

Voor de vierde keer op rij geeft **Rob van Oord** zijn hoogst persoonlijke impressie van de Nationale Wiskunde Dagen. Hij durft deze keer zelfs zijn hand in de 'Bocca della veritá' te steken om ons te overtuigen dat het relaas naar volledige waarheid opgetekend is.

NWD XV

Strijd of oorlog? Bliksem of chaos?

Struggle for life, battle of math

Van alle kanten ligt het vak wiskunde onder vuur. Met de herziening tweede fase is in elk geval het aantal uren wiskunde per leerling gemiddeld flink gedaald. De 'echte' wiskunde, de wiskunde B, komt verschaald uit de strijd. Hoeveel scholen bieden (nog) wiskunde D aan? Als dressing op de sla, toefje slagroom op de pudding, als jus op de stampot. Maar de echte wiskunde is niet weg te stoppen, dat beleef je op de NWD. *Survival of math*. Overal past wiskunde! Darwin wist dit al.

Maar ook binnen primair onderwijsland is het vechten geblazen. Taalstrijd en rekenoorlog. Begrijpend lezen of technisch lezen, creatief taalgebruik of grammatica? Zonder taal geen wiskunde. Realistisch rekenen of tafels opdreunen? Staartdelingen of herhaald aftrekkingen doen? Krijgt Jan van de Craats voet aan de grond op de basisschool met een boek basisrekenen? Wat gebeurt er met de 35 jaar expertise van de ontwikkeling van het rekenonderwijs van het FI? Kees de Glopper van de RUG opende deze lustrumeditie van de NWD met een pleidooi voor bundeling van de krachten. Onderzoek wijst uit dat actief taalgebruik meer bijdraagt aan taalontwikkeling dan (eindeloos) ontleden en grammatica. Zo denk ik dat leerlingen samen een probleem laten aanpakken en oplossen, of een presentatie laten houden over een stuk stof dat ze zelf hebben doorgewerkt, meer bijdraagt aan de ontwikkeling van hun wiskundig inzicht dan eindeloos oefenen met ontbinden en vergelijkingen oplossen. Er moet wel wat geleerd worden, algebraïsche vaardigheden zijn onmisbaar, maar dan moet ook meteen duidelijk zijn dat je er wat aan hebt. Zinvol algebra bedrijven zou ik dat willen noemen.

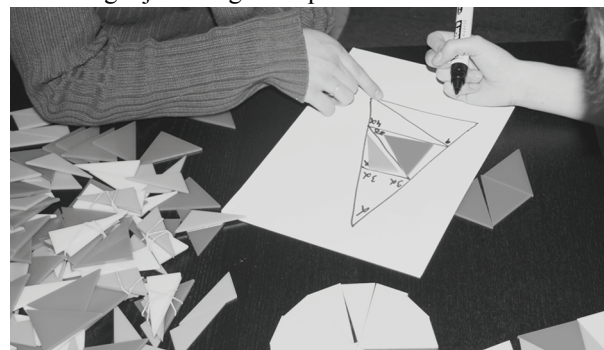
Zoals gebruikelijk in de plenaire lezingen van de NWD spatten de mooie plaatjes van het scherm. Zo ook bij prof. dr. Ute Ebert uit Heidelberg. Donder en bliksem, gesimuleerd met wiskundige vergelijkingen. Duidelijk werd dat bliksem zich als een priem een weg boort van de wolken naar de aarde, daarbij zoekend naar de gunstigste weg. De elektrische spanningsvelden die de uiteindelijke ontlading veroorzaken, leiden tot prachtige plaatjes, maar dit keer zijn het geen fractals! Juist de bundeling van krachten zorgt ervoor dat de bliksem naar de aarde schicht.

