

Lydia Brenner en Guusje Peerboom vroegen zich in het kader van hun studie af waar het wiskundeonderwijs in de achttiende eeuw zich mee bezighield. Door een groot aantal schoolboeken uit archieven te bestuderen kwamen ze tot een verrassende conclusie: vrijwel alles staat ten dienste van de handel. Dat vraagt om een verklaring...

Het belang van handelsrekenen in het onderwijs

Een studie naar het wiskundeonderwijs in de achttiende eeuw in Nederland

Inleiding

In dit artikel doen wij verslag van de analyse van dertig wiskundeschoolboeken uit de achttiende eeuw. We kijken voornamelijk naar welke soorten wiskunde er in de achttiende eeuw in het lager onderwijs wel en niet onderwezen werden. De boeken die we bespreken, zijn afkomstig uit het archief van het Nationaal Onderwijsmuseum in Rotterdam en de archieven van de universiteitsbibliotheken in Leiden en Utrecht. We zullen aantonen dat het wiskundeonderwijs in die tijd alleen uit handelsrekenen bestond. Naast de inhoud van het wiskundeonderwijs in de achttiende eeuw bespreken we in dit artikel ook verklaringen waarom het wiskundeonderwijs zich tot handelsrekenen beperkte.

Opzet van het schoolsysteem in de achttiende eeuw

We beginnen met een inleiding over het schoolsysteem in de achttiende eeuw. Op deze manier kan het lesmateriaal dat later behandeld wordt beter in de tijd geplaatst worden. Er waren in de achttiende eeuw drie soorten scholen: Franse scholen, armenscholen en Latijnse scholen. Ondanks dat deze scholen in veel opzichten op elkaar leken, waren er ook grote verschillen. Op de Latijnse scholen had je de mogelijkheid om verder te leren, in tegenstelling tot de armenscholen waar dit niet mogelijk was. Op de Franse scholen, die bedoeld waren voor de burgerij, was het net als op de Latijnse scholen mogelijk om verder te leren. Aan het begin van de achttiende eeuw gingen de Franse scholen echter over in armenscholen en verdween deze mogelijkheid (Dasberg, 1984; Douma, 1922).

De armenscholen waren bedoeld voor de minder bedeelden. Je leerde hier lezen, bidden en de fundamenten van de religie. Ook leerde je er van de drank af te blijven. Zodra je de beginselen van het lezen onder de knie had en genoeg over religie had geleerd,

was je klaar. Het was op de armenscholen dan ook zeer ongebruikelijk om te leren rekenen. Op de armenscholen waar je wel leerde rekenen, kwam het niveau vaak niet hoger dan hoe je de cijfers en getallen uit moest spreken.

De Latijnse scholen waren scholen voor de beter bedeelden in de samenleving. Deze scholen vroegen (veel) schoolgeld. Rond 1745 gingen armenscholen over in Latijnse scholen, omdat de bijdrage voor deze scholen was afgeschaft en zodoende konden minder bedeelden niet meer naar school. Op de Latijnse scholen leerde je grotendeels hetzelfde als op de armenscholen, maar hier met de mogelijkheid om verder te leren. Bij dit verder leren, wat niet meer werd aangeduid met school, waren er kleinere klassen en lag het niveau hoger. Dit lijkt op het systeem van leermeesters, waarbij de leerling in dienst gaat bij een leermeester om een vak te leren. Deze leerling krijgt dan één-op-één les van zijn meester. Het systeem van leermeesters was voor de opkomst van de scholen de manier om kennis op te doen. Een groot verschil met het leermeesterschap is dat de kennis van de docent niet meer noodzakelijk van vader op zoon wordt overgedragen, alhoewel dit zeker aan het begin van de achttiende eeuw nog meestal wel gedaan werd. Een ander verschil met het leermeesterschap is dat deze kennis nu niet meer in het huis van de docent werd overgebracht, maar in een gebouw waar meerdere docenten tezamen zaten, ofwel scholen. Na het verder leren konden leerlingen naar een van de universiteiten, die in die tijd al onder die naam bestonden. Er waren toen bijvoorbeeld universiteiten in Leiden en in Franeker.

De Latijnse en Franse scholen waren bestemd voor de burgerij. Dit waren dus over het algemeen kinderen van handelaren die zeer waarschijnlijk later de handel van hun ouders zouden overnemen. Voor veel van deze leerlingen was het dus belangrijk om het handelsrekenen te beheersen. Voor bijvoorbeeld scheepslui is

dit veel minder belangrijk. Zij gingen dan ook niet naar school, maar naar hun eigen specifieke opleiding. Op deze opleidingen hadden ze nog het leermeestersysteem en was er dus geen lesmateriaal.

