocenten niet de moeite hadden genomen kennis te nemen van het tweede faseprogramma zodat leerlingen deficiënt werden verklaard op wat niet in het programma zat, en de propedeuse zeker niet aansloot bij wat de leerlingen wel hadden gehad;
- ook zware technische/exacte studierichtingen zichzelf verloochenden door officieel genoeg te nemen met het te lichte wiskunde B1;

- er op aandrang van het hoger onderwijs (sic!) meer aandacht was voor vaardigheden (de verplichte praktische opdracht kwam uit de lucht vallen en telde mee voor 60% van het SE);
- ook de basisvorming met zijn afgedwongen ene niveau de h/v leerlingen een achterstand op het gebied van algebraïsche vaardigheden had bezorgd;
- er in onderbouw en bovenbouw forse reducties in het aantal lessen waren aangebracht;
- de introductie van de grafische rekenmachine (GR) in het onderwijs zijn beslag kreeg en een plaats moest vinden (dit werd geheel aan de docenten overgelaten, ze kregen hem en moesten maar zien).

Dat waren de omstandigheden waar leraren mee te maken kregen. Ik weet niet of dat inmiddels in gunstige zin veel is veranderd, ik betwijfel het eerlijk gezegd.

Wat hebben leraren daaraan gedaan?

- De GR aanvankelijk aarzelend tegemoet getreden, vervolgens deels omarmd en inmiddels gewoon in het programma opgenomen.
- Na enige tijd bij examenmakers erop aangedrongen de algebraïsche vaardigheden (profielafhankelijk) weer wat meer aandacht te geven, wat in de recente examens te merken is.
- Zowel bij het vaststellen van het noodprogramma

per 2007 (waar docenten nauw bij waren betrokken) als in de bijbehorende syllabus expliciet meer aandacht voor algebraïsche vaardigheden opnemen, gedifferentieerd naar profiel, met concrete voorbeelden.

- Als gevolg daarvan is er nu meer aandacht voor algebraïsche vaardigheden in de onderbouw. Nu de basisvorming officieel overleden is, mag dat ook, maar die ontwikkeling was toch al aan de gang.

Dus ja, wat moet je nu per 2013 met een reactie op een verleden dat in 2008 al niet meer als zodanig bestaat? Leraren vinden algebra heus ook wel belangrijk, zoals blijkt, maar niet als enige, en handelen daar ook naar, op een verantwoorde wijze, met oog voor de mogelijkheden en onmogelijkheden van de leerling. Het zou zo aardig zijn als er voor de verandering eens enig vertrouwen was in het oordeel en het handelen van de leraar.

De omstandigheden veranderen zodat het vak weer adem krijgt, dat is het enige wat moet gebeuren en waar zowel de resonansgroep als CTWO en niet alleen de NVVW(!) de politiek op moet aanspreken. Dan laat je zien dat je hart hebt voor je vak. Elkaar de strot afbijten in een te kleine ruimte lost niks op. Gewoon ouderwets (het equivalent van) vier wekelijkse wiskundelessen van vijftig minuten, cq vijf lessen van vijftig minuten voor wiskunde B. Dan kom je ergens, dan kun je eisen stellen die ook nog haalbaar zijn.

Naar rechts blijven sturen als er al naar rechts gegaan wordt, resulteert uiteindelijk in een cirkeltje, en dat zie je: De staatsprogramma's van 2013 zijn die van ca 25 jaar terug, de tijd van voor wiskunde A, maar dan zonder de les-

tijd die er toen voor stond. Je kunt dus verwachten dat er rond 2018 een beweging zal opstaan die pleit voor wiskunde A, omdat een algoritmisch-technische benadering niet voldoet: Demotivatatie, slechte resultaten door het doen van onbegrepen kunstjes en een slechte aansluiting wat vaardigheden betreft (en daar is best wel wat over gepubliceerd, in binnen- en buitenland. Zie bijvoorbeeld http://www.maa.org/devlin/devlin_03_08.html respectievelijk <http://www.maa.org/devlin/LockhartsLament.pdf>).

