

Veel docenten economie pakken rekenopgaven anders aan dan de leerlingen geleerd hebben. **Lenie Kneppers** laat zien waar de verschillen zitten. Dat is voor de wiskunde-docent interessant om te weten, maar lezer: wellicht kunt u ook een kopie van dit artikel aan uw economiecollega geven.

## Rekenen bij Economie

### Waarom aandacht voor rekenen bij economie?

De rekenvaardigheden die leerlingen nodig hebben bij het vak economie hebben ze allang uitgebreid geleerd bij wiskunde. Waarom dan toch extra aandacht voor het rekenen bij economie? Daar zijn drie redenen voor aan te geven.

Ten eerste verwachten wij dat alle leerlingen de eindtermen in het basisonderwijs hebben behaald, dan wel later in het eerste en tweede jaar van het voortgezet onderwijs, zodat zij zelfstandig in staat zijn de rekenproblemen bij economie op te lossen. Dat is echter lang niet altijd zo.

Ten tweede is er sprake van systeemscheiding. Leerlingen herkennen de berekeningen in de wiskundeles niet in de economische opgaven. Dat is een bekend verschijnsel waarmee we rekening moeten houden.

Ten derde spelen de economische opgaven zich af in economische contexten. Leerlingen moeten de opgaven die in economische taal zijn geschreven omzetten naar een rekenkundige formule. Dat is eveneens moeilijk.

Kortom, de leraar economie kan er niet van uitgaan dat leerlingen de economische opgaven zonder hulp kunnen maken. Maar hoe moet die hulp worden gegeven?

### Om welke rekenvaardigheden gaat het in het economieonderwijs?

Er zijn twee aandachtsgebieden die voor het economieonderwijs van belang zijn:

- het berekenen van percentages.
  - procenten als verhoudingsgetallen.
  - procenten die een relatieve verandering laten zien.
  - procentages boven de honderd.
  - procenten en indexcijfers.

- het berekenen van lineaire functies.
  - het oplossen van vraagstukken met één onbekende.
  - het berekenen van het snijpunt.

### Waar liggen problemen bij het rekenen in de economieles?

Omdat een groot deel van de leerlingen hulp nodig heeft bij het oplossen van economische opgaven waarbij rekenen nodig is, moet de leraar adequate hulp kunnen bieden. Daar zit het probleem, want de leraar economie heeft het rekenen immers geleerd met de traditionele methode. Geen van de leerlingen, die hij of zij nu voor de neus heeft, is op die manier gevormd. Zij hebben allemaal min of meer met de realistische methode leren rekenen. Dat betekent dat de leraar economie niet zijn of haar methoden kan overhevelen naar de leerlingen.

Met de realistische rekenmethoden stappen de leerlingen het economielokaal binnen en daar wordt hen aangeleerd dat een procentuele verandering bepaald kan worden met behulp van het volgende algoritme:

$$\frac{\text{nieuw} - \text{oud}}{\text{oud}} \times 100\% = \text{procentuele verandering}$$

Leerlingen raken daardoor vaak geheel in de war. Ze volgen het gevraagde zonder inzicht op en maken daardoor vaak veel fouten. Ze delen bijvoorbeeld als regel het grootste getal door het kleinste.

Aan de strategieën geleerd bij wiskunde wordt dikwijls niet of nauwelijks gerefereerd. Het is dus beslist noodzakelijk dat de leraar economie kennis neemt van deze rekendidactiek om de leerlingen de mogelijkheid te geven deze in te zetten ten behoeve van economie-sommen en om ze daarbij te kunnen helpen.

In het rapport van de KNAW (KNAW-Commissie, 2009) worden vijf karakteristieke grondprincipes van

het realistisch rekenen omschreven die door Treffers (1987) zijn geformuleerd:

- Zelf kennis construeren: leerlingen worden gestimuleerd, geholpen door een deskundige leraar om uitgaande van een reëel probleem zelf kennis te construeren. Belangrijk is dat leerlingen het probleem herkennen, zich er iets bij kunnen voorstellen.
- Niveaus en modellen: modellen – bijvoorbeeld de verhoudingstabel – schema's, en andere structuren, diagrammen etcetera vormen de brug om informele eigen aanpakken van leerlingen te ontwikkelen tot meer gestructureerde en abstracte (formele) manieren.
- Reflectie op eigen producties: door het stellen van vragen, door te confronteren met alternatieven, worden leerlingen uitgedaagd tot discussie.
- Interactie: leerlingen leren hun oplossingen aan elkaar te tonen, te vergelijken te bekritisieren, te verdedigen waardoor zij tot constructie van kennis kunnen komen.
- Verstrengeling van leerlijnen: leerlingen worden gestimuleerd dwarsverbanden en samenhang te ontdekken, zodat het een toepasbaar en geïntegreerd geheel van kennis, inzichten en vaardigheden wordt.

