Reza Sarhangi is de grondlegger en president van de *Bridges*-organisatie die jaarlijks de gelijknamige conferentie organiseert. Dit jaar (juli 2010, Pécs, Hongarije) gaf hij zelf een workshop over een alternatieve constructiewijze van islamitische mozaïeken, met als doel de aanwezigen te inspireren deze workshop vooral de scholen in te brengen. Dit artikel is een voorproefje op de komende NWD, waar ook een aantal workshops over islamitische mozaïeken op het programma staat.

De tegelsnedemethode

Inleiding

In het middeleeuwse Perzië werden de meeste ontwerpen van mozaïeken gemaakt op een rooster van veelhoeken dat geconstrueerd werd met passer en liniaal. Deze techniek is uitvoerig gedocumenteerd (Jazbi, 1997). De makers van de mozaïeken hadden een uitgebreide kennis van de meetkunde, of werkten samen met de meetkundigen uit hun tijd. Maar waarschijnlijk is dit niet de enige manier waarop de ornamenten en tegelpatronen in het oude Perzïe tot stand zijn gekomen. De tegelsnedemethode, die is gebaseerd op het snijden van tegels met contrasterende kleuren, zou ook een mogelijke techniek kunnen zijn.

fig. 1 Deelnemers aan Bridges. (foto: Elvira Wersche)

In de workshop wordt eerst met passer en liniaal, aan de hand van afbeeldingen van een bestaand mozaïek, een patroon geconstrueerd. Vervolgens wordt het patroon ook gemaakt van vierkante papieren 'tegels' volgens de tegelsnedemethode. Dat levert een veel eenvoudigere constructie op, hetgeen het vermoeden doet ontstaan dat deze methode gebruikt zou kunnen zijn in de tijd voordat de meetkundige methode bekend was.

Tegelsnedemethode

In het kort komt het er dus op neer dat je met twee verschillend gekleurde tegels een nieuwe tegel kunt maken door van beide tegels een identiek stuk af te snijden en die stukken te verwisselen. Snij bijvoorbeeld van een donkere en een lichte tegel een hoek af langs de lijn die twee middens van de zijden verbindt. Door deze delen te verwisselen, ontstaan er twee 'tegelsneden' die elkaars negatief zijn. Met de twee oorspronkelijke tegels zijn er dus vier tegelsneden waar een patroon mee ontworpen kan worden. Zie figuur 2 , en ook Sarhangi (2004, 2008) voor achtergrondinformatie.

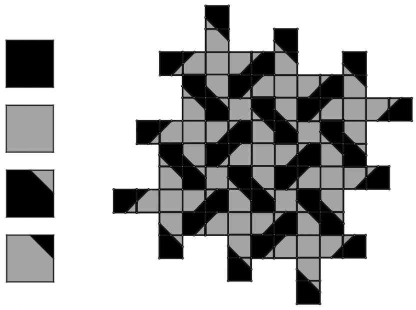

fig. 2 Een patroon opgebouwd uit vier tegelsneden.

Het hoed- en het esdoornbladpatroon

Het patroon op de veertiende-eeuwse Iraanse schaal, zie figuur 3, wordt in sommige bronnen (www.brough.com) het hoedpatroon genoemd. Een nog oudere versie van dit patroon is te vinden op een van de twee torens van een elfde-eeuws mausoleum in Kharraqan, in het westen van Iran. Het bijzondere van deze torens, waarvan er helaas onlangs een gedeeltelijk ingestort is, is het feit dat de buitenkant volledig bestaat uit patronen gemaakt van bakstenen (Bier, 2002). Zie figuur 4.

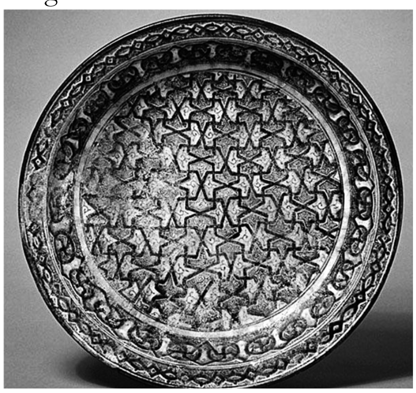

fig. 3 Veertiende-eeuwse Iraanse schaal (foto: Ann Gunter).

fig. 4 Elfde-eeuwse toren in Kharraqan (foto: Ann Gunter).