Schiet lekker op zo!

Als we wiskunde vergelijken met iets als vioolspelen, dan is de algebraïsche vaardigheid iets als de vingeroefeningen, de loopjes. Zonder kun je niet, en iedereen, op elk niveau moet veel en aandachtig oefenen om het onder de knie te krijgen. Maar talent speelt ook een rol, oefenen alleen is niet genoeg, en alleen oefenen is het ook niet.

In de nieuwe programma's moet iedereen vooral veel oefenen. de meest getalenteerden doen bijna niet anders dan heel veel, heel moeilijke loopjes en komen aan samenspelen in een orkest (met andere vakken) of een concert niet toe, noch nemen ze kennis van iets als de plaats van de viool in de muzikwereld, ontwikkelingen in de muziek etcetera. En ook de minder getalenteerden blijven steken in de loopjes, wel en beetje makkelijker, maar een lekker stukkie musiceren zit er ook voor hen niet in. In de muziek haal je zoiets niet in je hoofd; het is niet echt een bijdrage aan liefde voor de muziek of het instrument.

Waarom in de wiskunde wel?

Marian Kollenveld
voorzitter Nederlandse Vereniging van Wiskundedocenten

Ons wiskundeonderwijs is niet effectief

Niet altijd krijg ik het gevoel, dat Marian Kollenveld de mening van het veld goed representeert. Daarom hier mijn kanttekeningen bij de woorden van onze voorzitter (*wiskunde-brief* 454 en www.nvvw.nl). Haar commentaar is typisch dat van de coach van een elftal in degradatiegevaar. De scheidsrechter deugde niet, er stond een harde wind over het veld en er was volop blessureleed. En onze jongens hebben zo hard gewerkt, wat een onrechtvaardige wereld is dit toch.

Met zes aandachtbolletjes somt zij de excuses op (de praktische opdracht, de basisvorming, bezuinigingen op lessen, de grafische rekenmachine). Daarover kunnen wij nauwelijks van mening verschillen, al vind ik dat het praktische nut van de meetkunde in B1,2 VWO sterk overschat wordt. Ik ben in mijn studietijd en daarna eigenlijk nooit meer dat soort meetkunde tegengekomen. Een

meetkundig probleem uit de praktijk is ofwel triviaal dan wel gemakkelijk analytisch of vectorieel op te lossen. Goed, afgezien van deze interpretatiekwestie zijn alle excuses geaccepteerd. Ook met de vier aandachtspunten van ons strijdplan (het verhogen van de algebraïsche vaardigheden) ga ik volledig akkoord. De examens (althans wiskunde B VWO) zijn inderdaad wat algebraïscher geworden. Dan constateer ik (daar hadden ook wel een paar opsommingsbolletjes bij gemogen) een nostalgisch verlangen naar de vier lessen van vijftig minuten in de bovenbouw. Ik heb inmiddels begrepen dat deze noodzakelijke verbetering op sommige scholen al afgedwongen is, althans voor de nieuwe tweede fase. Bravo!

Waarom dan eigenlijk mijn kanttekeningen? Er is immers een grote mate van overeenstemming tussen onze standpunten. Ook ik heb hart voor mijn vak en aan het

‘elkaar in een te kleine ruimte de strot afbijten’ doe ik niet mee. Er is bijna geen coach van verliezende teams te vinden (met uitzondering van trainer Jan de Jonge van De Graafschap) die zijn eigen fouten toegeeft. Ook in onze vereniging zijn weinig tekenen te vinden van deemoed. Mag ik daarover ook een paar aandachtsbolletjes kwijt? Niet dat we er veel mee opschieten, maar het is tenminste even een hand in eigen boezem.