Het feit dat leerlingen met verschillende oplossingsstrategieën werken, heeft consequenties voor de didactiek van de docent. Leerlingen moeten worden gestimuleerd om strategieën te ontwikkelen op basis van de strategieën die hem in de reken- en wiskundelessen zijn aangereikt. Docenten dienen zich hiervan rekenschap te geven, bijvoorbeeld uit te dragen dat er meerdere strategieën denkbaar zijn om een vraagstuk op te lossen en soms moet hij of zij deze strategieën demonstreren. Het kan dus niet zo zijn dat de leerling zegt: "Ja, maar bij economie moeten we op een andere manier rekenen". Dit lost de systemscheiding niet op, maar deze wordt er juist door bevestigd.

De leraar economie zal zich dus de realistische methode en hulpmiddelen moeten verwerven om de leerlingen te kunnen helpen. Het meest voor de hand ligt dat hij dit in samenwerking doet met de wiskundeleraar van de leerlingen en dat hij de wiskundeboeken van de leerlingen bestudeert en probeert toe te passen. Dat is lastig want het is een hele omschakeling.

Belangrijk is ook dat in de lerarenopleidingen economie bij de vakdidactiek aandacht wordt besteed aan dit onderwerp, zodat aanstaande leraren met deze kennis in het onderwijs starten en niet afhankelijk zijn van de

(economische) boekenschrijvers die immers nog steeds traditionele rekenmethoden toepassen.

## Praktijkproblemen

Hieronder staat een aantal opgaven met rekenproblemen betreffende procentuele verandering. Met dit type problemen wordt de leraar economie geregeld geconfronteerd. We geven aan waardoor deze problemen ontstaan en op welke manier de leraar hulp zou kunnen bieden.

### Opgave 1

De prijs van een liter benzine bedraagt in Nederland € 1,60 en in Spanje € 1,28. Bereken hoeveel procent een liter benzine in Nederland duurder is dan in Spanje.

### Opgave 2

De prijs van een liter benzine bedraagt in Nederland € 1,60 en in Spanje € 1,28. Bereken hoeveel procent een liter benzine in Spanje goedkoper is dan in Nederland.

In opgave 1 wordt de Nederlandse prijs gerelateerd aan de Spaanse prijs. De Spaanse prijs is nu de basiswaarde en dus 100%. *De Nederlandse prijs moet immers worden vergeleken met de Spaanse prijs.*

Wanneer leerlingen vraag 1 en 2 met elkaar vergelijken is een veelgehoorde reactie dat de uitkomst van beide vragen hetzelfde moet zijn. Uiteraard is die opmerking niet correct, maar interessant is de vraag waarom leerlingen die reactie geven. Het antwoord is vermoedelijk dat in beide gevallen de prijs 32 eurocent verschilt. Vergeten of niet begrepen wordt dat in het ene geval het gaat om 32 eurocent van 128 eurocent en in het andere geval om 32 eurocent van 160 eurocent. Dat het verschil tussen de twee prijzen gelijk is, wordt gesignaleerd, maar niet dat het verschil in opgave 2 aan een andere basiswaarde – *de Spaanse prijs moet worden vergeleken met de Nederlandse prijs* – is gerelateerd dan in opgave 1. Docenten moeten daarom alert zijn op dit type fout.

### Hulp

De verhoudingstabel kan hier behulpzaam zijn.

$$\frac{160}{128} = 1,25$$

prijs	128	160
percentage	100	125

× 1,25

Stijging van → ..... → = 25%

$$\frac{128}{160} = 0,8$$

prijs	160	128
percentage	100	80

$$\times 0,8$$

Daling van  $\rightarrow$  .....  $\rightarrow$  = 20%

### Opgave 3

De fietsenfabrikant exporteerde in 2007 12.000 fietsen naar Duitsland. Dat was 25% meer dan in 2006. Hoeveel fietsen exporteerde de fabrikant in 2006?

