

In de media woedt een felle discussie over het niveau van het rekenonderwijs op de basisschool. Wat kennen en kunnen de leerlingen nu wel en niet wanneer ze voor de poort van het voortgezet onderwijs staan? **Marja van den Heuvel-Panhuizen** is onlangs benoemd tot hoogleraar in de Didaktiek van het Wiskundeonderwijs aan het Freudenthal Instituut. In haar oratie schetst ze haar visie op het rekenonderwijs in Nederland.

## Hoe rekt Nederland?

### Inleiding



Dit wordt een rede over de staartdeling, want of de Nederlandse basisschoolleerling vandaag de dag nog zo'n deling kan maken, is nog steeds *de* brandende vraag die opkomt als het gaat om hoe Nederland rekt. Ofschoon de discussie over de staartdeling de laatste decennia eigenlijk nooit echt is verstomd, is deze in het recente debat over de kwaliteit van het Nederlandse rekenwiskundeonderwijs weer helemaal in het middelpunt van de belangstelling komen te staan. Aangevoerd door degenen die terug willen naar het rekenonderwijs van veertig jaar geleden, toen de staartdeling nog een prominente plaats innam in het Nederlandse rekenprogramma, vullen krantenkolommen zich met de voor waar aangenomen 'achteruitgang' van de Nederlandse rekenvaardigheid. In

deze stukken wordt vaak met een beschuldigende vinger gewezen naar het huidige reken-wiskundeonderwijs en de mensen die in de afgelopen veertig jaar aan de ontwikkeling hiervan hebben gewerkt. In plaats van duidelijk te maken met hoeveel veldoverleg dit innovatieproces is gepaard gegaan, wordt gesteld dat de vernieuwde rekenaanpak aan de Nederlandse methodeschrijvers en leraren is opgelegd. Niets is minder waar. Nederland kent geen staatsdidactiek. Nederlandse basisschoolleraren zijn altijd vrij geweest in wat en hoe ze onderwijzen, zolang ze zich maar hielden aan de globaal voorgeschreven leerstof per leerjaar en het aantal uren per vak.

Sinds 1993 zijn daar de kerndoelen als richtsnoer bijgekomen, maar ook deze houden nog geen staatsdidactiek in. Als methodeschrijvers en leraren, binnen dit doelkader, terug willen naar het rekenen van vroeger, bestaat daarvoor geen enkele wettelijke belemmering; de kerndoelen voor rekenen-wiskunde in het primair onderwijs passen op een A-viertje en zijn multi-interpretabel. De tegenstanders van het tegenwoordige rekenonderwijs pleiten voor rekenen met kale getallen, waarbij de leraar de sommen voordoet en de leerling deze al nadoende leert. Voor elke bewerking wordt één procedure voorgeschreven, namelijk die van het cijferen, waarmee al wordt begonnen bij het rekenen tot 100. Er dient veel geoefend te worden en door dat oefenen zou het inzicht vanzelf ontstaan. Tegelijk met dit pleidooi wordt een groot aantal misvattingen en onjuistheden over het huidige rekenonderwijs in de media gedebiteerd. Zo kan men regelmatig lezen:

- *dat bij realistisch rekenonderwijs niet geoefend wordt.* Deze opvatting is in flagrante tegenspraak met de lange traditie die realistisch reken-wiskundeonderwijs heeft op het gebied van oefenen, al verstaan we daar, zoals Jan van Maanen twee jaar geleden in zijn oratie duidelijk maakte, wel wat anders onder dan het oefenen zonder begrip en samenhang.
- *dat realistisch rekenonderwijs inhoudt dat het cijferen is afgeschaft.*

Onwaar. Zie wat in de Proeve en de TAL-leerlijnen hierover is geschreven en kijk wat het Cito meldt in het laatste PPO-rapport. De traditionele cijferalgoritmen wor-

den nog volop onderwezen, al moet hier direct aan toegevoegd worden dat de mate waarin dat gebeurt per methode sterk verschilt. Een andere onjuistheid in de berichtgeving is, dat het traditionele cijferalgoritme en de kolomsgewijze aanpak met hele getallen ten onrechte als twee tegengestelde eindvormen worden geafficheerd, terwijl de kolomsgewijze aanpak juist bedoeld is als een inzichtelijke opmaat naar dat cijferalgoritme. Verder zijn de in de media gegeven voorbeelden van de kolomsgewijze aanpak vaak ronduit stuitend: één grote chaos en gegoochel met getallen waarmee men geen kind zou willen lastig vallen.

– *dat het bij realistisch rekenonderwijs voornamelijk gaat om het maken van verhaaltjessommen.*

Ook dit klopt niet. Sla maar een willekeurig realistisch lesboek open. Wat men ziet zijn grote aantallen kale sommen. Al past ook hier de aantekening dat de aantallen per methode wel variëren.

– *dat realistisch rekenonderwijs betekent zoveel mogelijk verschillende strategieën aanleren.*

Onjuist. Er wordt aangesloten bij wat de kinderen zelf bedenken en doen, daarin zit een natuurlijke variatie, en van daaruit wordt geleidelijk naar een standaardmanier toegewerkt, die echter geen keurslijf is. De leerlingen moeten oog hebben voor de getallen waarmee ze rekenen en indien mogelijk verkorte rekenmanieren toepassen.

– *dat alle realistische lesboeken slecht zijn.*

Alle op dit punt uitgevoerde onderzoeken logenstraffen deze boude bewering. Volgens het Cito is er evidentie dat de nieuwere methoden tussen 1992 en 2004 een klein, maar wel positief summatief effect hebben gehad op de prestaties van de leerlingen. Zonder deze methoden zouden de prestaties dus waarschijnlijk minder zijn geweest.