- Onze didactiek-obsessie is veel te ver doorgeschooten.
- Onze psychologie gaat in het vaardighedenverhaal uit van verkeerde veronderstellingen (transfer is een dubieus begrip uit de psychologie): zelfstandig werken en interactief werken belemmeren het leerproces, waarvoor primair duidelijkheid, bekwame leiding, rust en concentratie nodig zijn. Verder zijn onze algemene wiskundige vaardigheden ontoetsbare doodoeners.
- Zeer recent, gerandomiseerd wetenschappelijk onderzoek (*Science*, Jennifer Kaminsky) toont aan, dat contextrijke leerstof bepaald niet tot betere resultaten leidt:
‘The motivation behind this research was to examine a very widespread belief about the teaching of mathematics, namely that teaching students multiple concrete examples will benefit learning,’ said Jennifer A. Kaminski, a research scientist at the Center for Cognitive Science at Ohio State. ‘It was really just that, a belief.’

Maar wij hebben ons twintig jaar lang vastgeklampt aan dit geloof.

- Ons probleemgestuurd onderwijs begint met hetgeen waarmee men behoort te eindigen en werkt dus de verwarring in de hand.

- Met steeds meer woorden, plaatjes en animaties hebben we de aandacht afgeleid van de inhoud.
- Het is onbewezen en onwaarschijnlijk dat Wiskunde A, zoals wij het heden ten dage presenteren, iets bijdraagt aan de redzaamheid van de a.s. student.
- Met de sterk verbale behandeling van onderwerpen (zoals het hypothesetoetsen) hebben wij taalzwakke leerlingen flink wat schade berokkend.
- ICT verarmt ons wiskundeonderwijs (in beide betekenissen van het werkwoord).

De enige vraag van belang is de volgende. Hoe verhogen wij de efficiëntie van onze wiskundelessen? Hoe kunnen wij meer doen met minder tijd en geld? Hoe deden onze leermeesters het eigenlijk (ik bedoel de collega’s van ver vóór de invoering van wiskunde A en ICT). Hoe lukte het Jan Ligthart en Theo Thijssen om de kinderen (in klassen van 40) ongelijknamige breuken foutloos te laten optellen? Waarom kunnen wij dat niet meer? Waarom lukt het ons maar niet, zesdeklassers VWO met goniometrie en algebra op het niveau van de derdeklas HBS-er te krijgen, ondanks alle moderne hulpmiddelen en het minstens even grote aantal lessen dat een zesdeklasser gehad heeft? Gek eigenlijk, dat ik die vraag in algemene zin (en dus een antwoord daarop) nooit tegengekomen ben in ons clubblad. Of leggen wij ons bij voorbaat neer bij de ongecijferdheid van een volgende generatie?

*Henk Pfaltzgraff,
Purmerend*

Het juiste meetinstrument

Een artikel in *Science*, 24 april 2008: ‘Het voordeel van het gebruik van abstracte voorbeelden bij het leren van wiskunde.’

In de concept-context benadering wordt er vanuit concrete voorbeelden gewerkt naar de abstracte concepten. Dit is de nieuwe benadering voor het onderwijs in de natuurwetenschappen. Wiskundeleraars hebben al veel langere tijd concrete voorbeelden gebruikt om aan te sluiten bij de belevingswereld van leerlingen op grond van eigen ervaring en op grond van gedegen onderzoek door onder andere Piaget, Marzano en onze eigen Freudenthal. Vanuit de concrete voorbeelden werken we al sinds jaar en dag naar de abstracte concepten binnen de wiskunde en we sluiten weer af met concrete toepassingen. Het nieuwe voorstel voor het examenprogramma wiskunde A, B, C en D lijkt de context-concept benadering nu te gaan verlaten en daar lijkt een Amerikaans onderzoek ook aanleiding toe te geven.

Het Amerikaanse onderzoek van Jennifer Kaminsky et al. dat beschreven wordt in *Science* en in *Trouw* is besproken op 25 april lijkt aan te tonen dat het werken met concrete voorbeelden de leerling niets wijzer maakt.

