

Dat de regeling voor zakken en slagen niet voor iedereen duidelijk is, bleek al uit de rectificatie die de redactie in het Laatste Nieuws moest plaatsen. Maar hoe onduidelijk is die regeling, en... is er met de regels van de logica verbetering in aan te brengen? **Gerard Koolstra** waagt een poging.

De slaag-/zakregeling 2013

Een poging tot analyse

Inleiding

Juridische formuleringen hebben met hun wiskundige of logische tegenhanger de pretentie gemeen om precies te formuleren waar het om gaat. Wetteksten bevatten ook niet zelden begripsomschrijvingen die te vergelijken zijn met wiskundige of logische definities.

Naar aanleiding van – bij toeval ontdekte – onvolkomenheden in wet- en regelgeving rond (eind)examens doen we een poging de redelijk gecompliceerde slaag-/zakregeling die met ingang van 2013 geldt, correct en zo eenvoudig mogelijk te formuleren. Omdat begrippen als ‘en’ en ‘of’ in dit verband niet altijd voldoende eenduidig zijn, vooral in combinatie met elkaar, maken we gebruik van enkele symbolen.

Met ingang van het schooljaar 2012/13 zal voor HAVO en VWO de dubbel aangescherpte slaag-/zakregeling van kracht worden. Bij het examen 2012 geldt al dat het gemiddelde van de cijfers voor het Centraal Examen (CE) minstens 5,5 moet zijn, daar komt een jaar later bij dat bij de eindcijfers (op een heel getal afgerond gemiddelden van cijfers voor CE en schoolexamen) voor het trio Nederlands/Engels/wiskunde hooguit één 5 mag zitten. Deze aanscherping moet gecombineerd worden met de huidige regeling, die al vrij gecompliceerd is omdat in sommige gevallen (een vier, twee vijven, of een vier en een vijf) een extra voorwaarde in werking treedt: het gemiddelde van de eindcijfers moet minstens 6,0 zijn (de compensatieregeling).

Op basis van het wijzigingsbesluit van 19 augustus 2010 is de in de rechterkolom weergegeven wettelijke gecomponeerd, die over twee jaar van kracht zou moeten zijn.

Het bij c. genoemde heeft betrekking op de onderdelen van het zogenoemde combinatiecijfer, zoals het profielwerkstuk, en het cijfer voor maatschappijleer.

5. De kandidaat die eindexamen V.W.O. of H.A.V.O. heeft afgelegd, is geslaagd:

a. indien het rekenkundig gemiddelde van zijn bij het centraal examen behaalde cijfers ten minste 5,5 is,

b. indien hij:

1°. voor al zijn vakken waarvoor een eindcijfer is vastgesteld, als eindcijfer 6 of meer heeft behaald,

2°. voor één van zijn vakken waarvoor een eindcijfer is vastgesteld, als eindcijfer 5 en voor de overige vakken waarvoor een eindcijfer is vastgesteld, als eindcijfer 6 of meer heeft behaald,

3°. voor één van zijn vakken waarvoor een eindcijfer is vastgesteld, met uitzondering van de vakken Nederlandse taal en literatuur, Engelse taal en literatuur en wiskunde A, wiskunde B of wiskunde C als eindcijfer 4 en voor de overige vakken waarvoor een eindcijfer is vastgesteld, als eindcijfer 6 of meer heeft behaald, en het gemiddelde van de eindcijfers tenminste 6,0 bedraagt, dan wel

4°. voor twee van zijn vakken waarvoor een eindcijfer is vastgesteld, als eindcijfer 5 heeft behaald dan wel voor één van de vakken waarvoor een eindcijfer is vastgesteld als eindcijfer 4 en voor één van deze vakken als eindcijfer 5 heeft behaald, en voor de overige vakken waarvoor een eindcijfer is vastgesteld, als eindcijfer 6 of meer heeft behaald, en het gemiddelde van de eindcijfers tenminste 6,0 bedraagt, met dien verstande dat hij daarbij voor één van de vakken Nederlandse taal en literatuur, Engelse taal en literatuur en in voorkomende gevallen wiskunde A, wiskunde B of wiskunde C als eindcijfer 5 heeft behaald en voor het andere genoemde vak dan wel de andere twee genoemde vakken als eindcijfer 6 of meer heeft behaald

c. indien geen van de eindcijfers van onderdelen, genoemd in het zesde lid, lager is dan 4, en

d. indien de vakken culturele en kunstzinnige vorming en lichamelijke opvoeding van het gemeenschappelijk deel van elk profiel, zijn beoordeeld als ‘voldoende’ of ‘goed’.