– *dat de gemiddelde leerling die groep 8 verlaat niet kan rekenen.*

Ook deze uitspraak moet naar het rijk der fabelen worden verwezen. Neem de laatste TIMSS-gegevens over groep 6. Als het waar is dat de gemiddelde leerling niet kan rekenen, dan geldt dit niet alleen voor ons land, maar ook voor alle andere Westerse landen die aan dit internationale onderzoek hebben meegedaan. Ik kom hierop nog terug, evenals op de voor vaststaand aangenomen achteruitgang van de rekenprestaties.

– *dat men zich piekerend afvraagt waarom het onderwijs in Nederland is vernieuwd en daarbij suggereert dat er sprake is van een soort nationale didactische dwaling.*

Uitlatingen als deze getuigen van het ontbreken van enige kennis over de problemen waar het rekenonderwijs veertig jaar geleden nationaal en internationaal mee kampte en over het vele onderzoek dat sindsdien is uitgevoerd om deze problemen op te lossen. Over deze ontwikkelingen en de huidige opvattingen over het rekenonderwijs hebben Verschaffel, Greer en De Corte onlangs gerapporteerd in het gerenommeerde *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Voor iedereen die het verslag van hun review-studie leest, zal het duidelijk zijn dat de Nederlandse onderzoekers die ge-

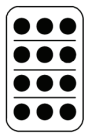
werkt hebben aan realistisch reken-wiskundeonderwijs geen werk in achterkamertjes hebben verricht, maar een alom gewaardeerde, toonaangevende bijdrage hebben geleverd aan de internationale ontwikkeling van het rekenonderwijs.

Met een vak als ‘didactiek van reken-wiskundeonderwijs’ dat zo in ontwikkeling is, waarin zoveel interessant onderzoek gaande is, waarover zoveel valt te melden, heb ik er toch voor gekozen om in het belang van goed reken-wiskundeonderwijs in deze rede het ontstane, foutieve beeld te corrigeren. Behalve dat ik hiermee recht wil doen aan diegenen die hebben bijgedragen aan de ontwikkeling en realisatie van het huidige rekenonderwijs, doe ik dit ook ter ondersteuning van de leraren die iedere dag bezig zijn om hun leerlingen te leren rekenen. Deze rechtzetting betekent geenszins dat ik niet met een kritische blik naar realistisch reken-wiskundeonderwijs wil kijken, noch dat mijn boodschap is dat alles goed is met het reken-wiskundeonderwijs in Nederland en dat we ons geen zorgen hoeven te maken over de rekenvaardigheid van onze leerlingen. Zorgpunten te over, maar belangrijk is dat we ons bij het werken aan die punten baseren op de feiten.

## De staartdeling een kwart eeuw geleden

In 1983 kwam Fred Goffree met het idee om naar analogie van de in datzelfde jaar door het Avroprogramma *Vinger aan de pols* gehouden nationale enquête *Hoe bevalt Nederland?*, te onderzoeken hoe op een gewone dag in november, op een gewone basisschool in Nederland een rekenles eruit ziet. Het werd dinsdag 15 november 1983. Goffree vroeg mij om samen met hem dit onderzoek uit te voeren, hetgeen in 1986 leidde tot de SLO-publicatie *Zo rekent Nederland*. Iedere leraar kon meedoen aan dit onderzoek en mocht zelf het reken-wiskundeonderwijs van die dag beschrijven. Niemand die controleerde of hetgeen werd opgeschreven ook daadwerkelijk had plaatsgevonden. Op het eerste oog lijkt dit, in de zin van betrouwbaarheid, geen wetenschappelijke aanpak. Natuurlijk konden de leraren hun onderwijs mooier voorstellen dan wat zich in werkelijkheid in hun klas heeft voorgedaan, maar wat ze vertelden over dat rekenwiskundeonderwijs weerspiegelde in ieder geval wel hun denken erover. Het was dan ook vooral deze vakdidactische bagage waar we bij dit onderzoek naar zochten en niet zozeer wat praktisch werd uitgevoerd. De opvattingen van de leraren over rekenwiskundeonderwijs en hun vakdidactische kennis bepaalden waarschijnlijk ook in hoge mate welke les ze voor deze speciale dag hadden uitgekozen.

We kregen 161 lesbeschrijvingen binnen, die samen een veelheid van onderwerpen bevatten. De staartdeling ontbrak daarbij niet. In een derde klas werd die dag zelfs toevallig de staartdeling aangeleerd. Als uitgangspunt werd genomen: twaalf verdelen in vieren. Zoals de methode *Naar Aanleg en Tempo* uitlegde, kun je dit opschrijven als ‘deling’ of als ‘deling in de vorm’.



de deling

$$12 : 4 = 3$$

de deling  
in de vorm

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 12} \quad | 3 \\ \underline{12} \\ 0 \end{array}$$

De leraar gaf er de volgende uitleg bij:

*Je moet maar denken dat die twee schuine strepen staartjes zijn. 4 op de 12 gaat 3 keer. Je schrijft die 3 op. Dan neem je die laatste 3  $\times 4$  is 12.*

*Afgetrokken 0. Denk eraan: aftrekken.*

Vervolgens gaf de leraar een paar sommen op voor in het oefenschrift:  $20 : 5$  en  $30 : 5$ . Deze werden daarna op het bord behandeld.

*Wie had ze goed? Zie je nu hoe het moet? Nog een paar zulke sommetjes. De laatste 0 moet onder het goede cijfer. Hoe heet deze deling ook alweer? Staartdeling. In het boek noemen we dat 'in de vorm'.*

Inderdaad ging het bij dit leren van de staartdeling alleen maar om de vorm, om het aanleren van allerlei uiterlijkheden zoals 'hoe het heet', 'hoe het eruit ziet', 'wat moet je doen', en 'wat moet je zeggen'. De leraar schrijft een deling op en de leerlingen moeten daarvan een staartdeling maken. Dit lukte bijna alle kinderen. De leraar kon tevreden zijn. Maar is deze tevredenheid terecht? Het probleem van een sommetje als  $12 : 4 = 3$  om de staartdeling mee aan te leren, is dat er helemaal geen staart is. Vandaar ook dat deze leraar de toevlucht moest nemen tot de 'vlechtjes'. Het is de vraag of dit een leerling die niet meer weet 'hoe het moest' verder heeft geholpen. Staartdeling? Oh ja, met die twee staartjes. En wat moest er ook al weer tussen? Gelukkig was er ook een lesbeschrijving waaruit bleek dat de leerlingen met meer begrip het staartdelen hadden geleerd. In deze vijfde klas werd gewerkt met het op Wiskobas geïnspireerde *Vlaardings Programma*. De kinderen kregen een rijtje met staartdelingsopgaven. Ze moesten die opgaven op twee manieren maken.