De eerste ronde

Dit jaar heb ik gekozen voor veel doe-workshops. Daaruit put ik de meeste inspiratie voor mijn lessen. Ik heb al jaren belangstelling voor Islamitische motieven. In Granada, Londen en Boston kocht ik al boekjes hierover¹. Een ervan zag ik ook op de tafel van de NVVW liggen. Ik maakte al eens sjablonen van stervormen om te snappen hoe de gevlochten motieven in elkaar steken. Op mijn computer staan ruim zestig digifoto's van Moorse moziëken uit het Alhambra. Ik wilde me weer laten verrassen door de schoonheid van de Islamitische kunst. Dus koos ik in de eerste ronde voor de workshop van Aldine van der Ham-Aaten en Tom Goris over regelmatige veertienhoeken en regelmatige achttienhoeken. Aldine gaf in 2006 deze workshop in het Mathematics House of Isfahan (Iran) met Iraanse studenten². De taal van de wiskunde spreekt voor zich.



Eén 'taartpunt' van zo'n veelhoek kun je met behulp van handig gekozen (gelijkbenige) driehoeken vergroten naar daarmee gelijkvormige taartpunten.



De hoeken van elk deelstuk van de vergroting zijn allemaal veelvoud van de tophoek α van de kleine taartpunt. Dat moest eerst worden bewezen. Als je dat snapt kun je eenvoudig zelf met passer en geodriehoek, of met een tekenprogramma, de mozaïekstukjes construeren. In groepjes gingen we aan de slag om met de aangeboden setjes gekleurde stukjes perspex de vergroting van elk van de gekleurde stukjes te zoeken. Door die vergrotingen samen te voegen, kan een nog grotere punt gemaakt worden. Ten slotte kwam de oh- en ah-beleving als het geheel tussen twee scharnierende spiegels geschoven wordt. Door de twee spiegels wordt de bijbehorende veelhoek zichtbaar, vol met gekleurde vlakjes, net als vroeger bij zo'n prismakoker waarin je al draaiend van die prachtige mozaïeken kon zien. Naast de wiskunde van gelijkbenige driehoeken en gelijkvormigheid, laat de workshop ervaren hoe belangrijk het samen puzzelen, redeneren en ontdekken is om tot een verbluffend en wonderbaarlijk zichtbaar mooi resultaat te komen. Een aanrader voor alle brugklassen om hiermee aan de slag te gaan.

Marjan Botke bezocht de lezing over de wiskunde achter de containerlogistiek door Iris Vis. Bij de overslag van containers vormen de kranen de bottleneck van het proces. Met een eenvoudig voorbeeld heeft Iris in een leuk en levendig verhaal uitgelegd hoe de wiskunde gebruikt wordt bij het optimaliseren van dergelijke logistieke problemen². Zie de volgende *Wiskrant*, de finaleopdracht van de Olympiade was mede op deze workshop gebaseerd.

De tweede ronde

Na een korte pauze ging ik op bezoek bij Adri Knop en Anja Moeijes van het Taborcollege. Regelmatig lees ik over hun workshops. Ze zijn voortdurend bezig om wiskunde uitdagend te maken en zinvolle toepassingen te zoeken. Als onderdelen van een project op hun school moeten leerlingen de opgegeven lengte van de Sky-Diver en de hoogte van het reuzenrad, La Grande Roue, in Walibi verifiëren. Adri gebruikt zelf GPS om bij de voorbereiding van dit soort projectopdrachten data te genereren. Het maken van een grafiek van de slingertijd tegen touwlengte $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ stond al in *Wiskunde Lijn* voor de tweede klas. Ik heb nog steeds de touwtjes met ijzeren ringetjes in mijn bureaulade liggen, voor als ik ooit nog eens een tweede klas zal krijgen. In deze workshop werden de gemeten tijden en de lengte van het touw meteen uitgezet in VU-grafiek. Met de sleepknop kan eenvoudig een wortelfunctie gevonden worden die over de getekende punten loopt. Nu kan de in Walibi gemeten halve slingertijd van 7,3 seconden van de Sky-Diver (eenvoudig) worden teruggerekend naar de lengte van de kabel. Ook hier is goed samenwerken in het groepje een garantie voor een goed resultaat. Een aanrader om in je les te doen.