We laten dit evenals punt d. voorlopig buiten beschouwing, omdat al vóór het begin van het CE bekend moet zijn of hieraan voldaan is.

Bij punt a. staat als voorwaarde dat het (rekenkundige) gemiddelde van de bij het centraal examen behaalde cijfers ten minste 5,5 is. We geven dit weer met de letter C .

Bij punt b. staan diverse voorwaarden met tal van koppelingen. We gaan die voorwaarden eerst een voor een benoemen, en blijven daarbij vrij dicht bij de (concept-)wettekst.

- O1 Alle eindcijfers zijn 6 of hoger
- O2 Precies één eindcijfer is een 5, de rest is 6 of hoger
- O3 Precies één eindcijfer is een 4, de rest is 6 of hoger
- O4 Precies twee eindcijfers zijn 5, de rest is 6 of hoger
- O5 Precies één van de eindcijfers is een 4, en precies één andere een 5 en de rest is 6 of hoger
- G Het gemiddelde van de eindcijfers is minstens 6,0

En we hadden al:

- C Het (rekenkundige) gemiddelde van de bij het centraal examen behaalde cijfers is ten minste 5,5

De nieuwste voorwaarden betreffen de vakken ‘Nederlandse taal en literatuur, Engelse taal en literatuur en in voorkomende gevallen wiskunde A, wiskunde B of wiskunde C’. ‘In voorkomende gevallen’ is geen overbodige toevoeging: op de HAVO is het immers mogelijk om eindexamen te doen zonder wiskunde. Om ruimte te besparen, noemen we de betreffende vakken *kernvakken*. Onder b. worden de volgende voorwaarden genoemd:

- K1 geen 4 voor een kernvak als eindcijfer
- K2 als eindcijfer één 5 voor een kernvak, en de rest van de kernvakken 6 of hoger

De genoemde voorwaarden moeten op de juiste manier gecombineerd worden, dat kan met de operatoren \wedge (het logische EN dat aangeeft dat aan alle genoemde voorwaarden moet worden voldaan) en \vee (het logische OF dat aangeeft dat aan ten minste één van de voorwaarden moet worden voldaan). Bij de slagingsregel is een juiste combinatie van groot belang.

In de wettekst is het niet altijd helder wanneer er aan alle van een reeks voorwaarden moet worden voldaan, en wanneer aan (ten minste) een van de genoemde. Pas met een *inhoudelijke* analyse met voldoende achtergrondkennis is te achterhalen dat kennelijk bedoeld is dat aan alle voorwaarden a, b (en c en d) moet worden voldaan, en dat het bij 1° tot en met 4° gaat om ten minste één van de genoemde voorwaarden. Als we nu de wettekst vertalen in symbolen, krijgen we

$C \wedge (O1 \vee O2 \vee (O3 \wedge K1 \wedge G) \vee ((O4 \vee O5) \wedge G \wedge K2))$ [1]
De haakjes zijn hier essentieel. Voorwaarde C blijft altijd gelden als een *conditio sine qua non*, er moet altijd aan voldaan worden. Voorwaarde G heeft een kleinere reikwijdte.

Opvallend is dat in het laatste deel, beginnend met $(O4 \vee O5)$, niet de mogelijkheid wordt genoemd dat alle kernvakken voldoende zijn. Omdat dit natuurlijk niet de bedoeling is, formuleren we:

- K3 alle eindcijfers voor de kernvakken zijn 6 of hoger

De kennelijke bedoeling van de wet is dan weer te geven door

$$C \wedge (O1 \vee O2 \vee (O3 \wedge K3 \wedge G) \vee ((O4 \vee O5) \wedge G \wedge (K2 \vee K3)))$$
 [2]

K1 is hier vervangen door het ‘strengere’ K3. Immers bij één 4 en de rest voldoende, mag deze 4 niet bij de kernvakken zitten, dus moeten de kernvakken allemaal voldoende zijn.