"zoals geleerd in vierde klas" "op de manier zoals gebruikelijk op de meeste scholen"

$$5459 : 53 =$$

$$\begin{array}{r} 5459 \\ - 5300 \quad 100 \\ \hline 159 \\ - 159 \quad 3 \\ \hline 0 \quad 103 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 53 \overline{) 5459} \quad | 103 \\ \underline{53} \\ 159 \\ \underline{159} \\ 0 \end{array}$$

De leraar schreef in het verslag dat de tweede manier door de leerlingen 'overigens' vrij gemakkelijk werd gevonden. De aanpak in de vierde klas had zijn werk kenmerkend goed gedaan. Dit betekende echter niet dat men het hierbij liet. Die tweede manier hoorde er ook bij.

*Deze tweede manier is weer van stal gehaald, omdat deze werkwijze bij grotere getallen en getallen met een komma erin, sneller en gemakkelijker is. Zonodig kan een som (ook) op de eerste manier worden gemaakt.*

Nogmaals, we schrijven hier 1983. Helaas liet niet iedereen in die tijd zoveel didactische kennis van zaken zien.

*Een directeur van een LBO-school vertelde dat hij van zijn dochter die op de PABO zat, de nieuwe didactiek van het staartdelen had geleerd. Op de vraag of die manier op zijn school gebruikt werd, antwoordde hij: "Nee, want die kun je niet met trucjes maken. Bij deze manier vallen de leerlingen meteen door de mand."*

Dit lijkt de omgekeerde wereld: probeer de leerlingen de staartdeling niet te laten begrijpen, maar beperk je tot het aanleren van de uiterlijke vorm. Het probleem van dit blinde cijferen is dat het succes maar beperkt is. Ondanks de grote hoeveelheid onderwijstijd die aan het cijferen werd besteed, voor het leren staartdelen waren dat vaak meer dan vijftig lessen, waren de resultaten mager. Een op de drie kinderen had problemen met de staartdeling en meer dan helft struikelde bij de wat moeilijkere delingsopgaven met nullen in de uitkomst. De eerste Periodieke Peiling van het Onderwijsniveau (PPON) in 1987 liet een groot verschil zien tussen de eenvoudige delingen met kale getallen en deelopgaven gepresenteerd als contextopgaven.

	% correcte antwoorden
	1987
$806 : 26 = \underline{\hspace{2cm}}$	85
Jolien heeft 326 vakantiefoto's. Er passen 12 foto's op een pagina. Hoeveel pagina's heeft Jolien nodig om al deze foto's op te plakken? <u>            </u> pagina's	40

Werd een kale som als  $806 : 26$  nog door veel leerlingen aan het eind van groep 8 goed gemaakt, bij contextopgaven zoals die over de vakantiefoto's waren de prestaties duidelijk minder. Bij deze opgaven gaat het in feite niet om het kunnen staartdelen, maar om het kunnen interpreteren van een rest of van een kommagetal als uitkomst. Het was met name het toepassingsaspect dat de leerlingen erg moeilijk vonden. Zoals onder andere ook al in *Zo Rekenet Nederland* naar voren was gekomen, liep het reken-wiskundeonderwijs eind jaren zeventig, begin jaren tachtig qua inhoud en aanpak erg uiteen. Daarom besloot de Nederlandse Vereniging tot Ontwikkeling van het Reken-Wiskundeonderwijs (NVORWO) een aanzet te laten maken voor een nationaal plan voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool. Een conceptversie van dit plan werd in 1984 als *10 voor de basisvorming rekenen/wiskunde* gepubliceerd en aan een grote groep deskundigen voorgelegd. Voor cijferen werd voorgesteld om:

- het minder centraal te stellen ten gunste van hoofdrekenen, schattend rekenen en getalinzicht
- het meer toepassinggericht te maken, en
- leerlingen niet direct de meest verkorte standaardalgoritmen te leren (waarin met cijfers wordt gewerkt), maar te beginnen met een notatiewijze met hele getallen; bij het staartdelen betekende dit: beginnen met herhaald aftrekken.

Van de bijna 300 respondenten (waaronder ongeveer 70 pabo-docenten, 70 schoolbegeleiders en 70 basisschoolleraren) die zich over dit conceptplan voor het cijferen hebben uitgesproken, was 95 procent het met deze opvatting eens. Ofschoon in de commentaren ook duidelijk werd dat sommige respondenten niet zo optimistisch waren over de tijdwinst die deze nieuwe aanpak zou opleveren en er zorgen waren over de implementatie, was over het geheel genomen sprake van een vrijwel unanieme instemming met de in het conceptplan voorgestelde vernieuwing van het rekenonderwijs. Dit gold niet alleen voor deze groep geraadpleegde deskundigen, maar ook voor de destijds door het bureau Inter/View van Maurice de Hond ge-enquêteerde ouders. Zij vonden rekenen toegepast in het dagelijks leven en hoofdrekenen vaker 'heel belangrijk' dan cijferen.

