

Stoomlocomotieven rijden dankzij hun stoomschuif. Van een stoomschuif kun je een Zeunerdiagram tekenen en daar kan dan vervolgens de loop van de locomotief geoptimaliseerd worden. Het spoor bijster? Niet meer na het lezen van het volgende artikel van **Gertjan Klijn**.

Stoommachineromantiek voor wiskundigen

De geheimen van de stoomschuif

Stoomlocomotieven hebben iets fascinerends. De stoomontwikkeling, het stampen, de galmende stoomfluit, ze roepen de herinnering op aan voorbije tijden. En niet weinigen van ons hebben wel eens een ritje gemaakt met een museumstoomtrein, bijvoorbeeld bij de geheel door vrijwilligers gerunde Veluwsche Stoomtrein Maatschappij (VSM), die op gezette tijden op het traject Apeldoorn-Dieren treinen laat rijden.



fig. 1 De 23-076 van de VSM tussen Loenen en Beekbergen (foto: Remco Pollé).

Veel mensen realiseren zich niet dat een van de ingewikkeldste en belangrijkste onderdelen van een stoomlocomotief, je zou kunnen zeggen het kloppend hart van de machine, vrij klein is. In figuur 1 is het duidelijk waarneembaar voor aan de rechterkant van de 23-076 van de VSM. Dat hart bevat een cilinder met daarin een zuiger en bovenop de cilinder een stoomschuif. Het is gekoppeld aan een vaak goed zichtbaar ingewikkeld stangenmechanisme dat de wielen aandrijft en tegelijkertijd de stoomschuif bestuurt.

Toen in de jaren '30 en '40 van de negentiende eeuw de eerste mechanismen van dit type werden bedacht, kwam daar geen wiskunde aan te pas. Als de zaak niet goed functioneerde, dan riep men een specialist die de

schuif opnieuw afstelde. Dat afstellen werd door sommigen als een geheime kunst beschouwd. Het kwam zelfs voor dat de specialist als een ware tovenaard de stoomschuif en de cilinder afdekte met een kleed, eronder kroop, en de stoomschuif instelde. Natuurlijk gebeurde op een zeker moment het onvermijdelijke. In het midden van de negentiende eeuw bedacht men wiskundige methoden om het functioneren van een stoomschuif te beschrijven en de schuif in te stellen. Over die wiskundige methoden gaat dit artikel.

In de tweede helft van de negentiende eeuw en in de eerste helft van de twintigste eeuw spelen in de ingenieurswetenschappen grafische methoden een centrale rol. Bij de studie van de stoomschuif van een locomotief werd een eeuw lang vaak gebruik gemaakt van het zogenaamde *Zeunerdiagram*. Mijn verhaal zal uitlopen op een behandeling van dat diagram dat je kunt vergelijken met een analoge computer om de relatie tussen de uitwijking van de stoomschuif en de uitwijking van de zuiger te bepalen.

Het kloppend hart van binnen: een voorbeeld van een automatische regeling

In figuur 2 zien we de cilinder met daar bovenop de stoomschuif. De stoom arriveert bovenin en kan alleen via de kanalen S' en S'' naar de cilinder.

In de situatie van figuur 2 wordt eerst de stoom via S' aan de voorkant van de zuiger H gebracht, zodat de zuiger zich achteruit naar links beweegt. Tijdens deze beweging naar links wordt uitgewerkte stoom achter de zuiger weggedrukt via S'' naar de uitlaat E . Daarna komt de stoom via S'' aan de achterkant van de zuiger binnen, zodat de zuiger zich naar voren zal bewegen. Nu fungeert S' als toegang tot de uitlaat.

Op deze manier verkrijgt de zuiger een heen- en weer-gaande beweging, die via een zogenaamd *kruk-drijfstaang-mechanisme* omgezet wordt in de rotatie van de wielen

(zie figuur 3). De input van het mechanisme is links de heen- en weergaande beweging van de zuigerstang. Aan die zuigerstang is met een scharnier de drijfstang (met lengte D) verbonden. Aan de andere kant is de drijfstang scharnierende met een kruk (met lengte R) verbonden. Men kan zich de kruk voorstellen als samenvallend met een straal van een aangedreven wiel.

