

De rubriek *Uit de ivoren toren* wil een bijdrage leveren aan het overbruggen van de kloof tussen onderzoek en onderwijs door de resultaten van recent wetenschappelijk onderzoek te vertalen in bruikbare conclusies voor de praktijk van het wiskundeonderwijs. In deze aflevering doen **Anneke Verschut** en **Arthur Bakker** verslag van hun onderzoek naar wat samenhangende kennis is, en hoe een curriculum ertoe kan bijdragen dat leerlingen die ontwikkelen.

Uit de ivoren toren: samenhangende kennis

Hoe bevorder je die bij statistiek en kansrekening?

Inleiding

Vond u het ook altijd wat onbevredigend dat de domeinen statistiek en kansrekening in de curricula van HAVO en VWO gescheiden werelden leken? En dat die werelden alleen op het VWO bij elkaar leken te komen als we de leerlingen leerden om een hypothese te toetsen? Dan is er goed nieuws voor u. In de wiskundeprogramma's die vanaf 2015 ingevoerd gaan worden in de bovenbouw HAVO en VWO zijn kansrekening en statistiek samengevoegd in één domein. De bedoeling daarvan is dat leerlingen beter beseffen dat ze kennis van kansrekening nodig hebben om zinvolle uitspraken te kunnen doen over statistische data, met andere woorden dat ze de samenhang zien in de dingen die ze leren binnen de domeinen statistiek en kansrekening. Daarnaast heeft cTWO – commissie Toekomst WiskundeOnderwijs – in haar visiedocument expliciet geschreven dat ze door middel van de nieuwe programma's streeft naar meer samenhang in de kennis die de leerlingen opdoen binnen het vak wiskunde.

Waarom streven naar samenhang?

cTWO staat niet alleen in haar pogingen om leerlingen meer samenhang in hun kennis te laten ervaren. Ook de andere bètavernieuwingscommissies hebben allemaal het bereiken van meer samenhangende kennis als een belangrijke doelstelling van hun vernieuwingsvoorstellen. Dit standpunt is gebaseerd op internationaal leerpsychologisch en didactisch onderzoek naar het leren en onderwijzen van vakkennis (Bransford et al., 2000). Als leerlingen in hun langetermijngeheugen een samenhangend netwerk van begrippen, methoden en situaties opbouwen, zullen ze beter in staat zijn om hun kennis wendbaar in te zetten bij het aanpakken van nieuwe problemen. Ook is het dan makkelijker om hun kennisbasis uit te breiden op grond van nieuwe ervaringen in maatschappij of vervolgonderwijs. cTWO omschrijft in haar visiedocument het belang van interne samenhang als volgt (cTWO, 2007, p. 35): “In de didactische vormgeving van de curricula staat

een intern-wiskundig samenhangend netwerk van concepten centraal.” In zijn algemeenheid is dat natuurlijk vrij vaag. Laten we daarom eens kijken hoe dit voor het domein statistiek en kansrekening is uitgewerkt.

Samenhang in het domein statistiek en kansrekening

De voorgestelde vernieuwingen in het Nederlandse statistiekonderwijs zijn gebaseerd op internationale ontwikkelingen (Van Streun & Van de Giessen, 2007a, b). In de jaren negentig is een internationale beweging ontstaan die ervoor pleit om het statistiekonderwijs aan te passen, zodat het beter past bij de moderne kennismaatschappij en de mogelijkheden die dataverwerkende technologie biedt. Daarbij wordt niet alleen gepleit voor een verandering van de inhoud, maar ook van de didactiek. De filosofie achter de beweging kan in het kort worden samengevat als “more data and concepts, fewer recipes and derivations” (Moore, 1997). Het idee erachter is dat het belangrijker is dat leerlingen ervaring opdoen met het werken met echte data en zo de manier van redeneren in de statistiek leren kennen, dan dat ze zo veel mogelijk losse technieken leren kennen, waarvan ze dan vaak niet weten wanneer ze welke moeten toepassen. Het rekenwerk kan vaak aan technologie worden overgelaten, zeker wanneer het invullen van formules niet bijdraagt aan het begrip van de leerlingen. Verder moeten leerlingen vooral de verschillende kernconcepten van de statistiek leren begrijpen en statistisch leren redeneren.