## De ontwikkeling van de prestaties bij cijferend delen

Eind jaren tachtig was Nederland er dus aan toe om voor het cijferen een nieuwe weg in te slaan. Hier moet echter meteen aan worden toegevoegd, dat dit niet de weg was waarvoor men in Engeland had gekozen na het uitkomen van het Cockcroft Report in 1982. Weliswaar wilde men ook hier meer tijd besteden aan het oplossen van toepassingsopgaven uit het dagelijks leven, maar anders dan in Engeland, ging Nederland uitdrukkelijk niet zo ver om de staartdeling af te schaffen.

Londen, 25 april – De Britse minister van onderwijs stuurt volgend schooljaar 350 'wiskundezendingen' op pad die leerlingen en leerkrachten ervan moeten overtuigen dat [...] staartdelingen [...] begrippen uit het verleden zijn.

*NRC-Handelsblad, 25 april 1985*

De NVORWO wilde alleen af van die eenzijdige gerichtheid op het cijferen en koos tegelijkertijd voor een meer inzichtelijke opbouw ervan. De gevolgen van deze nieuwe aanpak bleven niet uit. Toen in 1997 opnieuw de balans werd opgemaakt, lieten de PPON-scores aan het eind van groep 8 op de schaal 'Bewerkingen: Vermenigvuldigen en Delen' – waar het schriftelijk delen inmiddels bij was ondergebracht, een negatief effect van bijna een halve standaarddeviatie zien, zeg maar een daling van ruim 10 procentpunten in de scores, vergeleken met de prestaties van 1987. Kijken we naar de twee deelopgaven die ook in de PPON van 1987 zaten, dan zien de resultaten

voor het eind van groep 8 er in 1992 nog hetzelfde uit, maar laat 1997 voor beide opgaven een kleine (en te verwachten) daling zien.

	% correcte antwoorden		
	1987	1992	1997
806 : 26 = _____	85	85	75

Jolien heeft 326 vakantiefoto's.  
Er passen 12 foto's op een pagina.  
Hoeveel pagina's heeft Jolien nodig om al deze foto's op te plakken?  
\_\_\_\_\_ pagina's

	40	40	35
--	----	----	----

Interessant zijn daarbij de uitkomsten van de eveneens door het Cito in 1997 uitgevoerde methode-analyse. Voor het onderdeel 'Bewerkingen: Vermenigvuldigen en Delen' scoorde de methode *De Wereld in Getallen*, de oudste nog in gebruik zijnde realistische methode, even hoog als *Naar Zelfstandig Rekenen*, destijds de oudste in gebruik zijnde mechanistische methode, terwijl die laatste methode veel meer tijd aan het leren cijferen besteedde. Voor het onderdeel 'Samengestelde Bewerkingen', waarbij het om het toepassen gaat en de leerlingen zelf moeten beslissen welke bewerkingen ze moeten uitvoeren, deed *De Wereld in Getallen* het zelfs beter dan *Naar Zelfstandig Rekenen*. Opmerkelijk is bovendien, zeker als men bedenkt dat nu opnieuw dergelijke mechanistische rekenmethoden op de markt worden gebracht, dat van alle 24 onderdelen *De Wereld in Getallen* bij 19 ervan als allerbeste uit de vergelijking kwam en de mechanistische methode *Naar Zelfstandig Rekenen* geen enkele keer. Deze methode scoorde bij 13 onderdelen het slechtste. Na 1997 zijn er voor afzonderlijke methoden geen vergelijkingen meer gemaakt, maar deze uitkomsten zouden degenen die nu zo'n nieuwe mechanistische methode willen aanschaffen toch te denken moeten geven. Het volgende PPON-meetpunt was 2004. Opnieuw was aan het einde van de basisschool bij het onderdeel 'Bewerkingen: Vermenigvuldigen en Delen' een achteruitgang te zien. Deze keer was er, vergeleken met de prestaties van 1997, sprake van een duidelijk (en niet verwacht) negatief effect van ongeveer driekwart standaarddeviatie. Dit betekent dat de scores op dit onderdeel sinds 1987 in totaal zo'n 30 procentpunten zijn gedaald. Voor het onderdeel 'Samengestelde bewerkingen' bedraagt de totale daling 20 procentpunten en voor de 'Bewerkingen: Optellen en aftrekken' is dit zo'n 15 procentpunten. Het schriftelijk rekenen is dus duidelijk minder geworden. Maar dit is niet het hele verhaal. Daarnaast zijn er ook onderdelen waarop van 1987 tot 2004 juist vooruitgang is geboekt. Zo zijn zowel de scores voor getallen en getalrelaties en die voor schattend rekenen zo'n 25 procentpunten omhoog gegaan en is het hoofdrekenend optellen en aftrekken zo'n 10 procentpunten verbeterd, evenals het rekenen met procenten.

Wat Nederland anno 2004 aan rekenprestaties laat zien, komt in zekere mate overeen met het vaardigheidsprofiel waar twintig jaar geleden voor werd gekozen. De destijds

voorgestelde innovatie heeft zich inderdaad voltrokken en wel vanuit het onderwijs zelf zonder overheidsinterventie, hetgeen op z'n minst opmerkelijk kan worden genoemd. Minstens even verrassend is echter dat de verandering in wat de leerlingen kunnen, met name in het publieke debat, wordt opgevat als een terugval in de rekenwiskundeprestaties. Kennelijk wordt schriftelijk rekenen meer geïdentificeerd met rekenen dan getalinzicht, schattend rekenen, hoofdrekenen en toepassingen in de vorm van procentrekenen.