Zijn wij dan jarenlang verkeerd bezig geweest? Deugt het voorgaande onderzoek op dit gebied niet? Gaan de natuurwetenschappen vanaf 2013 nu ook de verkeerde kant op? Dat kan natuurlijk niet, ook al zegt Jan van der Craats in *Trouw*: ‘Bij het werken met voorbeelden ga je ervan uit dat de leerling zelf de theorie ontdekt. Maar dat werkt niet; dat is maar enkelen gegeven.’ Jan van Maanen zegt iets genuanceerder in hetzelfde artikel: ‘Veel schoolboeken blijven naar mijn idee erg veel in concrete voorbeelden hangen.’ Maar voor veel abstracte begrippen uit de wiskunde geldt volgens hem dat de meeste leerlingen eerst een concreet beeld moeten hebben voordat ze het zich eigen kunnen maken. Van Maanen: ‘Als de lessen daarin meteen abstract zijn, blijft het voor veel leerlingen een soort geheimtaal en haken ze af.’

Een voorbeeld vanuit de kansrekening dat gebruikt wordt in het *Science*-artikel:

Een wiskundeleraar kan zijn lessen kansrekening starten met het trekken van rode en blauwe dobbelstenen uit een bak of het gooien met een zeszijdige dobbelsteen. Deze dagelijkse concrete voorbeelden sluiten aan bij de kennis van de leerling en zetten aan tot het leren van nieuwe concepten. Het voorgestelde alternatief is het aanleren van een abstract begrip van het trekken van n dingen uit een grotere verzameling van m elementen.

Het besproken onderzoek in *Science* stelt zich de vraag of het aanleren van een enkel abstract voorbeeld een betere transfer heeft naar kennisverruiming dan starten met meerdere concrete voorbeelden.

Table 1: Stimuli and rules across domains.

| | Relevant Concreteness | No Relevant Concreteness | | |
|------------------------------------|---|--------------------------|----------|--------|
| Elements | | | | |
| Rules of Commutative Group: | | | | |
| Associative | For any elements x, y, z : $((x + y) + z) = (x + (y + z))$ | | | |
| Commutative | For any elements x, y : $x + y = y + x$ | | | |
| Identity | There is an element, I , such that for any element, x : $x + \mathbf{I} = x$ | | | |
| Inverses | For any element, x , there exists another element, y , such that $x + y = \mathbf{I}$ | | | |
| Specific Rules: | is the identity | is the identity | | |
| | These combine | Remainder | Operands | Result |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |

Voor het onderzoek hebben de Amerikanen gekozen voor modulo 3 rekenen, een nieuw concept voor de leerlingen. Een van de onderzoeksgroepen heeft geleerd door het gebruik van abstracte symbolen en de andere drie onderzoeksgroepen hebben concrete situaties aangeboden gekregen (vloeistofcontainers, pizzapunten en tennisballen). Een groep heeft één concrete situatie bestudeerd, 1 groep heeft twee concrete situaties bestudeerd en de laatste groep bestudeerde drie concrete situaties.

Het doel was om een resthoeveelheid vloeistof te bepalen als er verschillende maatbekers gebruikt kunnen worden. Op de test die bestond uit vierentwintig multiple choice vragen, werd door alle onderzoeksgroepen gelijk gescoord en in dezelfde benodigde tijd. Het onderzoeksresultaat is dus niet bepaald op deze uitkomst, maar op de

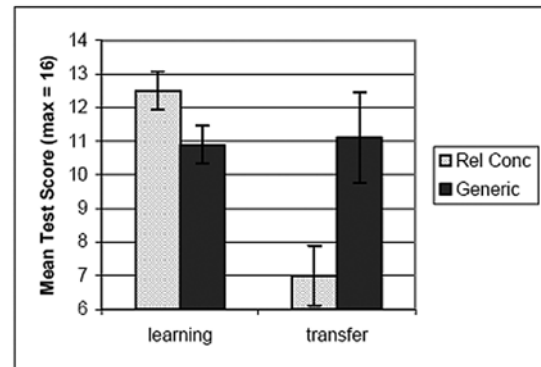


Figure 1: Mean Test Scores.
Note: Error bars represent standard error of mean.