Toen cTWO bezig was met het opstellen van de eindtermen van de nieuwe wiskundeprogramma's heeft zij de werkgroep SKACA ingesteld om een voorstel voor te bereiden voor nieuwe eindtermen voor statistiek en ideeën te ontwikkelen hoe deze eindtermen in leerlijnen vormgegeven kunnen worden. SKACA is de afkorting van Statistiek en Kansrekening voor wiskunde A

en C VWO en wiskunde A HAVO. In lijn met de internationale inzichten om fragmentarische kennis te voorkomen, schrijft de werkgroep (SKACA, 2007, p. 6): “Wat moet worden voorkomen is dat de leerlingen een aantal trucjes leren”. Een van de ideeën is het aanbieden van alle leerstof rondom twee basisprobleemtypen, te weten: het leggen van verbanden tussen verschijnselen en het vergelijken van twee groepen (SKACA, 2007). In figuur 1 is de vraag over de lengtes van vaders en zoons: is er een verband? Hebben lange vaders over het algemeen ook lange zoons? In figuur 2 is de vraag: is er verschil? Zijn zoons gemiddeld langer dan hun vaders? Het benadrukken van deze probleemtypen kan ook gezien worden als een poging meer samenhang in het geleerde aan te brengen. Verder bepleit SKACA het aanleren van statistiek binnen een onderzoekscyclus. Dit is ook een manier om meer samenhang in het geleerde te verkrijgen, in dit geval tussen onderzoeksactiviteiten en daarvoor benodigde statistiekkennis.

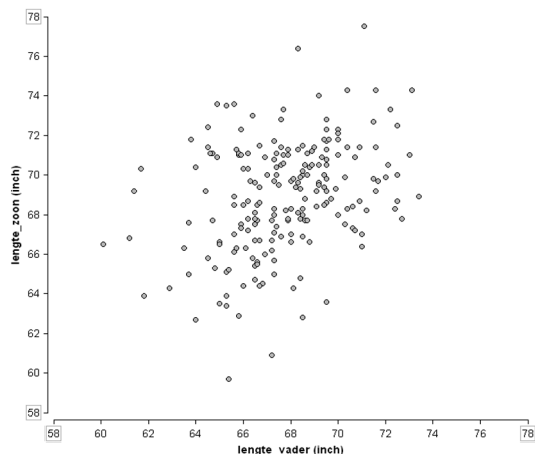


fig. 1 Probleemtype 1: is er een verband? Het gaat hier om gepaarde data van lengtes in inches van vaders en hun oudste zoon (random steekproef uit een ruim 100 jaar oude dataverzameling van Pearson).

Het onderzoek

Het doel van ons onderzoek was om te evalueren in hoeverre de vernieuwde programma's inderdaad meer samenhang in de statistiekkennis van leerlingen kunnen bevorderen. Daarvoor hadden we eerst criteria nodig. Een van de problemen waar we tegenaan liepen is dat we bij de invoering van nieuwe leerlijnen met verschillende curriculumniveaus te maken hebben:

- het beoogde curriculum: wat de intentie is en wat er in de eindtermen en het lesmateriaal staat;
- het geïmplementeerde curriculum: wat de docent ervan maakt en wat er dus in de lessen gebeurt;
- het bereikte curriculum: hoe de leerlingen het ervaren en wat ze ervan leren.

Het is immers bekend dat er vaak een groot verschil is tussen de oorspronkelijke ideeën en intenties achter

een nieuw programma, wat er vervolgens in het klaslokaal gebeurt en wat de leerlingen uiteindelijk leren. Daarom is het voor een grondige evaluatie nodig om naar alledrie de niveaus te kijken.

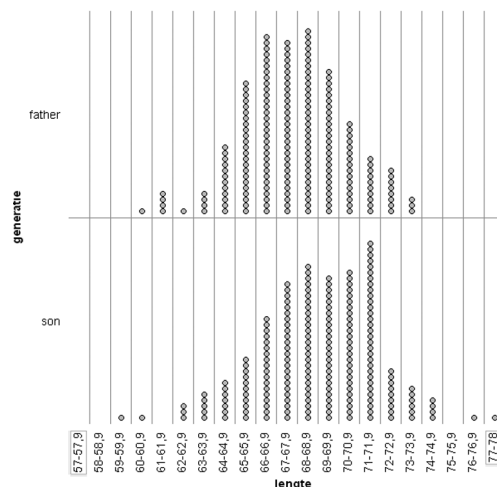


fig. 2 Probleemtype 2: is er verschil? Het gaat hier om de vergelijking van groepen met behulp van ongepaarde data uit de dataverzameling van Pearson.

