

Boekbespreking

Titel: *Spelen en Delen*
Auteur: Frank Thuijsman
Uitgever: Epsilon, Zebra-reeks nr. 22
ISBN: 90-50411-095-2
Prijs: € 9,-

Spelen en Delen

Speltheorie is een tak van de wiskunde waarvan tachtig jaar geleden de grondslag werd gelegd door John von Neumann (1903-1957). Hij werd geïnspireerd door strategische gezelschapsspelen als schaak en poker. Opmerkelijk is dat bij het ontstaan van de kansentheorie zo'n 350 jaar geleden ook spelen (dobbelstenen, roulette) een rol speelden. Zie bijvoorbeeld de Epsilonuitgave *Van Rekeningh in Spelen van Geluck*. Intussen is de speltheorie een niet meer weg te denken instrument geworden in verschillende gedragswetenschappen, getuige de vele Nobelprijzen in de Economie die zijn toegekend aan speltheoretici. John Nash, the *beautiful mind*, was de eerste winnaar in 1994. Ook in 2005 en 2007 vielen speltheoretici in de prijzen.

Speltheorie moet meer aandacht krijgen in het wiskundeonderwijs. Dat gebeurde al tijdens het gezamenlijke wiskundetoernooi van de Radboud Universiteit Nijmegen en de Universität zu Köln (zie http://www.ru.nl/wiskundetoernooi/het_wiskundetoernooi/). De Zebra *Spelen en Delen* van Frank Thuijsman kan hier verder toe bijdragen.

Grofweg kan de speltheorie ingedeeld worden in twee delen:

- de niet-coöperatieve theorie ('spelen'), waarbij de spelers optimaal willen handelen in een conflictsituatie,
- de coöperatieve theorie ('delen'), waarbij men samen wil werken; daar doet zich dan het probleem voor hoe de winst te verdelen.

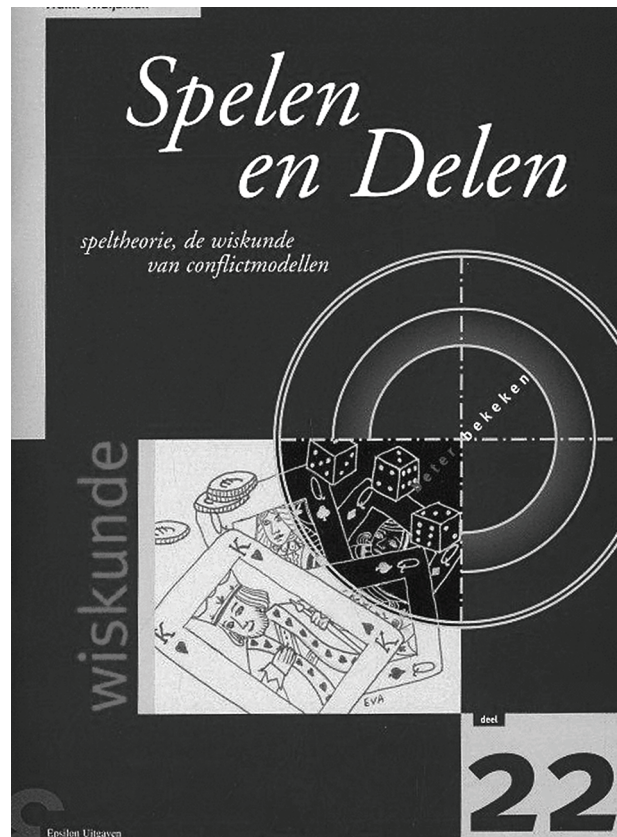
Frank Thuijsman start met een eeuwenoud probleem uit de Talmud, een belangrijk Joods wetboek. Wanneer een man, getrouwd met drie vrouwen, overlijdt, en hij heeft aan de eerste vrouw een schuld van 100 zuz, aan de tweede vrouw een schuld van 200 zuz en aan de derde vrouw een schuld van 300 zuz, hoe moet zijn nalatenschap dan verdeeld worden? De oplossing die de Talmud voor de drie gevallen geeft, hangt op het eerste gezicht op een merkwaardige wijze af van de grootte van de nalatenschap en dit gaf eeuwenlang aanleiding tot discussies.

Voor de verdeling van de nalatenschap van 200 zuz was moeilijk te verklaren. In hoofdstuk 2 blijkt dat de drie

verdelingen alle verklaarbaar zijn met behulp van één speltheoretische regel, de nucleolus.

		nalatenschap		
		100	200	300
claim	100	33,33	50	50
	200	33,33	75	100
	300	33,33	75	150

Hoofdstuk 3 gaat over redeneerpuzzels: kabouters die moeten uitvinden welke kleur muts ze op hebben. In dit bekend type puzzel wordt altijd verondersteld dat de kabouters zodanig handelen dat ze hun winst willen maximaliseren, en dat ze op elk moment feilloos intelligent gebruik maken van de informatie die ze dan hebben. Het is didactisch sterk om op deze manier de drie abstracte uitgangspunten *Rationaliteit*, *Intelligentie* en *Volledige Informatie* van de speltheorie te presenteren.