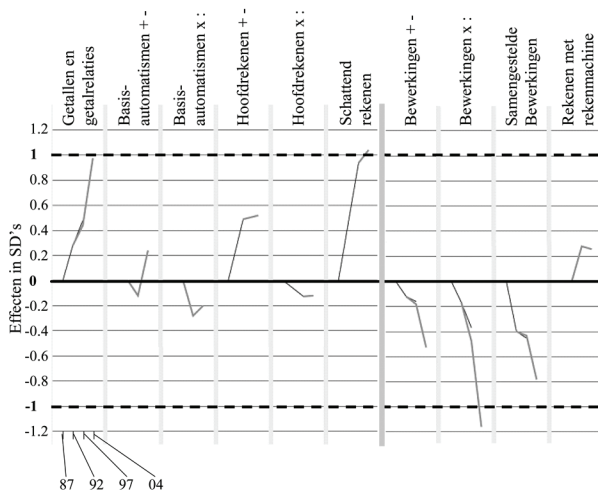


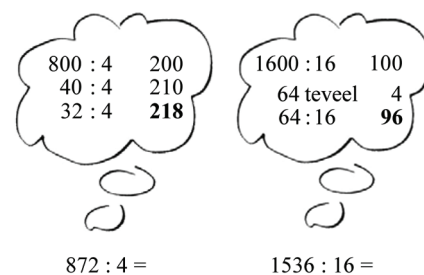
fig. 1 effectgrootten (Janssen e.a. 2005)

## Onderzoek naar de verandering in de vaardigheid van het schriftelijk delen tussen 1997 en 2004

De in figuur 1 afgebeelde PPON-grafiek laat, zoals gezegd, onmiskenbaar zien dat de vaardigheid in het schriftelijk vermenigvuldigen en delen is gedaald. Ofschoon deze teruggang voor een deel als het resultaat gezien kan worden van de breed gedragen keuze om minder tijd aan het cijferen te besteden, is het prestatieverschil toch groter dan verwacht en bedoeld. Het is dus zaak om de oorzaken hiervan te achterhalen. Dit is echter niet eenvoudig. Zo hebben de analyses van het Cito uitgewezen dat, ondanks de sterke teruggang bij het schriftelijk rekenen, de nieuwere rekenwiskundemethoden, en dan bedoel ik weer de lesboeken, in hun totaliteit toch een kleine, positieve bijdrage hebben geleverd aan de rekenvaardigheid van de leerlingen. Ook een verdere analyse van het schriftelijk delen door Hickendorff, Heiser, Van Putten en Verhelst, waarbij de goedscore in samenhang met de toegepaste strategie werd bekeken, maakte duidelijk dat het voor de goedscore zowel in 1997 als in 2004 niet uitmaakte of een kind een realistische of een traditionele strategie had toegepast. Op grond hiervan werd vervolgens geconcludeerd dat het vervangen van het traditionele cijferalgoritme door een realistische strategie geen slechte ontwikkeling is als het gaat om het krijgen van het goede antwoord. Wat wel van grote invloed was op de

goedscore, is of het kind bij het uitrekenen iets opgeschreven had. In 2004 liet 36 procent van de leerlingen meestal geen schriftelijke uitwerking zien. Deze neiging van Nederlandse leerlingen om geen berekeningen op papier te maken en geen gebruik te maken van hulpmiddelen bij het hoofdrekenen en het oplossen van puzzelachtige problemen met getallen, is ook uit ander onderzoek naar voren gekomen, maar is zeker niet iets dat door realistisch reken-wiskundeonderwijs wordt gepropageerd of dat past bij de theoretische uitgangspunten ervan. In tegendeel, schetsjes maken, een bepaalde situatie in schema brengen en je oplossingsstappen opschrijven wordt bij realistisch reken-wiskundeonderwijs juist belangrijk gevonden. Het ondersteunt het oplossen en het reflecteren en communiceren over het oplossingsproces waardoor leerlingen beter begrijpen wat ze doen. Het belang van het opschrijven is dan ook geen discussiepunt met degenen die terug willen naar het rekenonderwijs van vroeger. Wat blijft, is de discussie over de opbouw van het schriftelijk leren delen: moet er meteen worden begonnen met een staartdeling waarbij met cijfers wordt gewerkt of is het beter om de leerlingen eerst een beginvorm te leren, die voor zwakke rekenaars ook de eindvorm kan inhouden, waarbij gerekend wordt met hele getallen? Een andere vraag die naar aanleiding van dit onderzoek naar voren komt, is of op basis van de PPON-data onomstotelijk kan worden vastgesteld dat de vaardigheid in het schriftelijk delen tussen 1997 en 2004 dramatisch is gedaald. Er zijn in ieder geval drie punten die aanleiding geven om deze conclusie ter discussie te stellen: (a) de gebruikte opgaven, (b) het tijdstip waarop gemeten is, en (c) de gegeven toetsinstructie. Ik heb daarover met mijn collega's Robitzsch, Köller en Treffers gepubliceerd.

### De gebruikte opgaven



Voor het toetsen van het delen uit het onderdeel 'Bewerkingen: Vermenigvuldigen en delen' zijn in totaal negentien deelopgaven gebruikt. Slechts vier ervan zaten zowel in de toets van 1997 als in die van 2004. Deze opgaven zijn gebruikt om de scores van de twee meetmomenten aan elkaar te koppelen. Ongelukkigerwijs waren ook nog drie van deze ankeropgaven, waarvan er twee hierboven zijn afgebeeld, zodanig dat ze, zeker met het betere getalinzicht in 2004, eerder aanleiding kunnen geven tot hoofdrekenen dan tot schriftelijk rekenen. Zestien opgaven waren contextopgaven en bij vier daarvan ging het om het kunnen interpreteren van de rest; wat

iets anders is dan het kunnen uitvoeren van de deelbewerking. Van de moeilijkste deelopgaven met hele getallen, de deelopgaven met een nul in de uitkomst (bijvoorbeeld  $64800 : 16$ ), zat er maar één in de negentien toetsopgaven, terwijl juist bij dit soort opgaven de realistische aanpak minder foutgevoelig is dan het traditionele algoritme.

$$\begin{array}{r}
 16 \overline{) 64800} \quad 4050 \\
 \underline{64} \phantom{00} \\
 080 \\
 \underline{80} \\
 00 \\
 \underline{0} \\
 0
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 16 \overline{) 64800} \\
 \underline{64000} \quad 4000\times \\
 800 \\
 \underline{800} \quad 50\times \\
 0 \quad 4050
 \end{array}$$