Tot nu toe zijn we in de opbouw dicht in de buurt gebleven van de wettekst. De vraag is: kan het korter, duidelijker, beter?

Kan het korter?

Een voor de hand liggende aanpak is na te gaan of het mogelijk is herhalingen te vermijden. Zowel G als K3 komt twee keer voor. We kijken eerst naar G . Een mogelijkheid is gebruik te maken van herschrijvingsregels als $A \wedge (B \vee C) \leftrightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$ maar dan van rechts naar links. We halen dan G als het ware “buiten haakjes”:

$$C \wedge (O1 \vee O2 \vee (G \wedge ((O3 \wedge K3) \vee ((O4 \vee O5) \wedge (K2 \vee K3))))$$
 [3]

Dit is in zekere zin een louter formele handeling. Door te letten op de inhoud van de voorwaarden is wellicht nog meer mogelijk. Immers $O1 \rightarrow G$; als alle eindcijfers 6 of hoger zijn, is uiteraard ook het gemiddelde minstens 6,0. $O2$ is echter verenigbaar met $\neg G$ (NIET G) – denk aan een lijst met één 5 en negen zessen. Het blijft dus vrij gecompliceerd:

$$C \wedge (O1 \vee (G \wedge (O1 \vee (O3 \wedge K3) \vee ((O4 \vee O5) \wedge (K2 \vee K3))))$$
 [4]

Nu gaan we na wat we kunnen doen met het twee maal voorkomen van K3 (alle eindcijfers voor de kernvakken voldoende). Probleem is dat deze één keer voorkomt in de vorm $K2 \vee K3$ en één keer ‘los’. Gelukkig geldt: $O3 \wedge K3 \leftrightarrow O3 \wedge (K2 \vee K3)$.

Dit kan op verschillende manieren ingezien worden, bijvoorbeeld door het rechter lid te herschrijven als: $(O_3 \wedge K_2) \vee (O_3 \wedge K_3)$.

$(O_3 \wedge K_2)$ is onmogelijk omdat O_3 zegt dat er één 4 is en de rest 6 of hoger, dus geen 5, terwijl K_2 aangeeft dat er wel een 5 is. Daarom is $O_3 \wedge (K_2 \vee K_3)$ gelijkwaardig met $O_3 \wedge K_3$.

Ook geldt: $O_2 \wedge (K_2 \vee K_3) \leftrightarrow O_2$.

Immers $O_2 \rightarrow (K_2 \vee K_3)$, en daardoor is $K_2 \vee K_3$ geen extra voorwaarde: Als er maar één 5 is (en de rest voldoende) staat er bij de kernvakken een 5 of zijn alle kernvakken voldoende. Ook geldt natuurlijk $O_1 \wedge (K_2 \vee K_3) \leftrightarrow O_1$, want $O_1 \rightarrow K_3 \rightarrow (K_2 \vee K_3)$: Als alle vakken voldoende zijn, geldt dat ook voor alle kernvakken, en geldt dus ook dat voldaan is aan de zwakkere voorwaarde “hoogstens één 5 voor de kernvakken” ($K_2 \vee K_3$). Dit maakt het mogelijk om ($K_2 \vee K_3$) buiten haakjes te halen. Uitgaande van [3] krijg je dan:

$$C \wedge (K_2 \vee K_3) \wedge (O_1 \vee O_2 \vee (G \wedge (O_3 \vee O_4 \vee O_5))) \quad [5]$$

Kan het duidelijker?