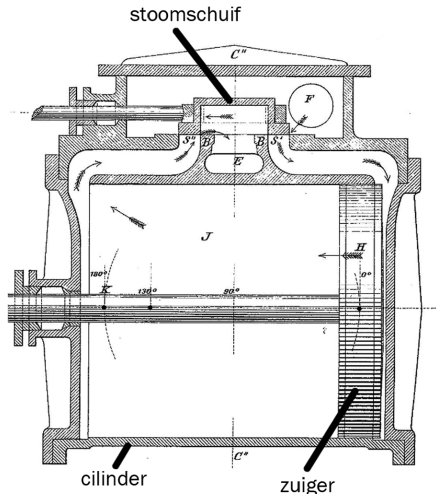


fig. 2 Bron: C. Steuerwald, Stoomschuif- en schaarbewegingen, Leiden 1899, p. 20.

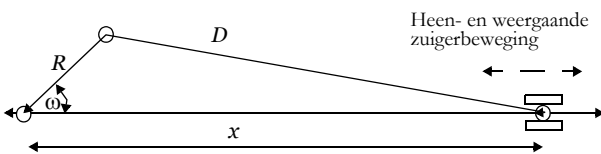


fig. 3 Een kruk-drijfstangmechanisme zet de beweging van de zuiger om in de rotatie van het wiel.

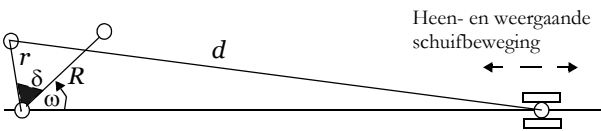


fig. 4 Een tweede kruk-drijfstangmechanisme zet de rotatie van het wiel om in de beweging van de stoomschuif.

Voor zo'n mechanisme geldt dat de horizontale uitwijking x een functie is van de draaihoek ω . We hebben

$$x = R \cos \omega + \sqrt{D^2 - R^2 \sin^2 \omega} \approx R \cos \omega + D$$

Omdat in de praktijk de verhouding R/D heel klein is werd die door de negentiende-eeuwse ingenieurs gelijkgesteld aan 0. Voor de uitwijking U_Z van de zuiger uit de middenstand vinden we dan

$$U_Z \approx R \cdot \cos \omega$$

We moeten er nu natuurlijk wel voor zorgen dat de stoomschuif goed beweegt, want dat doet hij niet van

zelf. Het basisidee van de oplossing van dit probleem is even simpel als briljant. We laten de stoomschuif bewegen met een tweede kruk-drijfstangmechanisme! Daarbij levert de rotatie van het wiel de inputbeweging en zet de drijfstang die beweging om in een heen- en weergaande rechtlijnige beweging van de schuif.

Het idee functioneert voortreffelijk mits het tweede kruk-drijfstangmechanisme de goede afmetingen heeft, het faseverschil tussen de twee kruk-bewegingen precies goed is en de schuif precies op de goede plaats op de stang die hem aandrijft, zit. Nota bene: het faseverschil is de zogenaamde voorloophoek δ (de schuif loopt voor op de zuiger). Als alles werkt, hebben we hier een fraai voorbeeld van wat in de regeltechniek een *automatische regeling* heet: de positie van de schuif waarvan de beweging van de zuiger afhangt, wordt door de beweging van de zuiger bepaald.

Voor de uitwijking van de stoomschuif U_S uit de middenstand vinden we (ook nu is r/d verwaarloosbaar)

$$U_S \approx R \cdot \cos(\omega + \delta)$$

Het sinusdiagram

De eerste ingenieurs die dit soort mechanismen bouwden in de eerste helft van de negentiende eeuw gebruikten tekeningen om tot een goed ontwerp te komen. Ze tekenden een aantal standen van de zuiger ten opzichte van de stoomschuif en varieerden de afmetingen net zolang totdat het klopte. De bovengenoemde tovenaars kwam in actie als door het gebruik bijvoorbeeld de positie van de schuif op de stang die hem aandreef, was gewijzigd.

We hebben in de vorige paragraaf gezien dat de uitwijkingen van de zuiger en de schuif uit de middenstand functies zijn van ω . Voor de uitwijkingen van de zuiger en de stoomschuif geldt respectievelijk $U_Z \approx R \cdot \cos \omega$ en $U_S \approx R \cdot \cos(\omega + \delta)$. We hebben te maken met twee sinusoiden, met een faseverschil en met verschillende amplitudes. Als we van die twee sinusoiden in één figuur grafieken maken, dan krijgen we een sinusdiagram (zie figuur 5).