Niet alleen tussen de verschillende soorten scholen zaten grote verschillen, maar ook tussen dezelfde soorten scholen in verschillende plaatsen. Het niveau in elke plaats werd bepaald door de kennis die de inwoners van die plaats bezaten. Een docent werd niet uit een andere stad gehaald. Hierdoor was het niveauverschil van de leerlingen van de verschillende scholen erg groot. Dit verschil kwam ook omdat er geen landelijk niveau vereist was en de schoolmeester zelf de inhoud van examens bepaalde.

Het niveauverschil werd verkleind doordat veel schoolmeesters examens kopieerden uit bekende werken. Omdat deze boeken wel in meerdere plaatsen gebruikt werden, leerden de leerlingen uit verschillende plaatsen toch nog grotendeels hetzelfde.

We bekijken wat er in de wiskundelesboeken werd behandeld. Aangezien wiskunde voornamelijk werd gegeven op de Latijnse scholen, nemen wij aan dat de meeste boeken die wij geanalyseerd hebben, werden gebruikt op de Latijnse scholen en misschien in kleine mate op de Franse scholen.

Het lesmateriaal voor wiskundeonderwijs in de achttiende eeuw

Voor deze analyse hebben we dertig boeken gebruikt uit het onderwijsmuseum in Rotterdam en de archieven van de universiteitsbibliotheken in Utrecht en Leiden. In de catalogi van deze archieven hebben we gezocht op verschillende trefwoorden zoals reken, rekenen, rekenkunst, rekenkunst, cijferkunst, cijferkunst meetkunde, meetkunst en arithmetica. Tabel 1 geeft een overzicht van de bronnen uit bepaalde periodes in en rondom de achttiende eeuw. Wij denken dat deze dertig lesboeken genoeg inzicht geven in honderd jaar wiskundeonderwijs.

Tabel 1: aantal bronnen op jaartal

voor 1690	1690-1700	1700-1710	1710-1720	1720-1730	1730-1740	1740-1750
1	0	0	3	1	3	3
1750-1760	1760-1770	1770-1780	1780-1790	1790-1800	1800-1810	na 1810
6	0	3	1	6	3	0

Overeenkomsten en verschillen

Alle boeken beginnen met de elementaire rekenkundige bewerkingen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen). Het verschilt per boek hoeveel

aandacht hieraan geschonken werd. Zodra de boeken verder gaan dan wat wij basisonderwijs zouden noemen (waarbij de aandacht dus volledig naar de elementaire rekenkundige bewerkingen uitgaat), worden de regel van drieën, de regel van vijven en de omkering van deze regels uitvoerig behandeld. In de volgende paragraaf zullen we deze regels nader beschrijven. In elk boek staan veel opgaven. Deze opgaven behandelen voorbeelden uit het dagelijks leven (bijvoorbeeld opgaven over geld en ruilhandel). Opvallend is dat bij elke opgave het antwoord er direct bij staat.

In ongeveer een kwart van de geanalyseerde boeken worden woorden als *lemma* en *stelling* gebruikt. In de meeste meetkundeboeken staan ook plaatjes. In de andere boeken staan wel kleine diagrammen waarin getallen op een bepaalde manier geordend zijn, maar afbeeldingen worden daar vrijwel niet gebruikt.

Enkele stukken zijn in dicht- of verhaalvorm geschreven. Hierdoor kun je de boeken enigszins lezen als een verhaal, en ligt de nadruk minder op het lesboekkarakter. Opvallend is dat vrijwel alle boeken een hoofdstuk wijden aan de schrijfwijze, de uitspraak en de constructie van letters en getallen. Een mogelijke verklaring hiervoor is dat mensen in mindere mate in contact kwamen met dit soort symbolen in hun dagelijks leven dan nu het geval is. Tegenwoordig groei je op met getallen en letters, omdat je deze overal om je heen ziet. Ook al heb je nog niet leren lezen en schrijven, toch ben je al bekend met symbolen. Driehonderd jaar geleden was de situatie anders, en behoorden deze symbolen minder tot de algemene kennis. Hier diende dus aandacht aan besteed te worden alvorens je een rekenboek kon lezen. Wanneer kinderen in het basisonderwijs tegenwoordig leren tellen, gebeurt dat aan de hand van plaatjes. Een docent vraagt dan bijvoorbeeld aan de klas hoeveel eenden de kinderen in een plaatje zien. In de achttiende eeuw was dat anders. De leerlingen leerden toen eerst lezen. Wanneer ze aan tellen en rekenen begonnen, ging men ervan uit dat de leerlingen al konden lezen. Dit blijkt uit het feit dat de boeken beginnen met het fonetisch uitschrijven van de getallen.