Adri had ook een draaiend fietswiel op een vork gemonteerd om op schaal het reuzenrad na te bootsen. Met een bewegende geodriehoek en een kijklijntouwtje kun je de kijkhoeken meten waarmee de hoogte van het rad bere-

kend kan worden². Vervolgens wordt van iedereen de ooghoogte gemeten en dan naar buiten. Met een tussenafstand van twintig meter de hoeken meten waaronder je de punt van de toren ziet. Dan met gelijkvormigheid of met gonio aan de slag.



Marjan Botke bezocht de workshop van Odette de Meulemeester (van de pentomino's) over Pygrammen. Een vierkant wordt in negen stukjes opgedeeld. Met die negen stukjes kunnen allerlei vormen gelegd worden. Vergelijk dit met Tangram. Er zijn ook tal van wiskundige activiteiten die je ermee kunt ontplooiën. Lengten, oppervlakten, symmetrie en gelijkvormigheid. Na de uitleg konden de deelnemers zelf aan de slag met een Pygram-sudoku. Een verrassend leuke variant op de gewone sudoku. Zoals bij elke workshop van de goedlachse Odette waren er ook nu weer prijzen mee te verdienen².

Tussendoor

Insecten zijn helemaal in. Ook op de NWD waren insecten helemaal hot. Wat Hyves voor de jeugd is, is Hive voor de spelletjesliefhebber. Op zeshoekige speelstenen staan verschillende insecten afgebeeld die tijdens het spel ieder op een eigen wijze verplaatst mogen worden. Het doel is om de bijenkoningin van de tegenstander helemaal in te sluiten met je eigen (geleedpotige) gelederen. Wat een leuk spel. Het vond gretig aftrek.



Dan was er ook de signeursessie van Martin Kindt en Ed de Moor van hun boek *Wiskunde in een notendop*. Met een persoonlijke noot van Martin stopte ik het in mijn NWD-tas. Op het eerste gezicht een prachtig boek met begrijpelijke, interessante stukjes wiskunde.

Ik verbaasde me samen met Job van de Groep (zelf ook

goochelaar) over de kunsten van Tilman Grünewald bij de stand van Pythagoras. Bij Selexyz een toepasselijk boekje voor mijn vrouw gekocht: *Anton kan toveren*. Zij is kleuterjuf en werkt veel met beeldmateriaal. We hebben vaak discussies over duurzaam leren en boeiend onderwijs, hoe doe je dat bij kleuters en hoe bij pubers? Hoe betrek je juist de kinderen bij je les die zich afkeren, die niet willen. Probeer juist met hen een lijntje te leggen, zegt ze altijd. Op haar school zijn ze helemaal gegrepen door de ideeën van Jan Jutten. Jan Bisschops begeleidt het team op dit moment om hun onderwijs boeiender te maken. Kinderen en leerkrachten worden systeemdenkers. Mindmaps kunnen kinderen helpen de vele informatie die ze aangeboden krijgen in deze maatschappij, te ordenen. Zo is zij met kleuters al bezig variabelen te vinden om een gedragspatroongrafiek te maken over bijvoorbeeld het boek *Kikker in de kou!*

De avond en de nacht

Na het toetje werd het licht gedimd en kwam Jan de Lange, voormalig directeur van het FI, met een werkelijk prachtig verhaal over een maffe Engelsman, Barnes Wallis. Geïnspireerd door keilstenen ontwierp deze man een stuiterbom die in WO II een dam van de Duitsers moest verwoesten. De film *Dambusters*, die hierover gaat, is binnenkort als remake te zien in de bioscoop. Het lanceren van de bom die als keilsteen rollend over het water ketst, was niet zonder gevaar. Schitterende filmpjes van proefvluchten lieten hierover geen twijfel. Bijna werd het vliegtuig dat de bom afschoot door het opspattende water zelf gesplashed. De hele actie was een groot avontuur, vooral voor de piloten, die heel laag over het water moesten vliegen. Jan, bedankt voor je warme verhaal.