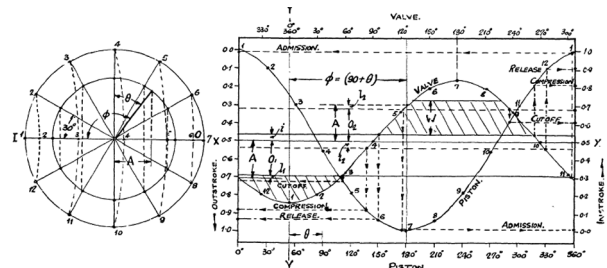


fig. 5 Een sinusdiagram. Bron: W. Ripper, Ripper's steam engine theory and practice, Londen 1899.

Het sinusdiagram toont de posities van zuiger en schuif in combinatie. Dat is mooi, maar wat levert het op? De negentiende-eeuwse ingenieurs konden er weinig mee. Je kunt de momenten waarop stoom wordt binnengelaten of de stoomtoevoer wordt afgesneden, precies aangeven in de grafiek, maar de ingenieurs vonden het te ingewikkeld en niet bruikbaar.

Het stoomschuifmechanisme van Stephenson

Het is merkwaardig, maar de wiskundige behandeling van de stoomschuif kreeg pas een echte impuls toen het probleem nog veel ingewikkelder was geworden. We hebben het namelijk tot nu toe alleen maar over een locomotief gehad die één kant op rijdt, laten we zeggen vooruit. Om achteruit te rijden, moet dan de kruk-drijf-stangbeweging die de schuif aandrijft een ander faseverschil hebben met de beweging van de zuiger dan bij vooruitrijden. Daarvoor kan men een tweede kruk-drijf-stangmechanisme gebruiken, maar dat moet zo gebeuren dat de machinist gemakkelijk kan overschakelen van vooruitrijden op achteruitrijden.

In 1842 kwamen Williams en Howe, twee Britse ingenieurs die werkten bij de bekende bouwer van locomotieven Stephenson & Co, met een oplossing voor al deze problemen. In figuur 6 is die schetsmatig aangegeven. Het punt P wordt aangedreven door de zuigerstang. De punten A en A_1 zijn de uiteinden van de krukken die de schuif aandrijven in respectievelijk de voor- en de achteruitrijstand. A en A_1 zijn door middel van drijf-stangen verbonden met de uiteinden C en C_1 van een sleuf die door de machinist omhoog en omlaag kan worden bewogen. In de sleuf schuift een blokje G dat verbonden is met de stoomschuif daarbij dan van positie C naar positie C_1 . Het gevolg is dat als G met C samenvalt, de machine vooruitrijdt en als G met C_1 samenvalt, de machine achteruitgaat.

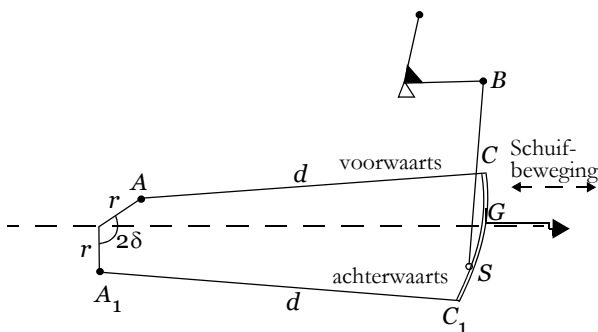


fig. 6 De structuur van de stoomschuif van Stephenson. In werkelijkheid ziet hij er vaak wat anders uit (figuur 7).

Deze stoomschuif van Stephenson werd razend populair en is tot ver in de twintigste eeuw op vele locomotieven gebruikt. Al gauw leerden de machinisten met de stoomschuif spelen. Zo bleek het dat ook de tussenstan-

den nuttig waren. Je kan bijvoorbeeld makkelijker tegen een berg op rijden als er een tussenstand benut wordt.

Het principe van het Zeunerdiagram

In 1854 heeft de Fransman Edouard Phillips als eerste een verhandeling gepubliceerd over de werking van de stoomschuif van Stephenson. Phillips toonde aan dat in alle posities – vooruitrijden, achteruitrijden en in alle tussenstanden – de afstand U_S die de stoomschuif heeft afgelegd vanaf z'n middenstand met voldoende nauwkeurigheid weergegeven kan worden als

$$U_S = A \cos \omega + B \sin \omega,$$

waarbij A en B afhangen van de grootte van het mechanisme en met ω de rotatie van het door de zuiger aangedreven wiel wordt aangegeven. De lezer kan gemakkelijk controleren dat deze formule in de uiterste standen inderdaad correct is. Dan wordt de schuif direct aangedreven door een kruk-drijf-stangmechanisme.