We moeten ons daarbij realiseren dat op de verschillende niveaus het streven naar samenhang iets anders impliceert. Op het beoogde en geïmplementeerde niveau *heeft* samenhang een doel: samenhangende kennis op het bereikte niveau. Op het bereikte niveau *is* samenhang het doel: samenhang in de kennis van leerlingen. Helaas vonden we in de literatuur geen bevredigend antwoord op de vraag wat we onder samenhang moeten verstaan. Bovendien is er nog weinig bekend over hoe die dan te bevorderen. Dit leidt tot twee onderzoeksvragen:

1. Wat bedoelen mensen met samenhangende statistiekkennis?
2. Hoe kan samenhang in de statistiekkennis van leerlingen worden bevorderd?

Hoewel we antwoorden op deze vragen hebben gevonden door experts op het gebied van statistiekonderwijs te vragen, zijn de uitkomsten dusdanig algemeen dat er ook wel algemene adviezen voor docenten over het bevorderen van samenhangende kennis bij leerlingen uit kunnen worden gedestilleerd.

Methode

In Nederland waren vijf personen direct betrokken bij het ontwikkelen van de ideeën achter het nieuwe statistiekprogramma. Deze vijf mensen hebben we uitgebreid geïnterviewd over hun opvattingen van goed statistiekonderwijs en welke rol het streven naar samenhangende kennis hierin speelt. We hebben hen ook expliciet gevraagd om een definitie van een samenhangend curriculum te geven en hoe dat geïmplementeerd moet worden zodat leerlingen het inderdaad

als meer samenhangend ervaren. Voor een internationaal perspectief hebben we ook nog een aantal internationale experts gevraagd. Twee van hen hebben we ook uitgebreid kunnen interviewen omdat ze in Nederland waren, met vijf anderen hebben we een uitgebreide mailwisseling gehad. Tijdens de International Conference on Teaching Statistics (ICOTS 2010) zijn aan eenentwintig deelnemers bovengenoemde onderzoeksvragen voorgelegd. Hun antwoorden bevestigden onze analyse, maar leverden ook enkele nieuwe formuleringen op.

Wat is samenhangende kennis?

De antwoorden die we kregen waren niet geheel eensluidend. Wel waren er enkele gemeenschappelijke gerelateerde begrippen die in verschillende gedaanten steeds terugkeerden in de antwoorden: conceptueel begrip, transfer, weten wanneer je welke techniek gebruikt, metacognitie, overzicht over de concepten, statistisch redeneren.

Veel antwoorden verwezen al dan niet expliciet naar het belang van *conceptueel begrip*, waarbij vaak ook termen werden genoemd als *transfer* of *weten wanneer je wat gebruikt*. Transfer verwijst naar de toepassing in een nieuwe situatie, dus een verband tussen een concept of techniek en een context. Een voorbeeld van een antwoord dat we kregen:

Wat nodig is, is meer aandacht voor statistische concepten in plaats van technieken en trucjes. Bijna alle literatuur klaagt over het feit dat leerlingen wel leren hoe ze het gemiddelde moeten uitrekenen, maar niet weten hoe ze twee groepen moeten vergelijken. Ze realiseren zich zelfs niet dat ze het gemiddelde daarbij kunnen gebruiken.

Het soort samenhang dat cTWO lijkt na te streven, wordt in de literatuur ook wel omschreven met de term conceptueel begrip (*conceptual understanding*): leerlingen ontwikkelen mentale verbindingen tussen wiskundige feiten, procedures en ideeën. Volgens deze definitie neemt conceptueel begrip toe als er meer en rijkere mentale verbindingen komen tussen concepten; de interne samenhang in kennis neemt dan toe.