Regels

De regel van drieën

De regel van drieën wordt gebruikt om bij drie gegeven getallen A , B en C een vierde getal D te vinden als voor deze vier getallen geldt dat $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$. Dit vierde getal D wordt dan gevonden door gebruik te maken van deze verhouding. Stel, we hebben de gehele getallen A , B en C en de onbekende D en we weten dat A

zich tot B verhoudt, zoals C zich tot de onbekende D verhoudt. We hebben nu dus $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$. De behandelde methode in de boeken is als volgt: zet de drie gegeven getallen naast elkaar ($A - B - C$) en vermenigvuldig nu het rechtergetal met het middelste, en deel dit product door het linkergetal. Hieruit volgt dat D geschreven wordt als $D = \frac{B \cdot C}{A}$.

De regel van drieën kan ook worden toegepast op gebroken getallen. Dezelfde methode werd gehanteerd, met als enige verschil dat A, B, C, D breuken zijn. Vaak zie je echter dat er eerst gehele getallen worden gemaakt van de breuken. Dit wordt dan op de volgende manier gedaan. Gegeven de drie bekende getallen $A - B - C$ waarbij $A = \frac{p}{q}$, $B = \frac{r}{s}$, $C = \frac{t}{u}$ met p, q, r, s, t, u gehele getallen. We vermenigvuldigen de rechter- en middelste getallen C en B met $n = q \cdot s \cdot u$ en het linkergetal A wordt vermenigvuldigd met $k = n^2$. Nu volgt $D = \frac{n \cdot B \cdot n \cdot C}{k \cdot A} = \frac{n^2 \cdot B \cdot C}{n^2 \cdot A}$. Dit komt dus op hetzelfde neer als de regel van drieën voor gehele getallen. Er werd echter nog niet gewerkt met negatieve getallen.

We behandelen nu twee voorbeelden:

9 timmermannen bouwen op een dag 15 kasten; hoeveel kasten zouden 6 timmermannen op een dag bouwen?

We zetten de drie getallen op een rij: $9 - 15 - 6$. Vervolgens vermenigvuldigen we het rechtergetal met het middelste, en delen dit door het linkergetal. Dit geeft: $\frac{15 \cdot 6}{9} = 10$. Zes timmermannen bouwen dus op een dag tien kasten.

$\frac{3}{7}$ pond kaas kost $\frac{3}{2}$ gulden, hoeveel kost dan $\frac{5}{6}$ pond kaas?

We zetten de drie getallen weer op een rij: $\frac{3}{7} - \frac{3}{2} - \frac{5}{6}$. We werken nu met breuken, en in veel boeken worden hier eerst gehele getallen van gemaakt. Dit doen we door het rechter- en het middelste getal te vermenigvuldigen met $n = 7 \cdot 2 \cdot 6 = 84$. Het linkergetal vermenigvuldigen we met $n^2 = 7056$. We krijgen nu een nieuw rijtje getallen: $3024 - 126 - 70$. We passen de standaardregel toe en vinden $\frac{126 \cdot 70}{3024} = \frac{35}{12}$. Dus $\frac{5}{6}$ pond kaas kost $\frac{35}{12}$ gulden. Hetzelfde antwoord wordt verkregen als je de breuken laat staan. Vermenigvuldigen dient alleen om de uitwerking van de opgave eenvoudiger te maken.

Er wordt nergens een bewijs gegeven voor deze regel hoewel de regel van drieën in elk boek uitvoerig behandeld wordt. Ook wordt er nooit uitgelegd waarom het klopt. Wel is het zo dat bijvoorbeeld Willem Bartjens in *De Cijfferinghe* (1604) bij de eerste opgave zijn antwoord controleert door de vraag om te draaien. Eerst berekent hij hoeveel 10 pond boter

kost, als 2 pond boter 7 stuivers kost. Het antwoord is 35 stuivers. Vervolgens berekent hij hoeveel 2 pond boter kost, als 10 pond boter 35 stuivers kost. Het antwoord is 7 stuivers. Hieruit concludeert hij dat zijn antwoord correct is. Hieronder volgt een voorbeeld van een opgave waar de regel van drieën op toegepast kan worden met uitwerking.