As shown in Figure 1, in both conditions participants successfully learned in the base domain, with mean learning scores being significantly above chance score of 6, one sample t-tests, $t_s > 8.67, p < .001$ (see Figure 1). At the same time, there was a clear advantage of generic instantiations for transfer. These findings were supported by a two by two mixed ANOVA revealing a significant interaction, $F(1, 15) = 13.9, p < .003$. While there was a marginal advantage of Relevant Concreteness for learning, independent samples t-test $t(15) = 2.00, p = .063$, there was a marked advantage of Generic instantiation for transfer, independent samples t-test $t(15) = 2.49, p < .03$. Furthermore, in the Relevant Concreteness condition, transfer scores were no different than a chance score of 6, one sample t-test $t(7) = 1.128, p = .296$.

uitkomst van de transferopdracht die in een later stadium is gemaakt.

De uiteindelijke transferopdracht is voor alle onderzoeksgroepen gelijk en gaat over een kinderspel met drie objecten. De kinderen moeten ieder object aanwijzen en het kind die 'het' was, moest het uiteindelijke object aanwijzen. Dat moest dan een goed of fout object zijn. De regels van het spel volgen de modulo 3-regels.

Table 2: Stimuli for transfer domain.

| Elements: | | | |
|------------------|---|--|----------------------------------|
| Examples: | If the children point to these objects: | | The winner points to this object |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |

Deze transferopdracht is goed gemaakt door de groep die gestart is met het abstract voorbeeld en slecht gemaakt door de overige drie groepen, ongeacht het aantal bestudeerde concrete voorbeelden. De onderzoekers wijten dit significante verschil aan het niet herkennen van de onder-

liggende structuren bij de concrete opdrachten. In vervol-gexperimenten waarin extra hulp werd gegeven om de onderliggende structuren te herkennen, bleef de score van de 'concrete' groep onder de maat.

Marco Swaen heeft het onderzoek in *Science* bekeken en komt tot de volgende conclusie:

Ik vind het onderzoek NIET erg overtuigend, al komt de conclusie velen misschien goed uit. Bij de zogenaamde concrete-groep kunnen de leerlingen gewoon optellen met $1, 2$ en $3 = 0$ door bijvoorbeeld (in gedachten) de pizzapunten aan elkaar te leggen, of de inhouden van de kannen bij elkaar te nemen. Het enige nieuwe is dat nu 'vol' hetzelfde is als 'leeg'. Zoals bij klokrekenen 24 uur weer 0 uur is. Omdat het rekenen bij hun verder helemaal in dat kader verloopt, valt het leerlingen in de eerste groep niet op dat er ook een abstract patroon is, namelijk dat $1 + 1 = 2$ terwijl $2 + 2 = 1$, oftewel $aa = b$ en $bb = a$, oftewel dat er een soort symmetrie is tussen de twee niet-neutrale elementen. De generieke-groep (abstracte) daarentegen krijgt juist direct die abstracte regel voorgeschoteld.

In de afsluitende test wordt dan juist die abstracte regel gevraagd, vrijwel precies in dezelfde vorm waarin de generieke groep hem geleerd heeft (maar nu zijn a en b vervangen door c en d). De leerlingen in de eerste groep hebben opeens geen steun meer aan de optelling, tja, nogal wiedus dat die

dan onderuit gaan. Zij moeten nu zelf de abstracte regel gaan herkennen die de generieke-groep gewoon kreeg ingelepeld. Het zou eerlijker zijn als de eerste groep ook een voorbeeld kreeg waarin ze niet kunnen terugvallen op optelling, dus een groep die isomorf is met $Z/3Z$ maar met een beschrijving die niet op het bekende optellen berust. De tweede groep heeft eigenlijk geen abstractie geleerd, zij hebben gewoon een formele regel geleerd die hun vervolgens wordt teruggevraagd. Van de eerste groep wordt WEL gevraagd te abstraheren, maar omdat zij voorbeelden voorgeschoteld krijgen waarin die abstractie niet nodig is, doen zij dat dan ook niet. (reactie via site BON)

