Wanneer je digitaal lesmateriaal maakt en je wilt van de leerlingen meer zien dan alleen de antwoorden, dan biedt de Digitale Wiskunde Omgeving (DWO) veel interessante opties. Aan de hand van een aantal voorbeelden laat **Mieke Abels** zien wat er mogelijk is.

Digitaal of schriftelijk?

Laat zien hoe je aan je antwoord bent gekomen

Een terugblik

Op de school waar ik vroeger werkte, was de afspraak binnen de sectie wiskunde dat de leerlingen niet alleen de antwoorden moesten opschrijven, maar ook berekeningen, uitleg, redeneringen en tekeningen. Dit betekende dat de leerlingen vanaf klas 1 opgevoed moesten worden: de meesten waren gewend dat op de basisschool alleen het antwoord werd opgeschreven en het kladblaadje werd weggegooid. Sommige leerlingen probeerden er nog onderuit te komen met: “Het is zoveel werk. Als het antwoord goed is, dan is het toch goed?” Maar de puntentelling op toetsen ondersteunde de ‘opvoeding’: het goede antwoord was één punt waard en de rest twee tot vier punten.

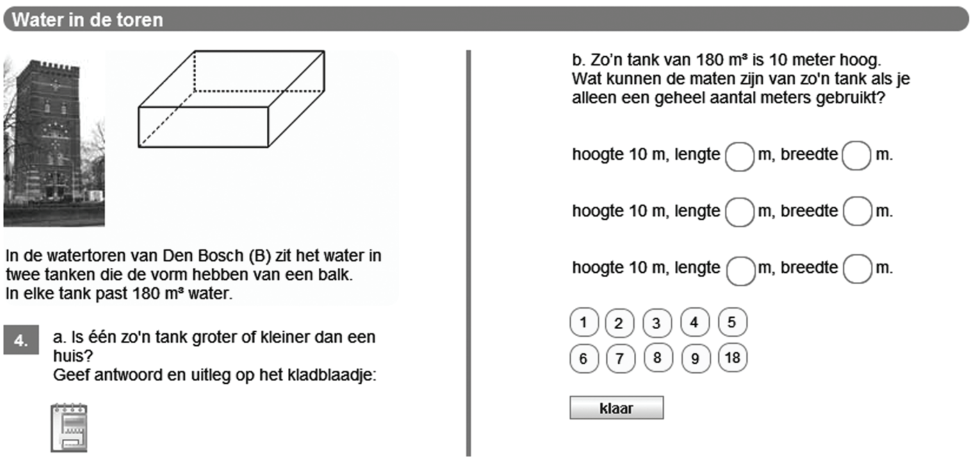
Ik heb het altijd belangrijk gevonden om te kunnen zien hoe de leerlingen aan hun antwoord kwamen. Ik kon dan zien wat hun aanpak was, op welk niveau, maar ook waar welke fouten werden gemaakt. Deze informatie gebruikte ik voor klassengesprekken, en gaf mij feedback op de lessen en daardoor kon ik de juiste beslissingen nemen voor mijn lesplanning. Wanneer ik nu nog voor de klas zou staan, dan zou ik aan digitaal lesmateriaal dezelfde eisen stellen: de leerlingen moeten kunnen laten zien hoe ze aan hun antwoord zijn gekomen.

Van papier naar digitaal materiaal

Tijdens het RekenVOort-project, een samenwerking tussen NVvW en Freudenthal Instituut rond de ontwikkeling van rekenprogramma’s[1], zijn verschillende modules en een toets ontworpen. Van de module *Water* en van de toets heb ik een digitale versie gemaakt in de DWO[2,3]. Mijn opdracht was om bij het ontwerp van de toets zo dicht mogelijk bij de papieren versie te blijven, omdat het anders lastig was de resultaten van de papieren en digitale versie te vergelijken.

Op pagina 28 staat een opgave uit de toets waarbij de leerlingen met de meest uiteenlopende berekeningen kwamen. Het is een verhoudingsprobleem. Meestal wordt bij dit soort problemen een verhoudingstabel gegeven, maar wij hadden besloten om dat zowel voor de papieren toets als voor de digitale versie niet te doen: het stuurt te veel de aanpak van de leerling. Een leerling moet zelf op het idee komen dat het om een verhoudingsprobleem gaat en dat dus een verhoudingstabel gebruikt kan worden.