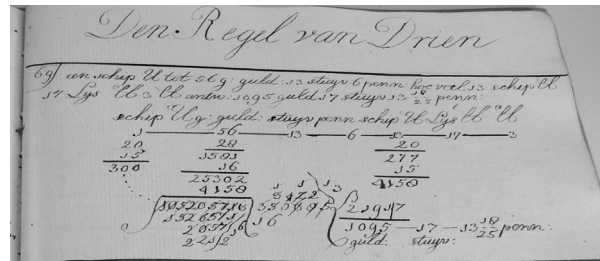


fig. 1 Opgave regel van drieën (Bartjens, 1776).

De verkeerde regel van drieën

De verkeerde regel van drieën is een aanvulling op de regel van drieën, waarbij men het linker- en rechtergetal verwisselt. Je zou kunnen zeggen dat het hier gaat om 'hoe minder, hoe meer'- of 'hoe meer, hoe minder'-vraagstukken (Beckers & Kool, 2004). Nergens wordt echter precies uitgelegd wanneer deze verkeerde regel van drieën gebruikt moet worden. Deze regel heet niet verkeerd omdat deze niet correct is, maar omdat de regel van drieën hier omgekeerd wordt toegepast. Dus $A - B - C$ wordt $C - B - A$. Je verwisselt dus alleen de volgorde waarin je de getallen opschrijft. Om het onbekende getal D te vinden, wordt nu de standaardregel toegepast, en vind je dus $D = \frac{A \cdot B}{C}$. Ook had je in één keer het linkergetal met het middelste getal kunnen vermenigvuldigen, en het product kunnen delen door het rechtergetal. Wel wordt er geïmpliceerd dat de lezer zelf moet inzien wanneer hij de gewone regel van drieën moet gebruiken, en wanneer de verkeerde regel.

We geven nu een voorbeeld:

*Als 10 timmermannen in 112 dagen een schip van 66 lasten bouwen, hoeveel dagen doen 6 timmermannen er dan over om eenzelfde schip van 66 lasten te bouwen?*¹

De lezer moet nu inzien dat minder timmermannen meer tijd nodig hebben om eenzelfde resultaat te verkrijgen. Nu moet de verkeerde regel van drieën gebruikt worden: $10 - 112 - 6$ wordt $6 - 112 - 10$ en dus $\frac{112 \cdot 10}{6} = 186 \frac{2}{3}$.

Dus zes timmermannen zouden in $186 \frac{2}{3}$ dagen een schip van 66 lasten bouwen.

De regel van vijven

De regel van vijven wordt gebruikt om bij vijf gegeven getallen, het zesde nog onbekende getal te vinden. Stel, we hebben de gehele getallen A, B, C, D, E en F de onbe-

kende, waarbij A, B, C zich tot elkaar verhouden zoals D, E, F zich tot elkaar verhouden. Ook nu zetten we de vijf getallen op een rij $A - B - C - D - E$. Nu worden eerst de eerste twee getallen met elkaar vermenigvuldigd, en ook de laatste twee. We houden dus drie getallen over, zijnde $G - C - H$ met $G = A \cdot B$ en $H = D \cdot E$. Hierop kunnen we vervolgens de regel van drieën toepassen, en we krijgen dus $F = \frac{C \cdot H}{G} = \frac{C \cdot D \cdot E}{A \cdot B}$.

De regel van vijven wordt ook wel de dubbele regel van drieën genoemd. Dit komt, omdat je ook twee keer achter elkaar de regel van drieën kunt toepassen. Dit gebeurt als volgt. Uit de rij $A - B - C - D - E$ halen we de rij $A - C - D$. Hier passen we de regel van drieën op toe, en vinden $J = \frac{C \cdot D}{A}$. We nemen de overgebleven twee getallen uit de rij erbij, en maken een nieuwe rij $B - J - E$. Hierop passen we nog een keer de regel van drieën toe en vinden $F = \frac{J \cdot E}{B} = \frac{C \cdot D \cdot E}{A \cdot B}$. Ook de regel van vijven kan zowel op gehele als op gebroken getallen worden toegepast. Hiervoor gelden dezelfde rekenmethoden als voor de regel van drieën bij gebroken getallen. We zullen nu een voorbeeld behandelen:

Op een zolder die 54 lang is en $24\frac{1}{2}$ breed, kan men 29 lasten tarwe leggen. Hoeveel lasten kan men leggen op een zolder die 39 lang en 17 breed is?

We ordenen de getallen weer en vinden $54 - 24\frac{1}{2} - 29 - 39 - 17$. Nu vinden we $J = \frac{29 \cdot 39}{54} = \frac{377}{18}$.

De tweede rij is $24\frac{1}{2} - \frac{377}{18} - 17$ en nu volgt het ontbrekende getal door

$$\frac{2 \cdot 17 \cdot 377}{18 \cdot 49} = 14\frac{235}{441}$$

Dus op een zolder die 39 lang en 17 breed is, kan men $14\frac{235}{441}$ lasten leggen.