Een voorwaarde voor het ontwikkelen van conceptueel begrip is betekenisvol leren (Ausubel, 1963). Betekenisvol leren (*meaningful learning*) staat daarbij tegenover trucjes leren (*rote learning*). Van Dormolen (1974) wees specifiek op de nadelen voor het wiskundeonderwijs van trucjes of losse vaardigheden leren. Hij betoogde dat als er vooral aandacht wordt besteed aan het trainen van vaardigheid in specifieke methoden, het gevaar bestaat dat dit ten koste gaat van de vorming van de algemene, onderliggende concepten. De specifieke methoden worden dan elk afzonderlijk in

het langetermijngeheugen opgeslagen. Door het ontbreken van de verbindende algemene methoden en concepten worden die technieken vaak slecht toegankelijk zodra het onderwijs in die techniek is afgerond, omdat ze niet gekoppeld zijn aan de condities voor toepassing. Leerlingen kunnen bij het verwerven van nieuwe begrippen of vaardigheden dan niet voortbouwen op een bestaand netwerk aan kennis. Dat leidt ertoe dat leerlingen voor elke kleine variatie in opgaven weer nieuwe oplossingsprocedures moeten leren. In andere woorden: hun kennis is dan niet samenhangend.

De associatie van conceptueel begrip met transfer of ‘weten wanneer je wat gebruikt’ is in overeenstemming met wat Bransford en zijn collega’s (2000) hierover zeggen: zij onderstrepen ook het belang van een rijk netwerk van mentale verbindingen zodat leerlingen weten wanneer ze het geleerde passend kunnen inzetten bij tot dan toe onbekende domeinen en toepassingen. Door een van de deelnemers aan ICOTS werd dit nog iets nadrukkelijker verwoord: samenhangende statistiekkennis is dat je weet hoe en wanneer, maar vooral ook waarom en waarvoor je je statistiekkennis kunt gebruiken.

Die laatste aanvulling is in verband te brengen met het begrip *metacognitie* (weten over weten). Ook enkele van onze geïnterviewden beschouwden dit begrip of het hebben van *overzicht van statistische concepten* expliciet als onderdeel van samenhangende statistiekkennis. Bij het toelichten van hun opvatting werd dan een relatie gelegd met de notie van *statistisch redeneren*:

Deze doelstellingen kunnen worden ondersteund door veel reflectie, meta-cognitie en discussies. Anders, als je dat niet expliciet benadrukt, realiseren leerlingen zich niet dat er bepaalde principes aan ten grondslag liggen: onze manier van denken (...) die typerend is voor statistisch redeneren.

De kracht van redeneren schuilt in het verbanden leggen tussen concepten, contexten en technieken. Een van de deelnemers aan ICOTS verwoordde dit als volgt: “Samenhangende statistiekkennis zorgt ervoor dat je het *gehele statistische redeneerproces* kunt *begrijpen*”. In de woorden van een andere deelnemer: “Samenhangende statistiekkennis is dat je leert om statistische informatie (bijvoorbeeld in de media) te interpreteren en op waarde te schatten”. Dit laatste wordt ook wel *statistische geletterdheid* genoemd.

Hoe stimuleer je samenhangende kennis?

Als antwoord op de vraag hoe de ontwikkeling van samenhangende kennis bij leerlingen kan worden bevorderd, gaven verschillende respondenten aan dat de leerlijnen zelf samenhangend moeten zijn. Ze bedoelden daarmee dat ze georganiseerd moeten zijn rond-

om *centrale thema's*, bijvoorbeeld de *kernconcepten* of *kernideeën* van de statistiek (data, centrum, variatie, verdeling, steekproef, model). Dit benadrukken van centrale concepten in de leerstof wordt ook in de literatuur genoemd als een belangrijke manier waarop docenten conceptueel begrip bij hun leerlingen kunnen bevorderen (Hiebert & Grouws, 2007). Wiskundepedagogici als Skemp en Van Dormolen betoogden ook al dat het verstandig is centrale concepten het fundament te laten vormen van de leerstof om zo de samenhang in de leerstof te garanderen.