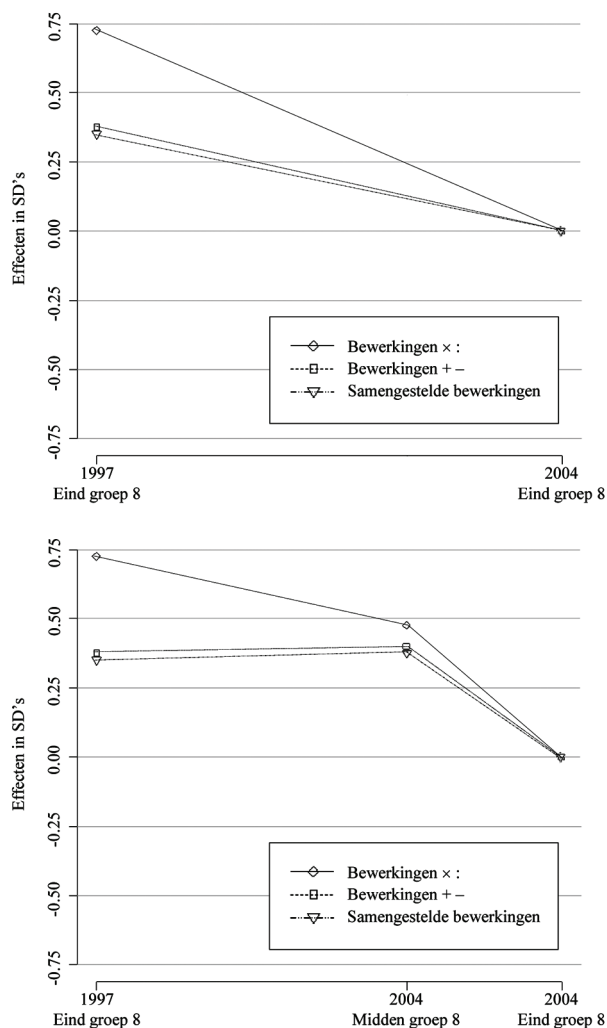
Bij deze laatste aanpak gaat 16 op de 8 nul keer en dan moet je niet vergeten een nul in de uitkomst te zetten. Hetzelfde gebeurt nog een keer aan het eind van de deling.

### Het tijdstip waarop gemeten is

Omdat het Cito bij het PPON-onderzoek van 2004 tegelijkertijd een peilingsonderzoek van het Cito-Leerlingvolgsysteem heeft uitgevoerd, weten we niet alleen hoe de leerlingen op de deelopgaven hebben gescoord aan het eind van groep 8, maar kennen we ook hun scores halverwege die jaargroep. De gevonden teruggang tussen eind groep 8 in 1997 en eind groep 8 in 2004, blijkt dan gecompliceerd in elkaar te zitten.

De neerwaartse beweging in de prestaties bij de onderdelen 'Bewerkingen' blijkt vooral in de tweede helft van groep 8 te hebben plaatsgevonden. Gegevens over halverwege groep 8 in 1997 zijn er helaas niet, maar door het in 2004 uitgevoerde peilingsonderzoek van het Cito-Leerlingvolgsysteem zijn wel de scores van van midden en eind groep 7 bekend. Hieruit blijkt dat in de tweede helft van groep 7 juist van een vooruitgang sprake was. Natuurlijk kan hetzelfde patroon met die opvallende achteruitgang in groep 8 zich ook in 1997 hebben voorgedaan. Er is echter ook wel wat voor te zeggen, dat de tendens om na de Cito-toets in groep 8 minder tijd aan rekenen te besteden, in de loop der tijd steeds sterker is geworden. Voeg daarbij nog het feit, dat na de basisschool direct wordt overgestapt op het rekenen met de rekenmachine, dan is het geenszins verwonderlijk meer dat het niet goed gaat met de latere rekenvaardigheid. Ik kan het advies van de Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen om meer aandacht te besteden aan het rekenen in het voortgezet onderwijs dan ook in hoge mate onderschrijven.

Dan kom ik nu bij het derde punt dat maakt dat er vraagtekens kunnen worden geplaatst bij de conclusie dat de vaardigheid in het schriftelijk delen sterk achteruit is gegaan.



### De gegeven toetsinstructie

Om het strategiegebruik van de leerlingen bij de deelopgaven te onderzoeken, zijn bij 140 leerlingen die deel hebben genomen aan de schriftelijke PPON-toets van 2004 ook individuele interviews afgenomen.

Behalve dat dit aanvullende onderzoek het mogelijk maakte om het effect van de realistische en de traditionele oplossingsstrategie te onderzoeken, kwam bij dit onderzoek aan het licht dat er tussen beide toetsvormen een aanzienlijk verschil in goedscores blijkt te bestaan.

Strategie	1997	2004	2004	
	% Strategie-aandeel			
	Schriftelijke toets	Schriftelijke toets	Individueel interview	
	736 : 32 (in context)			
Traditioneel algoritme	42	19	26	
Realistische aanpak <sup>a</sup>	24	33	71	
Geen schriftelijke verwerking	22	30	0	
Overige	12	19	3	
	<b>% Goed</b>	<b>71</b>	<b>52</b>	<b>84</b>
	7849 : 12 (in context) <sup>b</sup>			
Traditioneel algoritme	41	19	27	
Realistische aanpak	22	25	68	
Geen schriftelijke verwerking	17	35	0	
Overige	20	21	5	
	<b>% Goed</b>	<b>44</b>	<b>29</b>	<b>60</b>

De goedscores van de vrijgegeven deelopgaven 736 : 32 en 7849 : 12 lagen bij de mondelinge individuele afname zo'n 30 procentpunten hoger dan bij de klassikale schriftelijke toets. Vergeleken met opgaven uit andere onderdelen die op twee manieren zijn afgenomen, is dit een groot verschil. Een ander opmerkelijk verschil is, dat er bij de mondelinge afname geen enkele leerling was zonder schriftelijke verwerking. Bij de schriftelijke toets lag dit op 30 en 35 procent. Kennelijk was de instructie bij de schriftelijke toets vergeleken met die van de mondelinge afname niet sterk genoeg om de kinderen in alle gevallen op papier te laten rekenen. Wil men echter onderzoeken of Nederlandse leerlingen het schriftelijk rekenen beheersen en wil men uitspraken doen over veranderingen die zich hierbij in de loop der tijd hebben voorgedaan, dan moet men de leerlingen heel expliciet vragen de berekening op papier te maken. Het toetsen of leerlingen rekenopgaven kunnen oplossen is iets anders dan het toetsen of leerlingen bepaalde rekenprocedures kunnen uitvoeren.