Met een biertje in de hand begeef ik me zoetjesaan naar de dansvloer. De door mij meegebrachte zak cashewnotjes vindt gretig aftrek. Het zij ze gegund, de vrijwel gehele sectie wiskunde van het Mgr Frencken College uit Oosterhout. Onder de bezielende leiding van Terzi staan ze op en bij de dansvloer: Simone, José, Rupert, Mijke, Mandy, Veronique en de jonge held Ron (doet me denken aan de gezellige Martijn van *Boer zoekt vrouw*). Later, op mijn kamer, maak ik een schets van de sangaku die ik wil inleveren voor de wedstrijd die Pythagoras heeft uitgeschreven. Ik had al menig sangaku opgelost, als huiswerk van de nascholingscursus Meetkunde voor wiskunde D in

Delft bij Agnes Verweij en professor Jan Aarts. Helaas kon ik niet bij hun workshop over Bottema zijn, maar ik heb er lovende woorden over gehoord.

Na een kort nachtje vroeg op voor de *Fun Run*. Een record aantal deelnemers verzamelt zich om de dozen met bananen bij de theepot. Mijn groene muts zie je op alle foto's. Door de druilregen begin ik aan mijn jaarlijkse ongetrainde (geen tijd voor) run. Door het windje mee op het laatste rechte stuk schrijf ik een p.r. van 33:02 in de boeken. Een 65-plusser krijgt een eervolle vermelding bij de prijsuitreiking. Nellie Verhoef, een studiegenootje uit 1972, doet voor het eerst mee en wint bij de vrouwen. Bravo Nellie! Na de run en een heet bad trek ik de welverdiende trofee over mijn (nog) rode body: het T-shirt met NWD XV, prachtig afgewerkt met blauwe tressen rond de hals en de armen. Nog enigszins zwetend en stijf van de spierpijn voeg ik me bij de ontbijtende menigte. Ik ben niet de enige waar trots van het gelaat straalt over de zojuist verworven rekwisiet.

Ik heb ook een prijs gewonnen, geen beker, maar wel houten stokjes, zogenaamde *Napier Rods*. Vandaag bracht TNT mij een groot pakket, de prijs voor de sangaku! Ik bleek de enige inzender van de prijsvraag te zijn... Hij zal op de achterkant van een volgend nummer van Pythagoras staan. Dank je Tilmar, voor de Napier rods.

De derde ronde

Het verhaal van Jan van der Lubbe is ook zeer bizar. Geboren uit een kunsthandelaarsfamilie moest hij van zijn vader een echt vak leren. Hij studeerde aan de TU Delft en bekwaamde zich in methoden waarmee de echtheid van schilderijen en prenten kan worden vastgesteld. Zo zijn er 48 kenmerken die onderzocht worden, of liever gezegd, uitgefilterd worden, van de ribbelstructuur van het papier (Rembrandt kocht altijd een setje van vijftig door de zelfde schepper gemaakte vellen) tot de dikte van de randen van de opgezette verfstreken. Bij een echt schilderij zie je dus eigenlijk alleen een grijs vlak, en bij valse komt er van alles te voorschijn. Mijn vrouw heeft laatst op de rommelmarkt een zeefdruk van Karel Appel gekocht. We twijfelen of hij echt is, dus schreef ik me in voor deze workshop, die vertelt dat een meesterwerk niet meer is dan een bak getallen, hoewel wij onze wandversiering in de kamer toch echt als meer zien dan de drie getallen die er op staan: 85/130, en op de achterkant op een klein stickertje: 100 (de prijs die we ervoor betaalden). Bij de analyse van de bakken met data die worden verzameld van schilderijen van één bepaalde kunstenaar komen vele aspecten van wiskunde aan bod, dat werd goed duidelijk. Door geld van de Europese commissie kon deze tak van wiskunde flink worden ontwikkeld en is Delft nu toonaangevend op het gebied van echtheidherkenning van prenten en schilderijen. In het verhaal van Jan was mooi te horen hoe RTL4 hem in 2005 probeerde te gebruiken om Christies te voor schut te zetten, die een valse Appel, geschilderd door meestervervalser Geert Jan Jansen, als echt verkocht had. Volgens GJJ is 20% van de Appels

door hem geschilderd, en dus vals. Na afloop van de lezing waren er zoveel belangstellende collega's (ook valse aankopen?) dat ik geen kans zag Jan iets over onze litho te vragen.