In figuur 5 zijn de stappen te zien waarmee het hoedpatroon geconstrueerd kan worden met passer en liniaal. In El-Said & Parman (1976) en Brough (2008) worden vergelijkbare constructies beschreven.

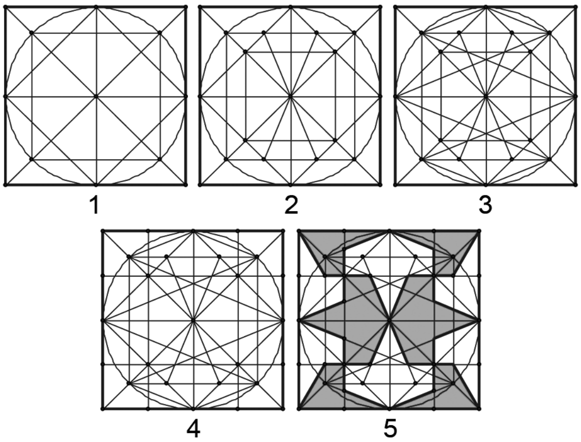

fig. 5 De meetkundige constructie van het hoedpatroon.

Figuur 6 geeft als contrast de manier waarop het hoedpatroon gemaakt kan worden door slechts twee tegelsneden te gebruiken.

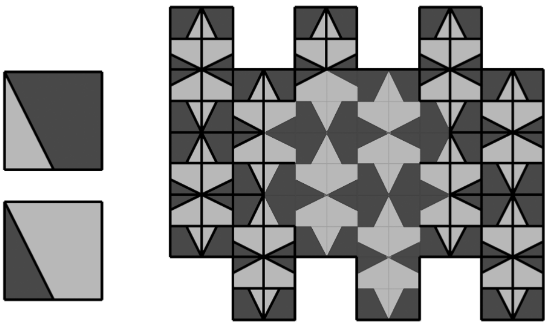

fig. 6 Het hoedpatroon, gemaakt met twee tegelsneden.

Ook het esdoornpatroon leent zich goed voor deze methode. Het motief voor dit patroon kan worden geconstrueerd uit een rechthoekige gelijkbenige driehoek. De benodigde symmetrieën zijn ‘een kwart slag roteren van een zijde op een andere zijde’ en ‘spiegeling in de hypothenusa’. De wiskundige notatie voor dit patroon is *P4m*. Als we dit patroon zien als een tweekleuren patroon dan is de symmetriegroep classificatie *p*4’*g*’*m* (tweevoudige rotatie symmetrie, verticale en horizontale spiegelsymmetrie).

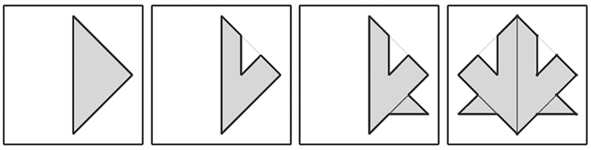

fig. 7 Van links naar rechts: een gelijkbenige rechthoekige driehoek, een zijde veranderen, rotatie naar de andere zijde, spiegeling in de hypothenusa.

In figuur 8 is te zien hoe het esdoornmotief geconstrueerd kan worden met passer en liniaal:

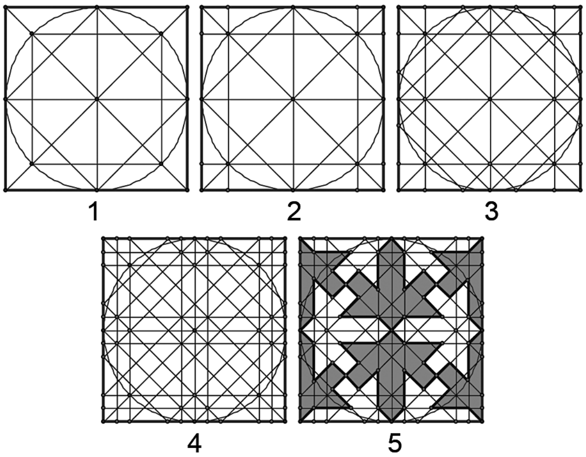

fig. 8 Traditionele constructie van het esdoornpatroon.

Maar met drie tegelsneden kan dit patroon op een veel eenvoudigere manier gemaakt worden, zie figuur 9.