De onderzoekers geven gelukkig ook aan dat het starten met concrete voorbeelden zeker voordelen heeft. De leerlingen worden meer betrokken bij de aan te leren concepten. Relevante concrete voorbeelden gaven zelfs aan dat het starten van het leren van de concepten iets beter verliep.

Zo zie je maar, één onderzoek met een meetinstrument dat niet klopt bij de vraag en we worden makkelijk teruggezet naar de vijfentwintig jaar terug van Marian Kollenveld.

*Lidy Wesker,
ILO, Amsterdam*

Tot slot

Soms heb je van die situaties dat je samen een groot en lastig probleem hebt opgelost na langdurig en zorgvuldig overleg, en dat dan na afloop toch één van de betrokkenen vindt dat het anders moet en er dan ook voluit mee aan de gang gaat om dat voor elkaar te krijgen. Dat nu overkomt de vernieuwingscommissie wiskunde cTWO die zich bezighoudt met de nieuwe examenprogramma's wiskunde voor HAVO en VWO.

De commissie is voor dat doel ingesteld door de minister en heeft per 1 januari 2008 haar voorstellen bij het ministerie ingeleverd. Daar is een lang traject aan voorafgegaan, waarbij alle betrokkenen van het wiskundeonderwijs, zoals de Resonansgroep en de Nederlandse Vereniging van Wiskundelaren, bij herhaling hun visie hebben kunnen inbrengen. De Resonansgroep is al jaren van mening dat aankomende studenten wiskunde en informatica onvoldoende zijn voorbereid op hun exacte studie. De Vereniging ziet wiskunde ook als een algemeen vormend vak dat bestemd is voor een grotere groep leerlingen, en waakt er voor dat het programma niet te overladen en te moeilijk wordt. Het voorstel van de commissie draagt dan ook in alle opzichten de kenmerken van een moeizaam tot stand gekomen compromis. Hoewel beide hoofdrolspelers in een eerder stadium een reactie hebben kunnen leveren op een volledige eerste versie van de voorstellen, vond het ministerie het toch nodig alsnog

hun reacties te vragen op het laatste definitieve voorstel. Dat een dergelijke gang van zaken alleen maar kan leiden tot een herhaling van zetten waarin de standpunten zich alleen maar verharderen, kan iedereen met een beetje gevoel voor procedures op zijn klompen aanvoelen. Aldus geschiedde, en beide reacties staan in een aantal opzichten haaks op elkaar. Ongevraagd probeert cTWO hierin een knoop door te hakken. Tenslotte is cTWO hiervoor ingesteld op basis van deskundigheid. Het ministerie vindt het niet nodig een bericht van ontvangst aan cTWO te sturen en neemt rustig te tijd om nog eens twee maanden na te denken. Per 8 april komt dan eindelijk het verlossende nieuws: het ministerie heeft eigenmachtig een sterk afwijkend besluit genomen over de voorstellen van cTWO, volgt daarbij de koers van de Resonansgroep en negeert de wensen van de Vereniging. Het is inmiddels algemeen bekend – en te bewijzen met uitgewisselde mailberichten – dat er een rechtstreekse lijn is van de voorzitter van de (reeds opgeheven) Resonansgroep en de verantwoordelijke ambtenaar op OCW.