Een veelgebruikte manier om dit te bereiken is een *concentrische opbouw* van het curriculum, dat wil zeggen dat hetzelfde concept steeds weer terugkomt in de loop van meerdere schooljaren zodat leerlingen die centrale concepten gaan herkennen. Dit werd ook door een aantal van onze respondenten genoemd, bijvoorbeeld:

Er bestaat een oude vuistregel in het onderwijs dat leerlingen nooit echt begrijpen wat je ze uitlegt, totdat ze een klas hoger zitten en ze het in een nieuwe context opnieuw tegenkomen.

Eén manier om de leerlijn concentrisch op te bouwen is rondom de *twee basisvragen die door middel van statistiek beantwoord kunnen worden*: is er een verband of is er een verschil? Een andere manier is om leerlingen de onderzoekscyclus verschillende keren te laten doorlopen maar elke keer andere typen data en technieken te gebruiken. De cyclus is dan de kapstok die samenhang in de opgedane kennis bevordert. In andere benaderingen, zoals projectgestuurd onderwijs of probleemgestuurd onderwijs, geeft een duidelijk doel samenhang aan alles wat de leerlingen leren; ze weten waarvoor ze iets moeten leren. Samenhangende kennis ontstaat dan doordat statistische concepten op natuurlijke wijze telkens weer aan de orde komen:

Op deze manier komen alle statistische concepten die we ze willen leren heel natuurlijk aan de orde in hun onderzoek. En door ze dit soort onderzoeken in de loop der jaren telkens weer te laten doen, ontwikkelen leerlingen een gevoel voor wat het gemiddelde is, waar het voor gebruikt wordt, wanneer het nuttig is om het te gebruiken, enzovoort.

De Nederlandse experts noemden vaak dat het belangrijk is om de *relatie tussen kansrekening en statistiek* meer expliciet te maken. Zoals we in de inleiding schreven, waren dat in het oude curriculum twee gescheiden werelden.

De rol van docenten

We hebben dus een aantal ideeën gevonden om een samenhangende statistiekleerlijn te ontwerpen en om samenhangend instructiemateriaal te ontwikkelen. Helaas is een samenhangend beoogd curriculum geen garantie voor samenhang op de andere curriculumniveaus. De uitvoering ervan in het klaslokaal vereist ideeën voor lesactiviteiten en leraargedrag dat de leer-

lingen ondersteunt bij het ontwikkelen van samenhangende statistiekennis. Veel suggesties voor samenhangbevorderende lesactiviteiten die gedaan werden door onze respondenten zijn direct te relateren aan de organisatie van het beoogd curriculum. Als het beoogd curriculum onderzoeksgericht is, is het logisch om leerlingen zelf statistische onderzoekjes te laten uitvoeren. De experts gaven aan dat ze onderzoek door leerlingen ook associeerden met meer betrokkenheid en motivatie, en ze brachten het belang van werken met eigen data naar voren:

Er zit iets in om je eigen data te moeten verzamelen en ordenen. Dat is een heel krachtige ervaring om leerlingen te leren dat ze kritisch moeten zijn als ze data van anderen onder ogen krijgen. Of om, wanneer ze een representatie of een grafiek zien, er iets uit af te kunnen lezen. Terwijl we meestal beginnen met een kant-en-klaar dataset en ze dus niet leren om na te denken over hoe die data tot stand gekomen zijn.

De onderliggende opvatting lijkt te zijn dat projecten of onderzoekjes leerlingen sterk kunnen *motiveren*, en hen kunnen ondersteunen in hun ontwikkeling om *actieve leerlingen* te worden, waardoor ze statistische technieken en concepten op zo'n manier aan elkaar verbinden dat ze in staat zijn om ze op een correcte manier toe te passen in verschillende contexten. In andere woorden: voor het ontwikkelen van samenhangende kennis is een actieve houding nodig. Volgens veel van onze respondenten zijn *discussie* en *reflectie* belangrijk. Discussie en reflectie worden ook genoemd als een manier om metacognitieve vaardigheden te ontwikkelen; dit zijn inderdaad bekende methoden om *actief leren* te stimuleren (Bransford et al., 2000). Verder adviseerden de experts leerlingen te leren om *argumenten* te geven voor de dingen die ze zeggen en doen, om leerlingen een *onderzoekende en kritische houding* aan te leren, waarbij ze leren om zich altijd af te vragen hoe ruwe data verkregen zijn:

De leerlingen moeten aangemoedigd worden om vragen te stellen en nieuwsgierig en volhardend te zijn, om niet te snel op te geven als ze niet snel een oplossing vinden voor een onverwachte uitkomst of gebeurtenis, en dat gebeurt vaak als je ruwe data gebruikt. Data kunnen de leerlingen dat dus ook bijbrengen.