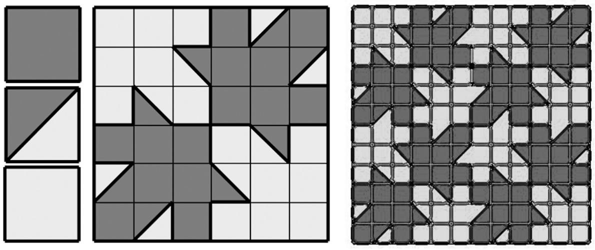

fig. 9 Het esdooornpatroon, gemaakt met drie tegelsneden.

In figuur 10 is een bestaand patroon te zien van een muur in Herat, Afghanistan. De passer en liniaalconstructie is te zien in figuuur 11, de tegelsnedemethode in figuur 12.

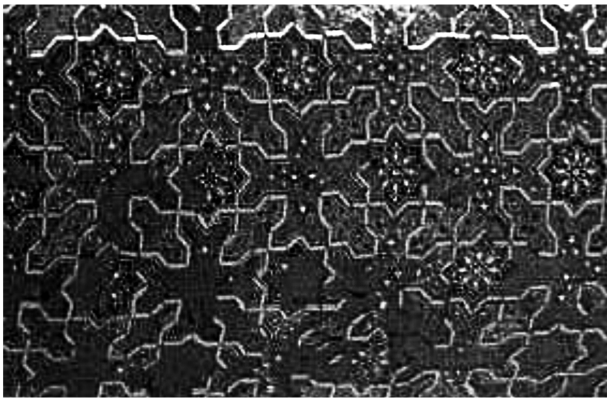

fig. 10 Het Heratpatroon.

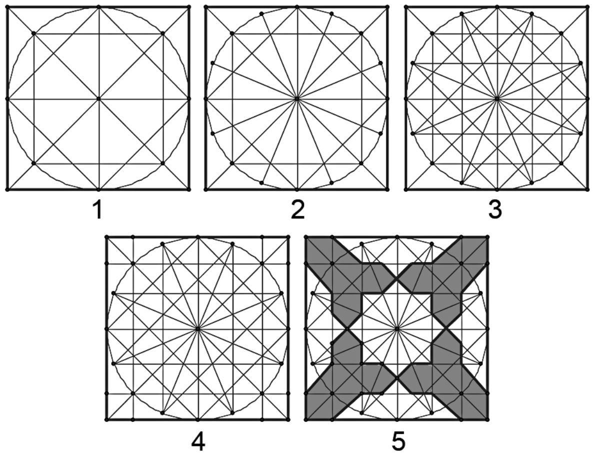

fig. 11 Het Heratpatroon, gemaakt met passer en liniaal.

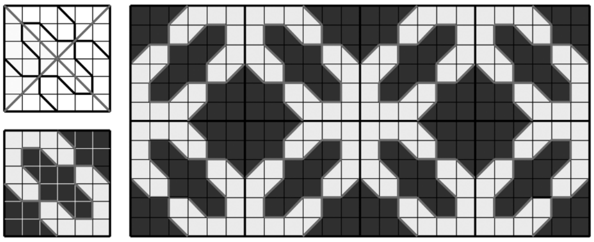

fig. 12 Het Heratpatroon, gemaakt met twee tegelsneden.

Een complex voorbeeld

In figuur 13 is een afbeelding te zien van een tegelpatroon uit het *Arge Karim Knani* in Shiraz, Iran. In figuur 14 respectievelijk figuur 15, de passer-en-liniaalconstructie en de modulemethode.

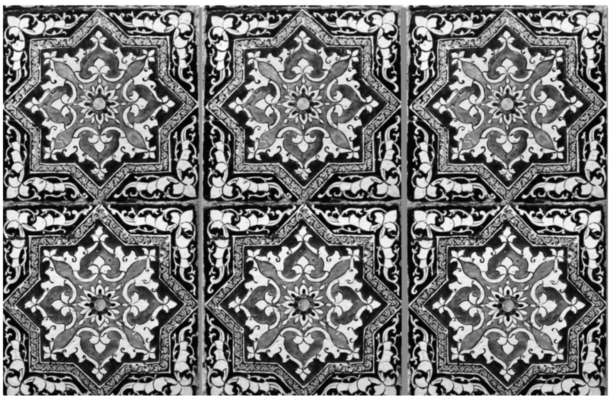

fig. 13 Mozaïek van het Arge Karim Khani te Shiraz.