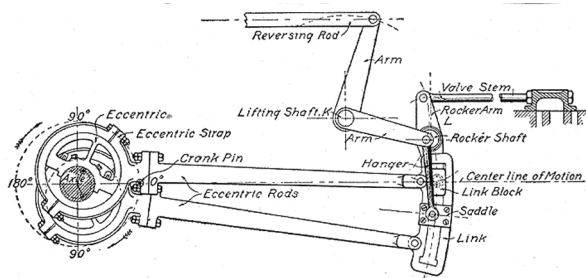


Fig. 64. Standard Stephenson Valve Gear.

fig. 7 Stephenson's valve gear as depicted in Cyclopaedia of engineering: A general reference work etc. Vol IV, American Technical Society, 1909, p. 74.

De ingenieurs vonden de verhandeling van Phillips nog veel te ingewikkeld. Het waren Duitsers, waaronder Gustav Zeuner, die zich realiseerden dat de vergelijking

$$U_S = A \cos \omega + B \sin \omega$$

met constanten A en B de vergelijking is in poolcoördinaten van twee cirkels door de oorsprong. Laten we daar eerst even naar kijken (zie figuur 8). Het is een aardige oefening om te laten zien dat als we de cirkel tekenen door de punten $(0, 0)$, $(A, 0)$ en $(0, B)$, het lijnstuk OR een hoek ω met de positieve x -as maakt, en we het snijpunt van OR met P aanduiden, de koorde OP gelijk is aan $A \cos \omega + B \sin \omega$.

Zeuner realiseerde zich vervolgens dat figuur 8 de mogelijkheid biedt om de uitwijking van de schuif bij elke stand van de zuiger onmiddellijk af te lezen. Als A en B bekend zijn, kun je figuur 8 tekenen. Draai nu een liniaal die met OP samenvalt om O . De projectie

van OR levert in elke stand de uitwijking van de zuiger en de koorde OP levert de uitwijking van de schuif. Op die manier is figuur 8 een soort analoge computer waarmee je in elke stand van het stoomschuifmechanisme van Stephenson de uitwijking van de zuiger en de schuif kunt opmeten. Zo'n afbeelding is men al snel Zeunerdiagram gaan noemen. Zeunerdiagrammen zijn een eeuw lang gebruikt.

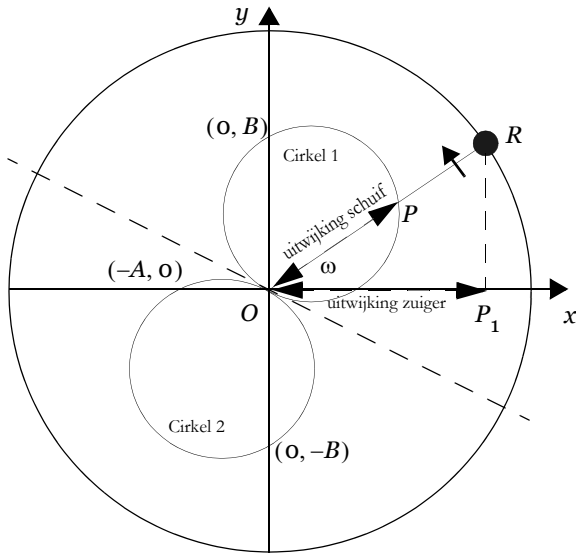


fig. 8 Het principe van een Zeunerdiagram.

Het Zeunerdiagram voor één positie

Tot slot zullen we een compleet Zeunerdiagram behandelen. In figuur 9 zien we de stoomschuif in de middenpositie. Het tegen de wijzers van de klok draaiende lijnstuk OR in figuur 8 raakt dan aan de twee cirkels; de uitwijking vanuit de middenpositie is nul. De zuiger beweegt naar rechts en de stoomschuif naar links. We zien in figuur 9 dat als de schuif over een afstand i naar links beweegt, de uitlaat aan de linkerkant wordt geopend. We zien ook dat als de schuif over een afstand e naar links beweegt, de inlaat aan de rechterzijde opengaat. De afstanden i en e heten lappen: de *binnenlap* i en de *buitenlap* e . In de positie van figuur 9 overlapt immers de schuif aan weerszijden van de kanalen O_1 en O .