De vierde ronde

Toen ik in 1967 mijn studie wiskunde begon, wilde ik al biologie als bijvak. Dat was toen (nog) niet mogelijk. Ook stond het gebruik van de computer nog in de kinderschoenen, zodat er nog weinig toepassingen van wiskunde in de natuur waren. Ik heb van de natuur wel mijn hobby gemaakt, maar dan meer het werken erin. Zaterdags kun je me meestal ergens in een wilg vinden die ik aan het knotten ben. Met name het organiseren en het contact met de boeren vind ik erg leuk³. Biologie en wiskunde hebben dus beide mijn passie. Na de koffie bezocht ik de workshop van Gilberte Verbeeck. Ze is een beetje jaloers op de manier waarop in Nederland (realistische) wiskunde wordt onderwezen. Juist het gebruik van toepassingen bij biologie houdt haar bezig. Ze behoort tot de vooruitstrevende Vlaamse didactici, ze is ook redactrice van *Uitwikkeling*, de Vlaamse *Wiskrant*. Ze is groot voorstander van vakoverstijgende projecten. Zie de nota's die ze schreef over wiskunde en biologie². De bedoeling was dat we zelf aan de slag zouden gaan, maar omdat de tijd voor deze herhaling veel korter was dan de workshop op vrijdag, gaf ze een boeiende samenvatting van alle onderwerpen waarover ze projecten heeft opgezet samen met biologie. Op zich zijn het bekende items als BMI, Fibonacci-rijen, exponentiële groei, logistische groei, populatiedynamiek met de prooi-roofdiercyclus, genetica, en allerlei grafieken bij verzamelde data. Het mooie zit hem in de echte samenwerking met de collega's biologie en afstemming van onderwerpen. Het zou mooi zijn als ik nu eens echt een keer met de collega's biologie om de tafel ga zitten.

De slotlezing was een boeiend verhaal met prachtige bewegende kleurrijke plaatjes van fractals van Robert De vaney. Hij liet zien hoe ze in Amerika de vooroordelen over wiskunde (saai en oud) te lijf gaan. Ze nodigen jongeren uit op de universiteit om met fractals in de weer te gaan. Er zit een prijsvraag aan vast voor de leerling die

een fractal ontwerpt die Robert niet kan achterhalen³. Voor elke fractal zijn zeven gegeven getallen nodig. Die bepalen het aantal punten, de vergrotingsfactor (eigenlijk het omgekeerde van de factor) en de rotatiehoek. Door een lineaire transformatie en een kans worden punten gegenereerd die al snel de vorm van de fractal laten zien. Ik daag de lezer uit om de fractal te ontwerpen die bij benadering de schelp van de NWD vormt. Het begint bij het spelen van The Chaos Game, te vinden op de site van Boston University⁴.

En toen was er nog het GNTV-NWD orkest. De teksten van Marjolein Kool verwoordden wat wij allen hebben ervaren. Uit volle borst zongen we mee *oh eN Wee Dee pada-padam* ... Het begon met bliksem en het eindigde met chaos.

Voldaan en vol goede ideeën en voornemens gingen we huiswaarts na links en rechts nog wat afspraken gemaakt te hebben.

Wiskunde saai en oubollig? Niets daarvan! Strijdbaar gaan we op oorlogspad! We zullen het thuisfront overstelpen met levende wiskunde. Leve de wiskunde!



La bocca della verità

Rob van Oord
Coenecoopcollege, Waddinxveen

Noten

- [1] Geometric Patterns; Robert Field, 1998, ISBN 0899618 22 8 £3.99
Islamic Design; Daud Sutton, 2007, ISBN 0-8027-1635-0 \$12.00
Pintar azulejos de la alhambra, Carlos Uracco, SE-3027-01
- [2] Zie handouts en werkbladen op de site van de NWD, bij NWD 2009: www.fi.uu.nl/nwd
- [3] Zie www.knotten.nl
- [4] Zie <http://math.bu.edu/DYSYS/>