Je kunt de gewone en de verkeerde regel van drieën zo vaak toepassen als nodig is. Dit wordt de regel van drieën conjoint genoemd. Deze regel komt niet in alle boeken aan bod.

Net als bij de regel van drieën is er ook voor de regel van vijven een verkeerde regel, waarbij de regel van drieën een keer 'gewoon' en een keer 'verkeerd' toegepast wordt.

Analyse

In de achttiende eeuw was de notatie bij het uitwerken van een opgave heel anders dan wij nu gewend zijn. In figuur 2 is een voorbeeld van een uitwerking toegevoegd. In dit voorbeeld wordt met behulp van wortel-trekken de lengte van een lijnstuk AB uitgerekend.

Omdat er in die tijd niet vanuit kon worden gegaan dat een leerling een bepaalde voorkennis had, moest elk

boek bij de beginselen van de wiskunde beginnen. Doordat de boeken telkens heel elementair begonnen, kon er in de tijd nooit een hoog niveau bereikt worden en moesten er keuzes gemaakt worden welke onderwerpen behandeld werden zoals tegenwoordig nog steeds het geval is. Zo is het opvallend dat bijvoorbeeld de kansrekening niet tot nauwelijks in het lesmateriaal te vinden is. Dit is opvallend omdat de loterij toen al wel bestond en ook waren er al verzekeringen, waar allebei kansrekening bij kwam kijken. In het lesmateriaal uit die tijd wordt in de opgave over meetkunde geen enkel voorbeeld gegeven dat niet gaat over het verdelen van land. In de handel zijn de andere onderdelen van meetkunde minder nuttig. Bij analyse van onderdelen van het lesmateriaal uit de achttiende eeuw ligt de nadruk op de omgang met geld. Het kunnen omgaan met geld, zoals het toepassen van de regel van drieën, is in de handel erg belangrijk.

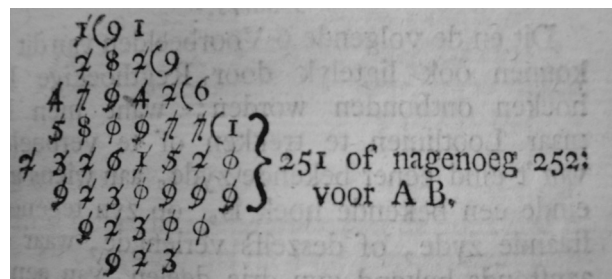


fig. 2 Numerieke uitwerking van een opgave (Morgenster, 1757).

De wiskunde die men leerde, was dus gericht op de handel. De regel van drieën is hierbij erg goed te gebruiken. Dit is waarschijnlijk de reden dat alle lesboeken deze regel behandelen. Maar ook bij onderdelen van de wiskunde die niet per se op de handel toegepast hoefden te worden, waren de opgaven en de voorbeelden bij de uitleg volledig gericht op de handel, zoals de figuren goed laten zien.

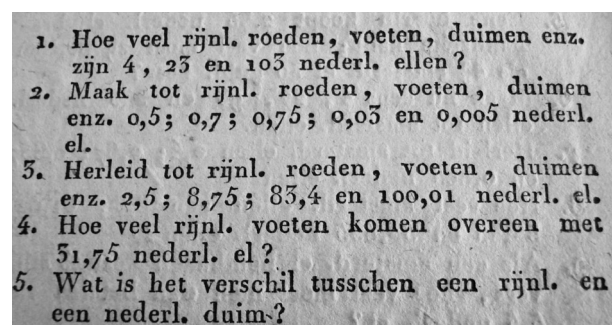


fig. 3 Opgaven om het omrekenen van eenheden te oefenen (ca. 1809).

Je vindt in bijna alle algebraboeken een hoofdstuk over het omrekenen van eenheden. Er staan tabellen met hoeveelheden van geld, gewichten en lengtes, uitgedrukt in de standaardeenheden van verschillende plaatsen. Daarna komen vaak enkele opgaven waar men kan leren werken met het omrekenen van eenheden, zoals in figuur 3.

Ook dit is erg handig in de handel. Als je wilt handelen met andere steden, is het van belang om te weten hoeveel van een bepaald product je nou eigenlijk krijgt en of die prijs redelijk is. Elke stad had namelijk andere munteenheden, gewichten en lengtematen.