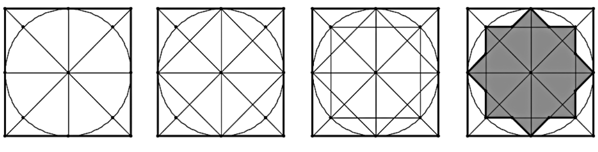

fig. 14 Passer-en-liniaalconstructie van het Shirazpatroon.

De tegelsnedes in figuur 15 zijn geconstrueerd door middens van aanliggende zijden met elkaar te verbinden. Hiermee is een octagram-kruispatrooon te maken, maar de zijden van dit octagram zijn niet allemaal even lang, ze verhouden zich als $\frac{1}{2} : \frac{1}{2}\sqrt{2}$. Het patroon in figuur 14 is dus slechts een benadering van het Shirazpatroon. Hier is dus een ingewikkelder tegelsnede nodig.

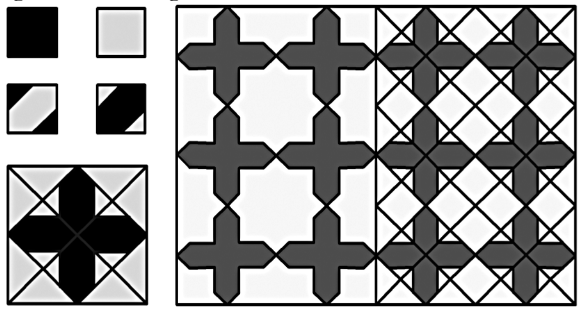

fig. 15 Een benadering van het Shirazpatroon.

fig. 16 Twee enthousiaste deelnemers aan de Bridges-workshop. (foto: Elvira Wersche)

Dit is een mogelijke oplossing:
Neem een vierkant *ABCD* met lengte 1, zie figuur 17.

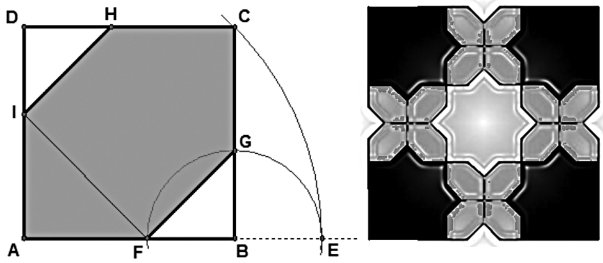

fig. 17 De constructie van de tegelsnede voor een perfecte octagram-kruis vlakvulling.

Om met deze tegelsnede een regelmatig octagram te construeren moet het vierkant zodanig gesneden worden dat de zeshoek $AFGCHI$ gelijkzijdig wordt.
Noem die lengte a en stel de lengte van FB gelijk aan b, $a + b = 1$ (I). Omdat ΔBGF een gelijkzijdige rechthoekige driehoek is, geldt ook: $a^2 = 2b^2$ (II). Uit de vergelijkingen I en II volgt: $b = \sqrt{2} - 1$. Om een correcte tegelsnede te maken, contrueren we een cirkel met middelpunt A en straal AC. Het snijpunt van die cirkel met het verlengde van AB is het punt E. De

lengte van zowel AC als AE is uiteraard gelijk aan $\sqrt{2}$. Construeer vervolgens een tweede cirkel met middelpunt B en straal BE. De tegelsnede gaat vervolgens door de punten F en G. Pas het afgesneden deel af op het hoekpunt aan de andere kant en de tegelsnede is klaar.

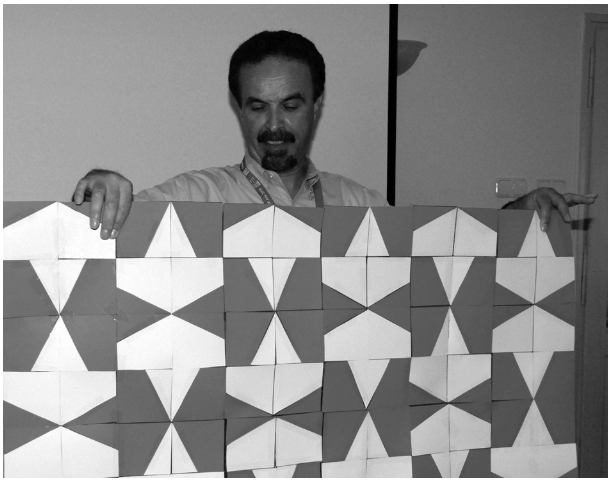

fig. 18 De auteur met de opbrengst van de workshop. (foto: Elvira Wersche)