De laatste vorm bevat inclusief haakjes vijftientig symbolen, dat is zes minder dan [2], niet een spectaculaire verbetering. We kunnen ook letten op het aantal operatoren; die bepalen het aantal stappen dat gedaan moet worden. Bij [2] was dat negen, nu is dat acht. Ook niet erg indrukwekkend. Wel lijkt me [5] helderder en goed om te vertalen in een praktisch algoritme: Je kijkt eerst naar het gemiddelde CE, dan naar de kernvakken etcetera. Als je een beslisvolgorde erin betreft (dus onderscheid maakt tussen $A \wedge B$ en $B \wedge A$, zou je ook kunnen opteren voor:

$$C \wedge (K_2 \vee K_3) \wedge (O_1 \vee O_2 \vee ((O_3 \vee O_4 \vee O_5)) \wedge G) \quad [6]$$

We gaan nog een andere insteek proberen, om te kijken of er nog meer winst is te boeken. De slaag-/zakregeling is eigenlijk gebaseerd op vier soorten criteria:

1. Aantal onvoldoendes (totaal en bij de kernvakken)
2. Aantal vieren (totaal en bij de kernvakken)
3. Laagste cijfer
4. Gemiddelde (bij CE en bij eindcijfers).

We definiëren de volgende variabelen:

- n aantal onvoldoende eindcijfers (dat wil zeggen lager dan 6)
- k aantal onvoldoende eindcijfers voor de kernvakken
- v aantal vieren
- w aantal vieren bij de kernvakken
- z laagste eindcijfer

- g gemiddelde van alle eindcijfers
- c gemiddelde van alle CE-cijfers.

Er moet gelden (afgezien van $c \geq 5,5$):

1. maximaal twee onvoldoendes, waarvan maximaal één voor de kernvakken: $n \leq 2 \wedge k \leq 1$
2. maximaal één vier, bij de kernvakken géén vier
3. laagste cijfer minstens een 4
4. gemiddeld eindcijfer $\geq 6,0$ [met één uitzondering: één 5, rest 6] $g \geq 6,0$.

Dit leidt tot:

$$n \leq 2 \wedge k \leq 1 \wedge v \leq 1 \wedge w = 0 \wedge z \geq 4 \wedge (g \geq 6,0 \vee (n = 1 \wedge z = 5)) \wedge c \geq 5,5 \quad [7]$$

Weliswaar is het aantal ‘beslissingsvariabelen’ teruggebracht van negen naar zeven, maar het aantal (logische) operatoren is nog steeds acht, en het aantal tekens is zelfs gegroeid.

Algoritme

In de praktijk is men vooral gebaat bij een efficiënt (en foutloos!) algoritme, dat snel bepaalt of de kandidaat geslaagd is of (nog) niet. We beperken ons hier tot het al dan niet geslaagd zijn in eerste termijn.

Een mogelijk algoritme zou kunnen zijn

ALS (gemiddelde CE < 5,5) DAN gezakt;

ANDERS ALS (alle eindcijfers voldoende OF één 5 en de rest voldoende) geslaagd

ANDERS ALS ((een van de eindcijfers lager dan 4) OF (aantal onvoldoende eindcijfers ≥ 3)) gezakt

ANDERS ALS NIET ((alle kerneindcijfers voldoende) OF (één 5 bij kerncijfers en de rest voldoende)) gezakt

ANDERS ALS (een na laagste cijfer ≥ 5 EN gemiddeld eindcijfer $\geq 6,0$) geslaagd

ANDERS gezakt

Rol schoolexamen

In het voorgaande hebben we de volgende voorwaarden buiten beschouwing gelaten:

- c. indien geen van de eindcijfers van onderdelen, genoemd in het zesde lid, lager is dan 4, en
- d. indien de vakken culturele en kunstzinnige vorming en lichamelijke opvoeding van het gemeenschappelijk deel van elk profiel, zijn beoordeeld als “voldoende” of “goed”.

Deze zaken betreffen in feite de afronding van het schoolexamen. We duiden deze voorwaarden weer met respectievelijk s_1 en s_2 . We hebben nu het volgende rijtje:

- s_1 geen enkel onderdeel (van het combinatiecijfer) is lager dan 4

S2 de vakken CKV en LO zijn beoordeeld als voldoende of goed

O1 alle eindcijfers zijn 6 of hoger

O2 precies één eindcijfer is een 5, de rest is 6 of hoger

O3 precies één eindcijfer is een 4, de rest is 6 of hoger

O4 precies twee eindcijfers zijn 5, de rest is 6 of hoger

O5 precies één van de eindcijfers is een 4, en precies één andere een 5 en de rest is 6 of hoger

G het gemiddelde van de eindcijfers is minstens 6,0

C het (rekenkundige) gemiddelde van de bij het centraal examen behaalde cijfers is ten minste 5,5.