Machtsverheffen en worteltrekken kom je in de boeken die iets dieper ingaan op de wiskunde tegen, maar slechts in beperkte mate. Van het machtsverheffen wordt alleen gebruik gemaakt om oppervlaktes en inhoudten te berekenen en van het worteltrekken om de zijdes te bepalen van eenvoudige figuren waarvan je de oppervlakte al weet. Hier werden veel voorbeelden bij gebruikt die over het algemeen gepaard gingen met gedetailleerde illustraties. In figuur 4 zie je een voorbeeld van zo'n illustratie.

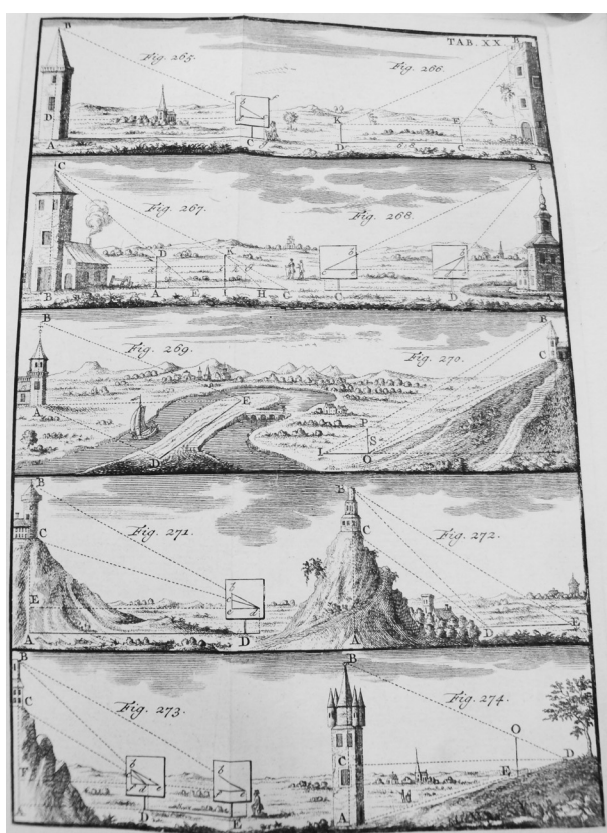


fig. 4 Meetkunde-illustratie uit de achttiende eeuw (Morgensster, 1757).

Doordat de personen die zijn getekend, werk verrichten kun je in de illustratie meteen zien wanneer je deze wiskunde mogelijkwjs nodig zult hebben. Opvallend is dat noch Kool in *Die conste vanden getale* (1999) noch Beckers & Kool in *De cijfferinghe* (1604) *Het rekenboek van de beroemde schoolmeester* (2004) opmerken dat het wiskundeonderwijs alleen gericht is op handelsrekenen. Wanneer we naar wiskundeboeken uit die tijd kijken (dus niet naar het lesmateriaal), vinden we wel abstracte wiskunde. Dit werd echter duidelijk niet onderwezen op de scholen, aangezien er geen opga-

ven in deze boeken staan, noch staan er rekenvoorbeelden in. Ook wordt er in deze wiskundeboeken van een behoorlijk hoog beginniveau uitgegaan en wordt er verwezen naar andere boeken uit die tijd. Meestal werd er verwezen naar het boek van hun meester ofwel begeleider bij het schrijven van het werk. Ook staat in de inleiding van die boeken geschreven dat deze bedoeld zijn voor de gevorderde wiskundigen. Kortom: in het lager onderwijs in die tijd zien we dat alleen handelsrekenen van belang werd geacht en dat abstracte wiskunde niet werd onderwezen.

Het gebruik van het lesmateriaal in de achttiende eeuw

Het lesmateriaal voor wiskundeonderwijs in de achttiende eeuw werd op een heel andere manier gebruikt dan wij gewend zijn. Je had twee soorten boeken: boeken die door de leraar voorgelezen werden en boeken die door de leerling zelf gelezen en gebruikt werden. Deze twee soorten boeken zijn op dezelfde manier opgebouwd. Ze beginnen met een theoretische uitleg van een wiskundig probleem. Deze uitleg wordt aangevuld met een praktisch voorbeeld dat de leerling kan herkennen uit het dagelijks leven. Denk hierbij aan het omgaan met afstanden of geld, voor het aanschaffen van goederen en het omrekenen van valuta. Hierna volgt een aantal opgaven waarmee de leerling kan oefenen met het zojuist behandelde probleem. Bij beide soorten boeken staan de antwoorden er direct bij. Het is te merken dat het boek bedoeld is voor de leraar om voor te lezen als er daarbij meteen een uitwerking wordt gegeven. Deze uitwerking wordt bij boeken die bedoeld zijn om door de leerling zelf gelezen te worden, weggelaten. Daarna gaan de boeken op dezelfde wijze verder met het volgende wiskundige probleem. Verschillende boeken behandelen aan het begin ook nog hoe verschillende tekens (bijvoorbeeld de plus voor het optellen, de min voor het aftrekken, de keer voor het vermenigvuldigen en de deelstreep voor het delen) geschreven of getekend moeten worden. Sommige boeken beginnen, zoals gezegd, met het uitleggen hoe de cijfers en getallen uitgesproken moeten worden.