We krijgen nu het complete Zeunerdiagram door om het centrum O twee concentrische cirkels met als stralen de binnenlap i en de buitenlap e . We kunnen dan bij het ronddraaien van OR het gedrag van de stoommachine in detail volgen in het diagram (zie figuur 10). In positie R_5 gaat de uitlaat links open. In positie R_3 gaat de inlaat rechts open. De zuiger beweegt dan nog even naar rechts, maar wordt weldra door de stoom naar links gedrukt. In positie R_4 gaat de inlaat rechts dicht. Dat is het moment waarop geen stoomtoevoer meer plaatsvindt en de zuiger bewogen wordt doordat de stoom expandeert.

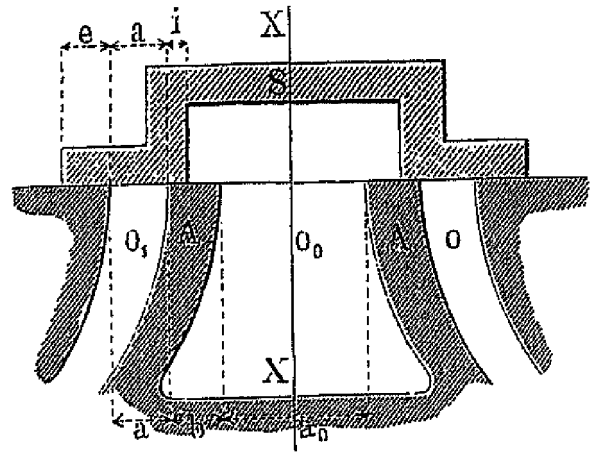


fig. 9 De stoomschuif in de middenpositie (bron: Zeuner, 1862).

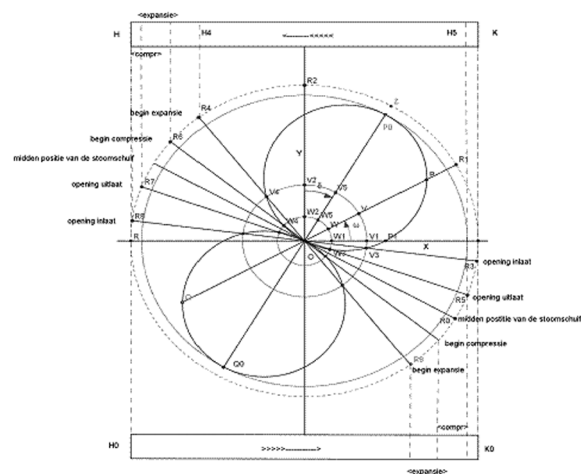


fig. 10 Het Zeunerdiagram, met het mechanisme van Stephenson in één stand.

In positie R_6 sluit de uitlaat zich zodat er compressie opgebouwd wordt. Deze compressie zorgt ervoor dat de zuiger zich na het dode punt weer naar links gaat bewegen. In positie R_7 gaat de uitlaat rechts open en in positie R_8 de inlaat links. De cyclus herhaalt zich.

Het gecombineerde Zeunerdiagram voor meerdere posities

Het diagram in figuur 10 is een Zeunerdiagram voor het geval de stoomschuif van Stephenson in één bepaalde stand staat. Het voordeel van het mechanisme van Stephenson was dat je de stoomschuif in allerlei standen kon zetten. Figuur 11 is een voorbeeld van zo'n mechanisme. Door de hendel N in een andere stand te zetten, verschuift de schaar CC_1 , waardoor de stoomschuif een andere timing krijgt.

Bij elke stand van het mechanisme hoort een setje van twee cirkels waarmee je de uitslag van de stoomschuif af kunt lezen. Als je voor een aantal posities van de stoomschuif van Stephenson die cirkels tekent, levert

dat een gecombineerd Zeunerdiagram op. Figuur 12 is een voorbeeld van zo'n gecombineerd Zeunerdiagram, waarbij voor de verschillende posities van de stoomschuif telkens maar één van de twee symmetrisch ten opzichte van de oorsprong O gelegen cirkels is getekend.

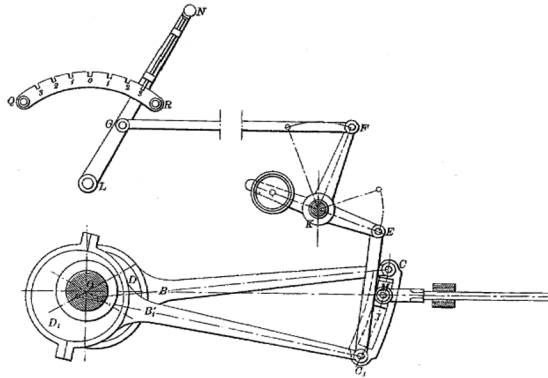


fig. 11 Een voorbeeld van het mechanisme van Stephenson (bron: Zeuner, 1862).