De drie genoemde problematische punten (de gebruikte opgaven, het tijdstip van meten en de gegeven toetsinstructie) laten zien dat onderzoek naar veranderingen in prestaties niet eenvoudig is en zeker niet als er tegelijkertijd een innovatieproces gaande is in het onderwijs. Een opgave als 736 : 32 die in 1997 eerder via een deling op papier werd opgelost, zal in 2004, als gevolg van de grotere nadruk op getalinzicht, eerder uitlokken om te gaan hoofdrekenen: 736 : 32, ... bij 20 zit je al op 640, 2 erbij, 64, dan zit je op 704 en nog 1 erbij, 32, dan zit je op 736; samen 23. Als deze hoofdrekenstrategie dan vervolgens een overschatting van je rekenvaardigheid is, gaat het fout, terwijl uit de mondelinge afname blijkt dat 84 procent van de leerlingen er met schriftelijk rekenen wel uitkomt.

## Wat zegt TIMSS 2007 over hoe Nederland rekt?

Voor de meest recente gegevens over hoe Nederland rekt, moeten we zijn bij de laatste TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study). Dit onderzoek is in 2007 uitgevoerd in grade 4 en 8 (onze groep 6 en klas 2 voortgezet onderwijs). Nederland heeft alleen met groep 6 meegedaan. In totaal hebben 36 landen aan dit deel van het onderzoek deelgenomen. Nederland deed dit ook in 2003 en in 1995. De belangrijkste conclusie die de analyse van de Nederlandse totaalscores voor rekenen-wiskunde in groep 6 in deze drie onderzoeksjaren heeft opgeleverd, is dat er sprake is van een significante achteruitgang tussen 1995 en 2007. Problematisch aan deze conclusie is echter dat Nederland in 1995 niet voldeed aan de eisen voor de steekproeftrekking. In 2003 en 2007 was dit wel het geval, maar tussen deze jaren is geen significante verandering gevonden.

Behalve gegevens over hoe de reken-wiskundeprestaties van Nederlandse leerlingen zich over een bepaalde tijdsperiode ontwikkelen, levert TIMSS ook informatie over

hoe goed of slecht Nederland het doet vergeleken met andere landen. Voor het onderdeel Rekenen, want daar gaat de huidige discussie steeds over, levert dit de volgende volgorde van landen op: Nederland staat op de achtste plaats, met boven zich de vier Aziatische landen en stadstaatjes en drie Oost-Europese landen. Van de negen West-Europese landen die mee hebben gedaan, heeft Nederland de hoogste score. Dat geldt ook voor alle overige Westerse landen die hebben deelgenomen: de Verenigde Staten, Australië en Nieuw Zeeland.

TIMSS 2007 groep 6  
Scores onderdeel Rekenen

---

Singapore 611  
Hongkong 606  
Taiwan 581  
Japan 561  
Kazakhstan 556  
Rusland 546  
Letland 536  
**Nederland 535**  
Engeland 531  
*Verenigde Staten 524*  
Duitsland 521  
Denemarken 509  
Italië 505  
Oostenrijk 502  
*Australië 496*  
Zweden 490  
Schotland 481  
*Nieuw Zeeland 478*  
Noorwegen 461  
**+ 17 andere landen**

Een kwalificatie als 'Best of the West' misstaat hier niet, maar in het blad *j/m Voor Ouders* heet dat: 'Internationaal gezien scoren onze kinderen slecht in rekenen.' Wil dit nu zeggen dat er niets meer te wensen blijft ten aanzien van de rekenprestaties van onze basisschoolleerlingen? Nee, verre van dat. Ik kom hierop nog terug. Nu eerst nog iets over TIMSS. Een probleem van internationale vergelijkende studies, zoals TIMSS, is dat gezien de verschillende reken-wiskundeprogramma's en doelen die men in de deelnemende landen nastreeft (van Kazakstan tot Colombia en van Tsjechië tot Algerije, om maar een paar uitersten te noemen), het moeilijk is om daarvoor één uniforme toets te maken. We kunnen bij TIMSS niets anders doen dan allerlei onzuivere vergelijkingen op de koop toe nemen en er toch zoveel mogelijk lessen uit proberen te trekken. Zo'n les is dan niet dat we het volgens internationale normen slecht doen en dat ons rekenen achteruitholt. Wat dit betreft doen de krantenkoppen geen recht aan de resultaten. Wat TIMSS 2007 ons bijvoorbeeld wel laat zien, is dat:

- onze zwakke leerlingen het relatief goed doen
- in ons land, in afwijking van de meeste andere landen, de meisjes het minder goed doen dan de jongens, en
- wij helemaal onderaan staan als het gaat om nascholing.

Die laatste twee zaken zijn in ieder geval wel een reden tot zorg. Hetgeen ook geldt voor een aantal gegevens die over het lesgeven en de klasseorganisatie naar voren zijn gekomen:

- van alle landen hebben wij het laagste percentage uitleggen van het antwoord, en
- het hoogste percentage zelfstandig werken aan opgeven.