Wanneer boeken voor een hoger niveau geschreven zijn, beginnen ze toch altijd nog bij de meest basale wiskunde. Hoe getallen uitgesproken moeten worden of hoe je de gebruikte tekens schrijft, wordt dan vaak wel weggelaten, maar deze boeken beginnen dan nog steeds met opgaven om te oefenen met optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen. Ze besteden hier echter niet te veel aandacht aan en gaan snel verder naar moeilijkere onderwerpen. Zelfs de boeken waarin verschillende stellingen besproken worden en de bewijzen (hier worden geen opgaven meer bij gegeven) beginnen bij deze basale beginselen van de wiskunde, ofwel de rekenkunde.

Voor lage niveaus werd in de achttiende eeuw gebruik gemaakt van boeken waaruit je zelf zou kunnen studeren. Op dit niveau wordt de theorie heel elementair uitgelegd en worden opgaven en antwoorden behandeld. Hier zou je in principe geen docent bij nodig hebben die alles uitlegt. Bij het verder leren zal je naast het boek ook een docent voor verdere uitleg nodig hebben en bij nog hogere niveaus heb je alleen nog iets aan een docent. Op dit hoogste niveau zijn er maar zo weinig bekwame docenten dat je naar die persoon moet gaan die verstand heeft van deze tak van de wiskunde. Dit lijkt dus wel weer een beetje op het leermeestersysteem.

Vergelijkingen met het wiskundeonderwijs tegenwoordig

Een heel opvallend verschil tussen de achttiende-eeuwse boeken die we bestudeerd hebben en het wiskundelesmateriaal van tegenwoordig, is dat de achttiende-eeuwse boeken voornamelijk bestaan uit opgaven met antwoorden. Er wordt slechts weinig uitleg en theorie gegeven. Ook komen bewijzen niet voor.

Aangezien er binnen ons onderwijssysteem een duidelijke scheiding is tussen de verschillende niveaus, is deze scheiding ook zichtbaar in de lesboeken. Zo bestaat er tegenwoordig lesmateriaal dat specifiek voor het basisonderwijs bedoeld is, maar hierin is ook weer een opklimmende moeilijkheidsgraad zichtbaar. De echte basis staat in het eerste deel uitgelegd, en wordt niet meer behandeld in de latere delen. Bij de achttiende-eeuwse boeken was dit anders. In de boeken die richting het niveau van het voortgezet onderwijs gingen, werd er nog een (relatief kort) stuk gewijd aan de basisstof, omdat men er nooit van uit kon gaan dat de leerlingen al een basiskennis hadden.

Opvallend is verder dat de indeling van de tekst in de achttiende-eeuwse boeken die richting het niveau van het voortgezet onderwijs gingen, niet overeenkomt met de notatie in de wiskundeboeken op de middelbare school, maar wel met de notatie zoals die in het lesmateriaal voor wiskunde op academisch niveau gehanteerd wordt. Bewijzen ontbreken weliswaar, maar de stof wordt uitgelegd met behulp van axioma's en lemma's.

De achttiende-eeuwse boeken behandelen bijna allemaal dezelfde onderwerpen, zoals de regel van drieën en de regel van vijven. Ook al geschiedt dit telkens op een andere manier, toch draait de hele stof om één onderwerp. Tegenwoordig is er een veel duidelijkere afbakening tussen de verschillende onderwerpen die in de lesboeken behandeld worden. Niet alleen wor-

den er meer onderwerpen behandeld, ook zijn de boeken minder praktijkgericht. Dit is ook niet vreemd. Je leerde toen alleen wat je nodig had in je latere leven. Tegenwoordig bestudeer je een breed scala aan onderwerpen uit de wiskunde, zodat je deze basiskennis hebt, zowel voor je eigen vaardigheden alsook voor een mogelijke vervolgopleiding.

Conclusie

De regel van drieën werd, zoals eerder uitgelegd, erg belangrijk gevonden. Dit is niet zo verbazingwekkend aangezien deze regel een hulpmiddel is voor de handel. Niet alleen de regel van drieën is daar duidelijk toepasbaar. Ook de andere wiskunde die in de achttiende eeuw onderwezen werd, is duidelijk bedoeld om toe te passen in de handel. De wiskunde die in het lager onderwijs in de achttiende eeuw onderwezen werd, omvat dus alleen handelsrekenen.