We kunnen hiermee de slaag-/zakregeling 2011 als volgt samenvatten. Iemand is alleen geslaagd als wordt voldaan aan de volgende voorwaarde:

$$(S1 \wedge S2) \wedge (O1 \vee O2 \vee (O3 \vee O4 \vee O5) \wedge G) \quad [8]$$

In de persmap centraal examen 2011 staat:

de kandidaat die eindexamen HAVO of VWO aflegt is geslaagd:

a. indien hij:

– voor al zijn vakken waarvoor een eindcijfer is vastgesteld, als eindcijfer 6 of meer heeft behaald;

– voor één van zijn vakken waarvoor een eindcijfer is vastgesteld, als eindcijfer 5 en voor de overige vakken waarvoor een eindcijfer is vastgesteld, als eindcijfer 6 of meer heeft behaald;

– voor één van zijn vakken waarvoor een eindcijfer is vastgesteld, als eindcijfer 4 en voor de overige vakken waarvoor een eindcijfer is vastgesteld, als eindcijfer 6 of meer heeft behaald, en het gemiddelde van de eindcijfers tenminste 6,0 bedraagt, dan wel;

– voor twee van zijn vakken waarvoor een eindcijfer is vastgesteld, als eindcijfer 5 heeft behaald dan wel voor één van de vakken waarvoor een eindcijfer is vastgesteld als eindcijfer 4 en voor één van deze vakken als eindcijfer 5 heeft behaald, en voor de overige vakken waarvoor een eindcijfer is vastgesteld, als eindcijfer 6 of meer heeft behaald, en het gemiddelde van de eindcijfers tenminste 6,0 bedraagt,

en

b. indien hij:

– indien geen van de eindcijfers van onderdelen, genoemd in het zesde lid, lager is dan 4,

en

c. indien hij

– de vakken culturele en kunstzinnige vorming en lichamelijke opvoeding van het gemeenschappelijk deel van elk profiel, zijn beoordeeld als “voldoende” of “goed”.

Blijkbaar is dit letterlijk overgenomen uit de huidige wettekst. Als je deze tekst probeert te vertalen met behulp van de symbolen \wedge en \vee zou je dit kunnen krijgen:

$$(O1 \wedge O2 \wedge (O3 \wedge O4) \vee ((O4 \vee O5) \wedge G)) \vee S1 \vee S2 \quad [9]$$

Het gebruik van de woordcombinatie *en indien hij* lijkt immers aan te geven dat de kandidaat geslaagd is als aan één of meer van de drie voorwaarden a., b., c. is voldaan. Dat is heel wat anders dan

$$(O1 \vee O2 \vee (O3 \vee O4 \vee O5) \wedge G) \wedge (S1 \wedge S2) \quad [8a]$$

Kennelijk is bedoeld :

$$(O1 \vee O2 \vee (O3 \wedge G) \vee ((O4 \vee O5) \wedge G)) \wedge S1 \wedge S2 \quad [10]$$

In de examenkrant 2011 voor HAVO/VWO gericht op eindexamenkandidaten staat:

Je bent geslaagd als:

- al je eindcijfers 6 of hoger zijn, of

- je één 5 hebt en al je andere eindcijfers 6 of hoger zijn, of

- je één 4, twee 5-en of één 5 en één 4 hebt en al je andere eindcijfers 6 of hoger zijn én het gemiddelde van al je cijfers ten minste 6,0 is

én

- de vakken ckv en lichamelijke opvoeding 'voldoende' of 'goed' zijn.

Een 3 mag niet!

Ook niet voor één van de vakken van het combinatiecijfer.

Als we dit vertalen krijgen we – gelet op de opmaak – :

$$(O1 \vee O2 \vee (O3 \vee O4 \vee O5) \wedge G \wedge S2) \wedge S1 \quad [11]$$

En dat is wéér wat anders !

Gerard Koolstra
wiskundedocent St. Michael College, Zaandam
redacteur WiskundeE-brief

Met veel dank aan Marja Bos voor alle opmerkingen en correcties.