Op dit soort opgaven scoren de HAVO-leerlingen opvallend slecht. De fout die hier dikwijls wordt aangetroffen, is dat de leerlingen de waarde die ze vinden – 12000 fietsen in 2007 – op 100% stellen. Ook hier kunnen de woordjes *meer dan* helpen. *Meer dan* duidt op de situatie in 2006. Die is 100%, maar dat aantal kennen we niet.

### Hulp

Een verhoudingstabel kan ook weer helpen leerlingen bewust te laten bepalen waar de 100% ligt.

	2007		2006
aantallen	12000		
percentage			100

Gegeven is dat in 2007 25% *meer* geëxporteerd is, dus 125%. De tabel kan verder worden ingevuld:

	2007	2006
aantallen	12000	9600
percentage	125	100

Bij het oplossen van dit vraagstuk zien we dat de leerling een bepaald oplospad (een heuristiek) moet vinden. Dat zou voor deze vraag er als volgt uit kunnen zien:

1. Wat wordt er precies gevraagd?  
(aantal geëxporteerde fietsen in 2006)
2. Welke gegevens kan ik in de vraag vinden?  
(in 2007 25% *meer dan* in 2006)
3. Wat weet ik ervan?  
(2006 is 100%; 2007 is 125%)
4. Is het handig als ik een tabel teken om de berekening te maken?
5. Hoe kan ik het antwoord controleren?  
(125% van 9600 = 12000).

Leerlingen worden dus geholpen als ze getraind worden een oplospad te bedenken.

### Het signaleren van rekenfouten

Bij het schoolvak economie gaat het er niet alleen om een antwoord te kunnen genereren, maar ook om een gevonden uitkomst te kunnen duiden. Wanneer een leerling tot beide zaken in staat is, heeft deze kennis en inzicht verworven en is er een leerdoel bereikt. De docent heeft geen reden te interveniëren in het leerproces. De ervaring leert echter dat leerlingen lang niet altijd in staat zijn een bepaalde berekening te maken en/of de gevonden uitkomst te kunnen duiden. Belangrijke vraag is dan: hoe kan een docent problemen met betrekking tot economisch rekenen signaleren? De algemeen didactische literatuur geeft hierop enkele antwoorden.

Om te beginnen is het belangrijk dat een docent het leren van leerlingen zichtbaar moet maken (Ebbens & Ettekoven, 2010). Dat kan hij doen door leerlingen berekeningen (met woorden en cijfers) op papier te laten zetten, zodat hij kan zien of de rekenopgaven worden gemaakt en begrepen, en de leerling ook kan terugkijken hoe het gedaan is. Dat lijkt evident, maar in het hedendaagse onderwijs hebben veel leerlingen de neiging te rekenen met hun rekenmachine en alleen uitkomsten in hun schrift te noteren. Er zijn zelfs werkboeken waar alleen het antwoord ingevuld moet worden. Ook bij toetsen zou deze eis aan leerlingen moeten worden gesteld.

### Een voorbeeld

Edwin heeft niet veel zin om vijf jaar te sparen voor een auto. Hij overweegt een lening af te sluiten van €23.500. De bank vraagt jaarlijks 8% rente over het leenbedrag en €470 aflossing aan het einde van elke maand. De rente die Edwin moet betalen, is gebaseerd op het gemiddelde leenbedrag dat gedurende een jaar openstaat. Hoeveel rente moet Edwin aan het eind van het eerste jaar betalen?

Bron: *Praktische economie*

Stel dat deze vraag op de toets gemaakt moet worden. De leraar kan de tabel dan al aangeven op de volgende manier:

tekst	berekening	uitkomst

De leerling moet dan zelf de teksten per kolom uitschrijven, teksten die hij nodig heeft om het probleem op te lossen en daarmee de tabel invullen. Dat zou bijvoorbeeld kunnen zoals in de tabel op de volgende bladzij.