Uit wiskundeboeken (dus niet lesmateriaal) uit de achttiende eeuw weten we dat de wiskunde in die tijd al veel verder gevorderd was dan wat we in het lesmateriaal terugzien. Je zou verwachten dat in de analyses van achttiende-eeuws lesmateriaal wordt opgemerkt dat het wiskundeonderwijs op de lagere school in de achttiende eeuw zich beperkt tot handelsrekenen. Dit wordt echter niet opgemerkt. De wiskunde uit de achttiende eeuw wordt bij Kool (1999) en Beckers & Kool (2004) uitvoerig besproken en uitgelegd, maar er worden geen conclusies getrokken over welke onderdelen wel en niet onderwezen werden.

In de achttiende eeuw werd wiskundeonderwijs dus gezien als voorbereiding op wat je later nodig zult hebben in de handel. Ook is het duidelijk dat men in de achttiende eeuw het nut er niet van inzag om naast het handelsrekenen op de lagere school andere wiskunde te onderwijzen. Er zijn voor dit verschijnsel meerdere redenen die waarschijnlijk allemaal een rol spelen. De belangrijkste redenen zijn:

1. Je kunt er nooit van uitgaan dat een leerling een bepaalde voorkennis heeft. Daarom moet je altijd bij het begin beginnen en kun je dus nooit ver komen.
2. Er zijn weinig mogelijkheden om door te leren. Er bestaat in die tijd nog niet zoiets als een middelbare school, dus hoger onderwijs is lastig te volgen.
3. De Latijnse en Franse scholen waren bestemd voor de burgerij. Dit waren dus over het algemeen kinderen van handelaren die zeer waarschijnlijk later de handel van hun ouders over zouden gaan nemen. Voor veel van deze leerlingen was het zeer belangrijk om het handelsrekenen te beheersen. Voor bijvoorbeeld scheepslui is dit veel minder

belangrijk. Zij gingen dan ook niet naar school, maar naar hun eigen specifieke opleiding. Op deze opleidingen hadden ze nog het leermeestersysteem en dus geen lesmateriaal. Voor de leerlingen die wel naar school gingen was handelsrekenen het belangrijkste en had het weinig nut om ook andere soorten wiskunde te leren.

Ondanks dat er geen landelijke norm was in het achttiende-eeuwse wiskundeonderwijs was de inhoud van het onderwijs gedurende de gehele achttiende eeuw opvallend gelijk. Het wiskundeonderwijs in de achttiende eeuw beperkte zich in het gehele land tot handelsrekenen.

Lydia Brenner, Universiteit Utrecht
Guusje Peerboom, Universiteit Utrecht

Noten

- [1] Naar opgave 5 op pagina 256 uit *De Cijfferinghe* (editie 2004).
[2] Naar opgave 5 op pagina 262 uit *De Cijfferinghe* (editie 2004).

Literatuur

Anon. (ca. 1809). *Rekenen. Oude munten, maten en gewig-*

ten: Vergelijkingstafels van de oude maten en gewigten met de nieuwe.

- Beckers, D. (2003). "Het despotisme der Mathesis" *Opkomst van de propaedeutische functie van de wiskunde in Nederland 1750-1850*. Hilversum: Uitgeverij Verloren.
- Beckers, D., & Kool, M. (2004). *De cijfferinghe (1604) Het rekenboek van de beroemde schoolmeester*. Hilversum: Uitgeverij Verloren.
- Dasberg, L. (1984). *Grootbrengen door kleinhouden als historisch verschijnsel*. Amsterdam: Boom.
- Douma, H. (1992). *De ontwikkeling van het lager onderwijs in Nederland*. Zutphen: Thieme.
- Kool, M. (1999). *Die conste vanden getale. Een studie over Nederlandstalige rekenboeken uit de vijftiende en zestiende eeuw met een glossarium van rekenkundige termen*. Hilversum: Uitgeverij Verloren.
- Bartjens, W. (1604). *De cijfferinghe (1604) Het rekenboek van de beroemde schoolmeester*. Hilversum: Uitgeverij Verloren.
- Bartjens, W. (1776). *Vervolg der cyfferingen*.
- Morgenster, J. (1757). *Werkdadige meetkonst*. 's Gravenhage.

NB - U treft een uitgebreide lees-/literatuurlijst aan op de site van de *Nieuwe Wiskrant*: www.fi.uu.nl/wiskrant