Daarna, in de hoofdstukken 4 en 5, komen *spelen in strategische vorm* en bekende matrixspelen aan bod uit de de

niet-coöperatieve speltheorie, zoals het *Gevangenen Dilemma* en de *Strijd der Sexen*.

In het laatste (zesde) hoofdstuk wordt het vinden van *stabiele matchings* (koppelingsproblemen) behandeld. Een huwelijksbureau heeft een bestand van vijf mannen en vijf vrouwen. Elke vrouw heeft haar eigen voorkeurslijstje van de vijf mannen en elke man zijn eigen voorkeurslijstje van de vijf vrouwen. Er worden vijf paren gevormd. De matching is stabiel als er geen man en vrouw zijn, die beiden elkaar meer prefereren dan de partner aan wie ze door het bureau gekoppeld zijn.

De schrijver kent kennelijk zijn publiek. Hij is zorgvuldig in zijn definities en formuleringen. Zeker, de leerling zal zich moeten inspannen om alles te begrijpen. Maar als hij daar de tijd voor neemt, lukt dat en zal hij de stof beslist gaan waarderen. En zo behoort een Zebraboekje ook geschreven te zijn. Alleen (de overigens interessante) opgave 43 wijkt af van het juiste niveau: wij denken dat de schrijver hier de scholier overschat.

Welke leerling hebben we hier voor ogen? De wiskunde B-leerling heeft in de herziene tweede fase geen onderwijs meer in kansrekening, maar dat hoeft geen belemmering te zijn. Immers, iedereen heeft wel een intuïtief idee van kans en van verwachting. Interessanter is de vraag of het boekje ook geschikt is voor wiskunde A en C. De enige formele wiskunde die in de zebra gebruikt wordt is kansrekening en dat zit juist in wiskunde A en C. Gezien het onderwerp – zijn relatie met economie en sociale conflicten – vormen de wiskunde A- en C-leerlingen de logische doelgroep. Gesteund door enige ervaring lijkt ons de zebra goed te doen voor deze leerlingen. Ook de illustratie van het Talmud-verdeelprobleem met communicerende vaten (natuurkunde!) is voor A- en C-leerlingen goed te begrijpen (blz. 11).

Wel zal de begeleider de leerling over enkele notatie- en taalproblemen heen moeten helpen. Deze hobbels moeten niet worden onderschat. Wij noemen als voorbeeld de regel voor een evenwicht (\bar{p}^* , \bar{q}^*) op blz. 41:

$$\min_{\bar{q}} \bar{p}^* A \bar{q} \geq \bar{p}^* A \bar{q}^* \geq \max_{\bar{p}} \bar{p} A \bar{q}^*$$

voor alle gemengde strategieën \bar{p} en \bar{q} .

Speltheorie is een uitgebreid vak, waar veel meer te koop is dan in deze Zebra aan de orde komt. Hier en daar ver-raadt Frank Thuijsman dat hij vanuit een veel grotere denkwereld geschreven heeft. Zo komt op bladzijde 13 de term *karakteristieke functie* voor, op bladzijde 15 (pre-) imputaties, en op bladzijde 26 *spel in uitgebreide vorm*. Deze begrippen worden genoemd, maar spelen geen enkele rol in het vervolg. Iets dergelijks zie je ook in een formalisme als ‘de lege coalitie’, die op bladzijde 13 wordt ingevoerd, maar feitelijk nergens voor nodig is. Soms is de notatie onnodig formeel: \in , Σ , $\min x_i$, $\mathbb{N} \setminus S$, (N, v) [een coöperatief spel is kennelijk een paar], $B_2(p) = \{y \mid \dots\}$.

De hoofdstukken staan min of meer los van elkaar: zij kunnen onafhankelijk van elkaar bestudeerd worden. Het is goed mogelijk een groepje leerlingen de hoofdstukken 1 en 2 te laten bestuderen, een groepje aan de hoofdstukken 3, 4 en 5 te laten werken en een derde groepje aan hoofdstuk 6 te zetten. En natuurlijk moet elk groepje zijn bevindingen presenteren aan de anderen. Doe dat voor nog een of twee andere Zebra’s en een praktische opdracht is georganiseerd. Zebra 8 *Verkiezingen*, een web van paradoxen speelt in dezelfde sfeer.

Dat de stof ook nieuw is voor de (meeste) docenten mag daarbij geen probleem zijn. Integendeel, het boekje biedt de leerling én zijn docent beiden de gelegenheid kennis te maken met het modelleren van conflictsituaties, een wiskundige activiteit die relevant is in de moderne maatschappij.

Wij hopen dat veel docenten deze Zebra opnemen in de wiskundige ontwikkeling van hun VWO-leerlingen, voor elk profiel.

*Leon van den Broek, docent wiskunde
Stef Tijs, Universiteit van Tilburg*

Kangoeroe

Op vrijdag 20 maart vindt weer de Kangoeroe Reken- en Wiskundewedstrijd plaats voor alle basisschoolleerlingen vanaf groep 5 en alle middelbare scholieren.

Scholen dienen zich voor 18 februari aan te melden, bij voorkeur via de website.

Voor info, zie:
www.math.ru.nl/kangoeroe

Voor vragen mailt u naar:
kangoeroe@math.ru.nl of
belt u naar: 024 – 3652985