Veel leerlingen hebben de neiging ‘in hun hoofd’ met de som bezig te zijn en de berekening niet aan het papier toe te vertrouwen. Hierdoor zijn de denkstap-

pen voor de docent niet meer zichtbaar. En als er een fout wordt gemaakt, kan hij niet zien in welk deel van de berekening een fout wordt gemaakt. Voorts kan hij niet weten wat de aard van die fout is. Een diagnose van gemaakte fouten kan aldus niet worden gemaakt, met als gevolg dat een docent zijn lesvoorbereiding en zijn les niet (goed) kan toespitsen op de werkelijke rekenproblemen.

tekst	berekening	uitkomst
Jan.: geleend bedrag	23500	23500
Febr.: geleend bedrag jan - aflossing	23500 - 470	23030
Mrt.: geleend bedrag febr - aflossing	23030 - 470	22560
April: geleend bedrag mrt - aflossing	22560 - 470	22090
Mei: geleend bedrag apr - aflossing	22090 - 470	21620
Juni: geleend bedrag mei - aflossing	21620 - 470	21150
Juli: geleend bedrag juni - aflossing	21150 - 470	20680
Aug.: geleend bedrag juli - aflossing	20680 - 470	20210
Sept.: geleend bedrag aug - aflossing	20210 - 470	19740
Okt.: geleend bedrag sept - aflossing	19740 - 470	19270
Nov.: geleend bedrag okt - aflossing	19270 - 470	18800
Dec.: geleend bedrag nov - aflossing	18800 - 470	18330
Totaal geleend bedrag = som		250980
Gem. gel. bedrag = $\frac{\text{totaalbedrag}}{\text{aantal maanden}}$	250980/12	20915
Rente 8% over gem. bedrag	0,08 x 20915	1673,20

Een bijkomend voordeel van het zichtbaar maken van het leren is dat het gemaakte werk desgewenst kan worden ingenomen, zodat er buiten de les om een inhoudsanalyse gemaakt kan worden van het werk van de leerlingen. Dan blijkt doorgaans snel genoeg welke rekenonderdelen wel en niet worden beheerst. Veel docenten komen er pas tijdens het nakijken van een toets achter dat de rekenstof onvoldoende wordt beheerst en dat is te laat.

Tijdens zelfwerkzaamheid in de klas is het voor de docent zaak oren en ogen de kost te geven. Via onderonsjes tussen leerlingen, vragen van leerlingen, observaties van wat leerlingen opschrijven, kunnen docenten belangrijke informatie verkrijgen over gemaakte fouten.

De docent die achter zijn lessenaar blijft zitten gedurende lessen waarin zelfwerkzaamheid verwacht wordt, is niet in staat rekenproblemen te signaleren.

Een andere belangrijke manier om te evalueren of er rekenproblemen zijn en wat de aard van die problemen is, is leerlingen – bijvoorbeeld via hardop-denken-protocollen – laten vertellen hoe de opgave gemaakt moet worden. Leerlingen moeten dan toelichten hoe zij aan een uitkomst komen of zijn gekomen. De leerlingen moeten dan hun heuristiek of algoritme onder woorden brengen. Rekenproblemen worden dan zowel voor de docent als de klas hoorbaar. Ook dit is een methode om te diagnosticeren waar rekenproblemen liggen.

De verdieping in de realistische rekendidactiek kan de economieleraar veel tijd en inspanning kosten. Maar ook ligt hier een taak voor de wiskundeleraar. Die zal zich er, in het belang van de leerlingen, verantwoordelijk voor moeten voelen dat rekenmethoden die bij andere lessen worden toegepast, gelijk zijn aan zijn wiskundelessen.

*Lenie Kneppers*  
*ILO, Universiteit van Amsterdam*

## Literatuur

- Ebbens, S., & Ettekoven, S. (2010). *Effectief leren. Basisboek*. Groningen: Wolters-Noordhoff.
- KNAW-Commissie (2009). *Rekenonderwijs op de basisschool. Analyses en sleutels tot verbetering*. Amsterdam: Koninklijke Nederlandse Academie van Wetenschappen.
- Treffers, A. (1987). *Three dimensions: a Model of Goal and Theory Description in Mathematics Instruction. The Wisconsin Project*. Dordrecht: Kluwer.

## Noot

- [1] Met dank aan Wim van Kleef, vakdidacticus economie ILO.