Ook deze mogelijkheid om leerlingen samenhangende kennis te laten ontwikkelen, door leerlingen te laten worstelen met problemen waarvoor ze geen kant-en-klare oplossingsstrategie hebben geleerd, is terug te vinden in de literatuur (Hiebert & Grouws, 2007); leerlingen moeten dan zelf nadenken over de verbanden tussen bepaalde concepten en toepassingen. Het blijkt echter dat docenten moeite hebben om dit soort denkactiviteiten zo vorm te geven dat leerlingen inderdaad de kans krijgen om op een productieve manier te worstelen (Stein et al., 2007). Er is ook onderzocht welke processen hierbij een rol spelen. Daarin zijn fac-

toren gevonden die het denken bij leerlingen kunnen bevorderen of belemmeren, zoals het soort feedback of uitleg dat de docent geeft tijdens het werk, het soort vragen dat de docent stelt, de eisen die de docent aan de uitwerking stelt, de hoeveelheid tijd die de leerlingen krijgen en of het probleem geschikt is voor de leerlingen. Het probleem moet uiteraard ook niet te moeilijk zijn.

Wat kan de docent verder doen? Aanwijzingen die we hoorden waren: samenvattingen en spiekbriefjes laten maken zodat leerlingen zelf overzicht creëren. Overigens moet ook de leerling aan het werk: één expert merkte op dat het curriculum ook weer niet ‘té samenhangend’ moet zijn omdat er wel ruimte voor worsteling door de leerling moet zijn.

Een groot deel van onze respondenten noemde ook de terugkerende rol van *computersoftware* in een statistiekleerlijn. Natuurlijk is een computer een belangrijk hulpmiddel bij het werken met datasets, maar enkele experts maakten ook een opmerking over de rol van computersoftware bij het ontwikkelen van conceptueel begrip, bijvoorbeeld met behulp van softwareprogramma’s waarmee leerlingen data kunnen *visualiseren*:

Er bestaan een aantal leuke educatieve softwareprogramma’s waarmee je data kunt visualiseren, zodat je een verdeling kunt zien, zonder het formele begrip te kennen. Je kunt een aantal specifieke uitkomsten kiezen en kijken waar die zich in de verdeling bevinden, en hiermee bouwen leerlingen aan hun inferentiële denken. ...En wanneer de tijd gekomen is om de begrippen te formaliseren, hebben leerlingen deze ervaring al om op te bouwen, en weten ze al wanneer ze het begrip kunnen gebruiken. Terwijl, als je begint met het formele begrip, dan hebben ze een minder begrip, omdat ze niet weten waarvoor ze het echt nodig hebben. Ze zullen gewoon doen wat er gezegd wordt.

Dit voorbeeld heeft ook een sterke associatie met de begrippen *actief leren* en *motivatie*, net als het advies van een van onze respondenten om *voort te bouwen op de al bestaande (mogelijk naïeve) kennis* van statistiek:

Zo’n benadering zou in kunnen houden dat leerlingen voort moeten bouwen op hun bestaande kennisbasis en dus moet de leerlijn minstens net zo veel aandacht geven aan wat leerlingen al weten als aan wat ze moeten leren.

Conclusie

In ons onderzoek stelden we de vraag wat samenhangende statistiekkennis is en hoe die kan worden bevorderd. In tabel 1 zijn onze resultaten samengevat. De tabel is uitdrukkelijk niet bedoeld als een normatief raamwerk, maar als een inspiratiebron. Merk op dat er maar weinig begrippen in voorkomen die specifiek statistisch zijn. Dit suggereert dat vergelijkbare ideeën voor het bevorderen van samenhang bij wiskunde en de natuurwetenschappen zouden kunnen gelden.