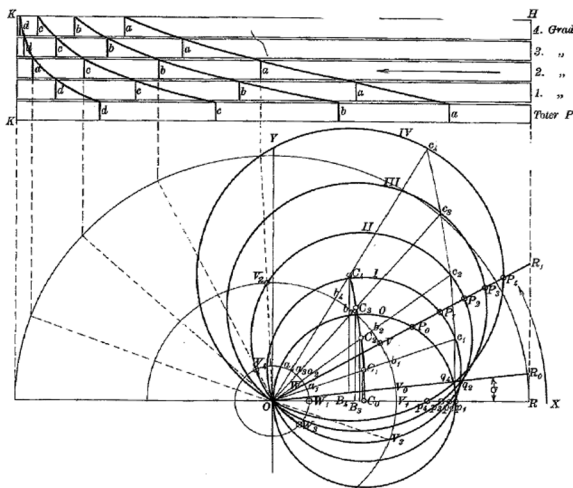


fig. 12 Een volledig Zeunerdiagram (bron: Zeuner, 1862).

Voor elke cirkel kan je de zuigerstand aflezen, net als in figuur 10. Met behulp van dit gecombineerde diagram zijn, volgens Gustav Zeuner, alle vragen te beantwoorden.

Slotopmerkingen

In de tweede helft van de negentiende eeuw kwamen in de ingenieurswetenschappen talrijke grafische methoden in gebruik. Daarvan zijn vele voorbeelden te geven. Ingewikkelde fysische relaties werden vaak

gerepresenteerd in nomogrammen waarin men bij gegeven waarden van bepaalde parameters de waarde van andere parameters kon aflezen. In de bouwkunde werden de in een bouwwerk optredende krachten in een meetkundige figuur geconstrueerd en de waarde door opmeting bepaald. In de werktuigbouwkunde werden snelheden en versnellingen meetkundig geconstrueerd. Het Zeunerdiagram vormt ook een fraai voorbeeld van zo'n grafische methode. Veel van die methoden zijn tot ver in de twintigste eeuw in gebruik gebleven. Analytische methoden bestonden wel, maar leidden tot veel rekenwerk en de ingenieurs gaven de voorkeur aan de grafische aanpak. Eigenlijk was het pas de introductie van de computer die daar echt verandering in bracht. De meeste grafische methoden zijn op dit moment uit het onderwijs en de praktijk verdwenen.

G. Klijn

Bertrand Russell College, Krommenie

Afdeling Wiskunde, Vrije Universiteit, Amsterdam

Dankwoord

Dit artikel is gebaseerd op onderzoek dat ik heb gedaan bij de afdeling wiskunde aan de Vrije Universiteit in het kader van een door NWO gefinancierd onderzoek als LIO (Leraar in onderzoek). Ik ben NWO zeer erkentelijk voor hun steun. Daarnaast dank ik Teun Koetsier hartelijk voor zijn bijdragen aan dit verhaal en Alex van den Brandhof voor het kritisch lezen en commentariëren van een eerdere versie.

Literatuur

- Matschoss, C. (1908). *Die Entwicklung der Dampfmaschine (Erster und Zweiter Band) Eine Entwicklung der ortsfesten Dampfmaschine und der Lokomotive, der Schiffsmaschine und Lokomotive*. Berlin: Verlag von Julius Springer, Band 2 http://www.digitalis.uni-koeln.de/Matschossd/matschossd_index.html
- Phillips, E. (1854). Théorie de la coulisse (de Stephenson) servant à produire le détente variable dans les machines à vapeur, et particulièrement dans les machines locomotives. *Annales des Mines, Tome III*. Verwijzingen zijn naar de Duitse vertaling: Phillips, E. (1854). Theorie der variablen Expansion mittelst Stephenson's Coulisse, *Civilingenieur, Bd. I*, p. 164-182 (Tafel 18, Fig. 9 bis 14)
- Zeuner, G. (1862). *Die Schiebersteuerungen mit besonderer Berücksichtigung der Locomotiven-Steuerungen*. Freiberg (Zweite Auflage).