Maar slordige procedures kunnen nog best een goed voorstel opleveren. Helaas is dat hier niet het geval. Uit alles blijkt dat het ministerie niet de moeite heeft genomen zich serieus te verdiepen in de huidige stand van zaken van het wiskundeonderwijs. Grootste blunder is wel dat ze voorstelt de a, b, c - formule voor klas 4 en hoger in

de programma's op te nemen omdat er 'geen garantie bestaat dat die in de eerste drie klassen van HAVO en VWO zouden worden onderwezen'. Als het ministerie de moeite had genomen in de inhoudsopgave van de delen voor de derde klas van de laatste drie edities van de schoolmethodes te kijken, dan had ze kunnen constateren dat deze formule al minstens tien jaar in de derde klas wordt onderwezen op HAVO en VWO. Daarnaast heeft het ministerie een eigen indeling bedacht die volstrekt nieuw is binnen de didactiek van het vak. Elk verfrissend idee heeft haar waarde, maar dan moet het wel verfrissend zijn. In de sfeer van de *Goddelijke Komedie* van Dante wordt het wiskundeonderwijs ingedeeld in een harde kern met daaromheen een binnenring, een middenring en een buitenring. Uit de formulering zal duidelijk zijn dat er sprake is van een afnemend belang van binnen naar buiten: de harde kern (= algebra) moet, de buitenring kan alleen dan als er ruimte voor is. Ook hiervoor geldt dat het ministerie volstrekt onkundig is van de huidige stand van zaken in het wiskundeonderwijs. Sinds de recente herziening van 2007 is algebra een substantieel onderdeel geworden van het programma. Dat is in de vierdeklasdelen van de laatste edities van de schoolmethodes direct terug te vinden doordat aparte algebrahoofdstukken en paragrafen zijn opgenomen. Dit overigens tot grote tevredenheid van docenten wiskunde. Dat er wat moest gebeuren op het terrein van formele vaardigheden, daar is iedereen het allang over eens en daar wordt op alle fronten hard aan gewerkt. Niet duidelijk is welke onderwerpen in welke ring thuis horen en waarom dat zo zou moeten zijn, met uitzondering van de algebra (harde kern) en kansrekening en statistiek (buitenring). Het ministerie vindt het duidelijk onbelangrijk dat leerlingen die opteren voor de studie Medicijnen via het profiel Natuur en Gezondheid, wor-

den voorbereid op de hedendaagse beginselen van de kansrekening en statistiek.

Op het fundament van deze wonderlijke indeling heeft het ministerie haar besluiten gebouwd. Daarbij dreigt ze het wiskundeonderwijs terug te drijven naar de vroegere 'bejubelde' situatie van 'wiskunde voor enkelen'. Duidelijk is dat de conclusies van de commissie Dijsselbloem nog niet zijn doorgedrongen tot de verantwoordelijke ambtenaren op het ministerie en dat op dit niveau nog steeds volledig over de praktijk van het onderwijs wordt heen gewalst. Het is een schande dat het ministerie niet de moeite neemt zich echt op de hoogte te stellen van de praktijk van het wiskundeonderwijs en haar oren heeft laten hangen naar de borrelpraat van enkele solistisch opererende hoogleraren wiskunde.

Op 30 mei heeft een gesprek plaatsgevonden over deze zaak met het ministerie. Om de kool en de geit te sparen heeft het ministerie besloten de start van de examenexperimenten een jaar op te schorten om een externe instantie uit de kringen van het hoger onderwijs (WO en HBO) de tijd te geven een advies uit te brengen over het besluit van het ministerie en daarbij rekening te houden met 'de mogelijkheden van het VO en de algemene vorming' (citaat ministerie). Het blijft afwachten of iemand op dit niveau kan beoordelen hoe aantoonbaar slecht het besluit van de staatssecretaris is, los van alle vooroordelen over wiskundeonderwijs, politieke stellingnames en didactische stokpaardjes. Blijft dus over een 'dooie mussen'-gevoel: zal dit advies nu echt gaan leiden tot een ingrijpende aanpassing van het besluit van het ministerie?

Sieb Kemme
Projectleider cTWO-team