Dit laatste hangt wellicht samen met de beperkte vaardigheid van Nederlandse leerlingen om berekeningen systematisch te noteren. Via klassikale instructie is dit namelijk effectief te leren. Waarom Nederlandse leraren zo weinig klassikale instructie gebruiken is onduidelijk. Mogelijk is het een uitvloeisel van het vanaf de jaren negentig door de Inspectie van het Onderwijs gevoerde beleid van ‘onderwijs-op-maat’. Opmerkelijk in dit verband is, dat Engeland, de grootste stijger van alle landen, rond diezelfde tijd met de *National Numeracy Strategy*, mede geïnspireerd door de ideeën van realistisch reken-wiskundeonderwijs, juist gekozen heeft voor ‘whole-class teaching’.

Uit het voorgaande zal duidelijk zijn dat de TIMSS-resultaten serieus moeten worden genomen. Er valt veel van te leren, met name over de condities waaronder het leren van de leerlingen plaatsvindt. De internationale gegevens houden ons wat dit betreft een spiegel voor. Wat we hierin zien, kan richtinggevend zijn voor nieuw beleid. Of dit ook geldt voor de leerprestaties valt te betwijfelen. Als het gaat over wat we onze leerlingen willen leren, is het maar zeer de vraag of we ons bij het vaststellen van het ambitieniveau moeten laten leiden door bijvoorbeeld de hoge rekenscore van Singapore, waar bijna alle door TIMSS getoetste opgaven ook worden onderwezen. Voor Nederland zou dit betekenen dat de breuken en komma-getallen een jaar naar voren moeten worden geschoven. Maar willen we dat? Ook in andere opzichten kan ‘teaching-to-the-test’ Nederland een hogere score opleveren. Maar is dit de weg die we moeten gaan? Ofschoon Singapore in veel vergelijkende studies steeds weer aan kop gaat, maakt men zich in Singapore zelf ernstig zorgen of dit door de toets bepaalde onderwijs niet dodelijk is voor de creativiteit die nodig is om tot doorbraken en innovaties te komen.

## Tot slot

Het Nederlandse reken-wiskundeonderwijs op de basisschool kan nog op veel punten worden verbeterd. Ook de ideeën over realistisch reken-wiskundeonderwijs zijn in de loop der tijd, zowel van binnenuit als van buitenaf, voortdurend bijgesteld en dat moet zo blijven, willen we het rekenen van Nederland op peil houden. Ik zie het als mijn taak om aan dit op peil houden de komende jaren te werken, door niet alleen de wiskunde weer terug te halen naar de kern van het onderzoek van rekenwiskundeonderwijs, maar ook door meer wiskunde te brengen in het platte rekenen dat ons rekenonderwijs kenmerkt. Dit laat-

ste is een van de zorgpunten waarover ik in het begin sprak. In het Nederlandse basisonderwijs doen we veel te weinig om kinderen wiskundig te leren redeneren. Het onderzoeken van getalpatronen, het op een elementaire manier kennismaken met variabelen, functies en combinatoriek ontbreken bijna volledig in ons basisschoolprogramma. Dit is een van de grote verschillen met het Mathematikunterricht in de Duitse Grundschule. Tekenend is bijvoorbeeld dat in een recent verschenen boek dat bedoeld is om de Duitse kerndoelen voor het basisonderwijs te implementeren, niet begonnen wordt, zoals dat bij ons gebruikelijk is, met een hoofdstuk over getallen en bewerkingen, maar met een hoofdstuk over ‘Muster und Strukturen als fachliches Grundkonzept’ voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool. Dit hoofdstuk maakt duidelijk dat het rekenonderwijs in de Duitse basisschool meer wiskundig georiënteerd is dan in Nederland. We zouden hier met het oog op het geconstateerde achterblijven van Nederlandse leerlingen bij probleem oplossen, dat met name ook bij goede rekenaars is vastgesteld, een voorbeeld aan moeten nemen.

Het moge duidelijk zijn dat mijn werk in Duitsland, zowel bij de Universiteit Dortmund als bij de Humboldt Universiteit in Berlijn mij hiervoor de ogen heeft geopend en mij in feite weer heeft teruggebracht bij de basis die Wiskobas hier al voor heeft gelegd.

Nog een les die uit het Duitse reken-wiskundeonderwijs valt te trekken, is de eigen plaats die Duitse rekenwiskundededidactici toekennen aan het zogenoemde ‘halbschriftliches Rechnen’. Naast het ‘Kopfrechnen’, het ‘schriftliches Rechnen’ en het ‘Rechnen mit dem Taschenrechner’ is het ‘halbschriftliches Rechnen’ een eigen plaats toebedeeld in het totale ‘Rechenverfahren’. Die eigen plaats betekent automatisch dat hieraan in het onderwijs expliciet aandacht wordt besteed en dat kinderen leren hoe ze notities kunnen maken als ze hoofdrekenswijzen combineren met rekenen op papier. Gezien het bij ons gesignaleerde tekort in het noteren van rekenstappen is er alle reden toe om wat dit betreft ook bij onze oosterburen te rade te gaan.

Zoals gezegd, zie ik als toekomst: de wiskunde terug in de kern van het onderzoek van reken-wiskundeonderwijs en in het rekenprogramma op de basisschool. Voor beide zaken kan onze vakdidactische traditie ons helpen, en ook de omstandigheid dat we ons werk vanaf 1 december 2006 in een bredere context doen, namelijk samen met onze collega’s van Didactiek van Natuurwetenschappen. Dit kan niet anders dan een versterking betekenen van het vakdidactisch onderzoek in Utrecht.

*Marja van den Heuvel-Panhuizen  
Freudenthal Instituut, Utrecht*

---

Deze bewerking van deze oratie is gemaakt door de redactie van de *Nieuwe Wiskrant*, in overleg met Marja van den Heuvel. De originele tekst, inclusief noten en literatuurlijst, is te downloaden op [www.fi.uu.nl/wiskrant](http://www.fi.uu.nl/wiskrant).