De resultaten zoals samengevat in tabel 1 laten zien dat de notie van samenhangende kennis verbonden is met verschillende centrale ideeën uit de onderwijswetenschappen, zoals conceptueel begrip, meta-cognitie, probleemgestuurd leren, motivatie en actief leren. De inzichten kunnen vertaald worden naar evaluatiecriteria door ze explicieter en specifiek te maken. Het algemene advies dat een samenhangend statistiekcurriculum het doel van wat geleerd wordt moet benadrukken, kan bijvoorbeeld worden vertaald in een specifieke regel als: in het lesmateriaal of de les waarin leerlingen het gemiddelde leren berekenen, wordt ook expliciet aandacht besteed aan wat het doel is van het berekenen van het gemiddelde en wat de relatie is met andere centrummaten.

Tabel 1: Samenvatting van de resultaten.

Wat is samenhangende statistiekkennis?	<ul style="list-style-type: none"> • Omvat conceptueel begrip, weten wanneer je welke techniek gebruikt, transfer, meta-cognitie, overzicht over de kernconcepten, statistisch redeneren
Hoe kan samenhang in de statistiekkennis van leerlingen bevorderd worden?	<p><i>Beoogd curriculum</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Opbouw rondom centrale thema’s (kernconcepten, terugkerende onderwerpen, twee basistypen statistische vragen) • Het doel benadrukken (onderzoeksgericht, probleemgestuurd of probleemgeoriënteerd curriculum) • Relatie tussen kansrekening en statistiek expliciet maken <p><i>Uitgevoerd curriculum</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Motiverende lesactiviteiten (statistische onderzoekjes, gebruik eigen data, voortbouwen op bestaande, naïeve kennis van leerlingen) • Activerende docent (discussie, reflectie, andere klassencultuur) • Gebruik van computersoftware om data te visualiseren <p><i>Bereikt curriculum</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Motivatie • Actief leren

Discussie

Wat betekenen deze resultaten nu voor u als docent? Voor een deel kunt u ze gebruiken als inspiratiebron als u streeft naar meer samenhangende kennis bij uw leerlingen (en welke wiskundedocent wil dit diep in zijn hart niet?). Een van de twee onderzoekers is zelf

ook docent en heeft gemerkt dat ze door dagelijks over dit thema na te denken als vanzelf meer samenhang creëert voor leerlingen. Ze is zich bewuster geworden dat ze het doel van het geleerde moet benadrukken en aandacht moet besteden aan wanneer leerlingen welke technieken kunnen gebruiken. En misschien trekt dit artikel u over de streep om toch weer eens wat vaker leerlingen zelf een onderzoek te laten uitvoeren, ze weer eens wat meer te laten redeneren over een ingewikkelder probleem en meer ruimte te geven voor reflectie en klassendiscussies.

Ons onderzoek laat zien hoe complex het bevorderen van samenhangende kennis is. Inmiddels zijn de nieuwe leerlijnen uitgewerkt in voorbeeldlesmateriaal (dit materiaal is te vinden op de website van cTWO: www.ctwo.nl) en op een aantal pilotscholen is hiermee al gewerkt. De ervaringen zijn gematigd positief. Docenten onderkennen dat het materiaal mogelijkheden biedt om leerlingen een meer samenhangende kennisbasis van de statistiek bij te brengen, maar vinden het moeilijk om dit bij hun leerlingen over te brengen. Het overbrengen van de samenhang tussen kansrekening en statistiek is in de ogen van de pilotdocenten nog niet gelukt, hoewel hiertoe wel pogingen zijn ondernomen in het voorbeeldlesmateriaal. Zo wordt het kansbegrip meer dan voorheen opgebouwd met behulp van echte data en simulatie, en wordt de rol van kansrekening belicht bij het bepalen van de betrouwbaarheid van uitspraken op basis van statistische data. De betrokken docenten vragen om meer ondersteuning bij de implementatie: een duidelijker rode draad in het lesmateriaal en concrete suggesties voor lesactiviteiten die kunnen bijdragen aan het ontwikkelen van samenhangende statistiekkennis. Ons onderzoek is daartoe een eerste aanzet. Ook willen ze graag meer ondersteuning bij het ontwikkelen van toetsen (Verschut & Bakker, 2011).