Conclusie

Toegepaste meetkunde kan de wiskundeles spannend en de leerlingen enthousiast maken. Deze tegelsnedeworkshop, met nog een groot aantal andere workshops op het grensvlak tussen kunst en wiskunde, was een van de activiteiten van een 'seminar course' die de auteur verzorgde op de Townson University in het najaar van 2009. Deze cursus vormde het sluitstuk van het didactiekprogramma, dat als doel had kennis van de wiskunde en pedagogische aspecten van het voortgezet onderwijs te integreren.

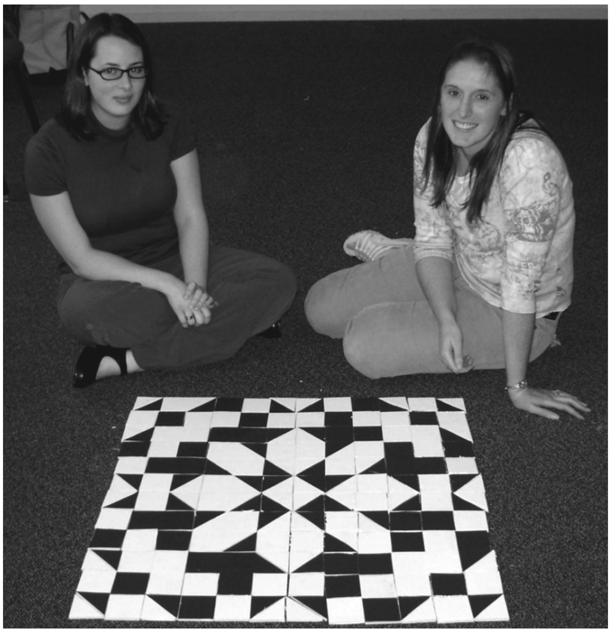

fig. 19 Studenten met het resultaat van hun tegelsnedeworkshop.

Tot slot het commentaar van een van de studenten:

> "Het was duidelijk dat simpelweg het gebruik van deze materialen de studenten motiveerde. Omdat iedereen actief was met handen en hersens werd de inhoud van de les makkelijker verwerkt en zal deze waarschijnlijk veel langer bijblijven..."

Reza Sarhangi,
Towson University, Towson MD, USA

Literatuur

Bier, C. (2002). *Geometric Patterns and the Interpretation of Meaning: Two Monuments in Iran*. In: 2002 Bridges Proceedings. Kansas: Central Plain Book Manufacturing, pp. 67-78.

Broug, E. (2008). *Islamic Geometric Patterns.* Thames and Hudson.

El-Said, I., & Parman, A. (1976). *Geometric Concepts in Islamic Art*. WIFT.

Jazbi, S. A. (Ed.). (1997). *Applied Geometry*, Soroush Press, Teheran

Sarhangi, R. (2008). Modules and Modularity in Mosaic Patterns. *The Journal of the Symmetrion*, *19*(2-3), 153-163.

Sarhangi, R., Jablan, S., & Sazdanovic, R. (2004). *Modularity in Medieval Persian Mosaics: Textual, Empirical, Analytical, and Theoretical Considerations*. In: 2004 Bridges Proceedings. Kansas: Central Plain Book Manufacturing, pp. 281-292.

Dit artikel is een vertaling en bewerking van *A Workshop in Geometric Constructions of Mosaic Designs* dat verscheen in de proceedings van *Bridges 2010: Mathematics, Music, Art, Architecture and Culture.* July 2010, Pécs, Hongarije. Vertaling: Tom Goris.

NB

Workshops geven over Islamitische mozaïeken is een van de activiteiten van Stichting Zayandeh, een stichting die educatieve uitwisseling op het gebied van wiskunde tussen Nederland en Iran initieert en ondersteunt (www.zayandeh.nl).

Zie ook de komende editie van de NWD en *Bridges 2011*, Coimbra, Portugal.