Tijdens het werken aan dit onderzoek vielen ons regelmatig de parallellen op met de discussie rondom denkactiviteiten (zie ook de bijdrage daarover elders in dit nummer). Wiskundige denkactiviteiten worden door cTWO gezien als een van de belangrijkste speerpunten in de vernieuwde programma's, en worden op de volgende manier genoemd in het visiedocument van cTWO (2007, p. 21):

Het onderwijs in de wiskunde laat zich net zoals de wiskunde zelf organiseren rondom concepten en denkactiviteiten. De kernconcepten lopen als een rode draad door de wiskunde, terwijl denkactiviteiten helpen om deze concepten met elkaar en met de contexten verbinden. Het is van belang om deze concepten en activiteiten vorm te geven in lange, coherente leerlijnen door het programma heen.

Uit deze formulering blijkt al dat denkactiviteiten gezien worden als een belangrijke manier om samenhan-

gende kennis te bevorderen, en de suggesties die tot nu toe gedaan zijn voor denkactiviteiten gaan allemaal in de richting van wat opener problemen, waar leerlingen niet direct een oplossing voor zien en waarmee ze dus moeten worstelen. De implementatie van denkactiviteiten in de nieuwe programma's zorgt echter ook voor de nodige problemen: ook daarbij vragen de docenten van de pilotscholen om meer ondersteuning in de vorm van suggesties voor lesactiviteiten en toetsing. Misschien dat ons onderzoek ook daaraan een bijdrage kan leveren, want bevorderen van samenhang en denkactiviteiten lijken heel dicht bij elkaar te liggen.

Tot slot hebben wij hierboven zelf ook gesignaleerd dat uit onderzoek blijkt dat docenten het moeilijk vinden om de leerlingen daadwerkelijk en productief te laten worstelen bij de aanpak van dit soort lesactiviteiten. Het is dus belangrijk om docenten hierbij ondersteuning te bieden, want u als docent maakt uiteindelijk het verschil!

Dankwoord

Het onderzoek is gefinancierd door het Platform Bèta Techniek binnen het DUDOC-programma. Wij danken ook Adri Dierdorp, Paul Drijvers en Marco Maze-reeuw voor hun commentaar op dit artikel.

Arthur Bakker,
Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht
Anneke Verschut,
Ettly Hillesum Lyceum, Deventer

Literatuur

- Ausubel, D.P. (1963). *The psychology of meaningful verbal learning*. New York: Grune & Stratton.
- Bransford, J.D., Brown, A.L., & Cocking, R.R. (Eds.) (2000). *How people learn: Brain, mind, experience, and school*. Washington D.C.: National Academy Press.
- cTWO (2007). *Rijk aan betekenis. Visie op vernieuwd wiskundeonderwijs*. Utrecht: Commissie Toekomst Wiskunde Onderwijs.
- Dormolen, J. van (1974). *Didactiek van de wiskunde*. Utrecht: Bohn, Scheltema & Holkema.
- Hiebert, J., & Grouws, D.A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. In F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 371-404). Greenwich, CT: Information Age Publishing, Inc. and NCTM.
- Moore, D. (1997). New pedagogy and new content: The case of statistics. *International Statistical Review*, 65, 123-165.
- SKACA, werkgroep Statistiek en Kansrekening vwo A en C en havo A (2007). *Aanbevelingen voor de inhoud van de statistiek en kansrekening binnen wiskunde A*

en C vwo en wiskunde A havo. Gedownload van www.ctwo.nl in februari 2008.

Stein, M. K., Remillard, J., & Smith, M. S. (2007). How curriculum influences student learning. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 319-369). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Streun, A. van, & van de Giessen, C. (2007a). Een vernieuwd statistiekprogramma deel 1: statistiek leren

met 'data-analyse'. *Euclides*, 82, 176-179.

Streun, A. van, & van de Giessen, C. (2007b). Een vernieuwd statistiekprogramma deel 2: data-analyse, een mogelijke opzet. *Euclides*, 82, 217-221.

Verschut, A., & Bakker, A. (2011). Implementing a more coherent statistics curriculum. In: *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME7)*, Rzeszów, Polen, 9-13 February 2011.

ADVERTENTIE



GECIJFERD! VERNIEUWD

UITDAGEND TOT DE EINDSTREEP!

 **Succesvoller rekenen voor 2F en 3F!**
Vraag een gratis demo van de nieuwe versie aan op www.gecijferd.nl