Doordat in de DWO niet alleen de antwoorden, maar ook de berekeningen in het vak erboven bewaard werden, was het mogelijk het leerlingenwerk te analyseren.



6. Strippenkaart

Overige OV Prijzen

Traject	Strippen	Prijs
Busstation NS, Goes→Transferium, Renesse	9 strippen	€ 4,38

Prijs is gebaseerd op een standaard 15 strippenkaart

Gebruik de prijs voor 9 strippen om de prijs voor 15 strippen te berekenen.

Berekening:

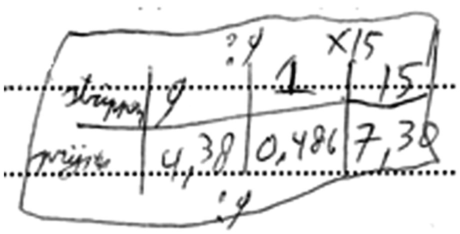
Antwoord:

€

Leerling 1 9 strippen = € 4,38 1 strip = € 0,49 15 strippen = € 7.35	**Leerling 2** 9 : 3 = 3 × 5 = 15 4,38 : 3 = 1,46 × 5 = 7.3
Leerling 3 9 * 10 = 90 4,38 * 10 = 43,80 90 : 6 = 15 43,80 : 6 = 7,30	**Leerling 4** 4,38 : 9 strippen = 0,48 0,48 × 6 = 2,88 2,88 + 4.38 = 7.26
Leerling 5 4.38 : 9 = 0.486666667 15 × 2.486666667 = 7.30	**Leerling 6** € 4,38 : 9 × 15 = € 7,30 voor een 15 strippenkaart
Leerling 7 4.38 / 3 =1.46 1.46 * 6 strippen = 8.76 dus een 15 strippenkaart kost 8.76	

Leerling 1 berekent de prijs per strip om daarna de prijs van vijftien strippen te kunnen berekenen.

Leerling 2 doet eigenlijk hetzelfde, maar schrijft het net iets anders op. Misschien had deze leerling op papier een verhoudingstabel gebruikt, net zoals deze leerling die de papieren versie had gemaakt:



Leerling 3 kent de tafels goed en maakt daar uitstekend gebruik van. Deze berekening zou ook met een verhoudingstabel gemaakt kunnen worden: de prijs per drie strippen berekenen en daarna voor vijftien strippen. Maar bij het verhoudingsgewijs rekenen kunnen ook pijlenkettingen gebruikt worden:

$$9 \xrightarrow{:3} 3 \xrightarrow{\times 5} 15$$

$$4{,}38 \xrightarrow{:3} 1{,}46 \xrightarrow{\times 5} 7{,}3$$

Leerling 4 maakt net als leerling 2 gebruik van tafelproducten, of mag je de conclusie trekken dat deze twee leerlingen gecijferd zijn? Of dat zij gebruik maken van hun begrip voor getallen? In ieder geval konden ze laten zien dat zij handig rekenden.

De aanpak van leerling 5 zou goed zijn geweest als die 6 een 5 was. Een fout met tafels?

Leerling 6 snapt misschien dat je maar beter niet te veel moet afronden, omdat je anders een verkeerd antwoord krijgt. Daarover zou de docent met deze leerling nog even moeten praten. Dat zou goed kunnen tijdens een klassengesprek over afronden waarbij de antwoorden van leerling 2 en 5 ook betrokken kunnen worden.

Een vooruitblik

Terwijl vroeger een leerling op het bord liet zien hoe hij/zij het probleem heeft opgelost, kan dat nu met de DWO heel anders gaan. De les van de toekomst?

De leerlingen hebben op hun iPad opdrachten gemaakt in de DWO.
In een klassenbespreking over het gemaakte werk laat de docente op het Smartboard hun werk zien. Eerst kiest zij het werk van Zoey. [figuur 1 op de volgende bladzijde] De berekening staat in de pop-up.

"Ciska, waarom is haar antwoord nog niet het eindantwoord?"

De docente gaat naar het werk van een leerling die wel het goede antwoord heeft.

"Peter, jij hebt dit [figuur 2 op de volgende bladzijde] als berekening. Kun je uitleggen hoe je aan die tweede stap komt?"

Peter loopt naar het Smartboard en geeft uitleg terwijl hij de ontbrekende berekening erbij schrijft.

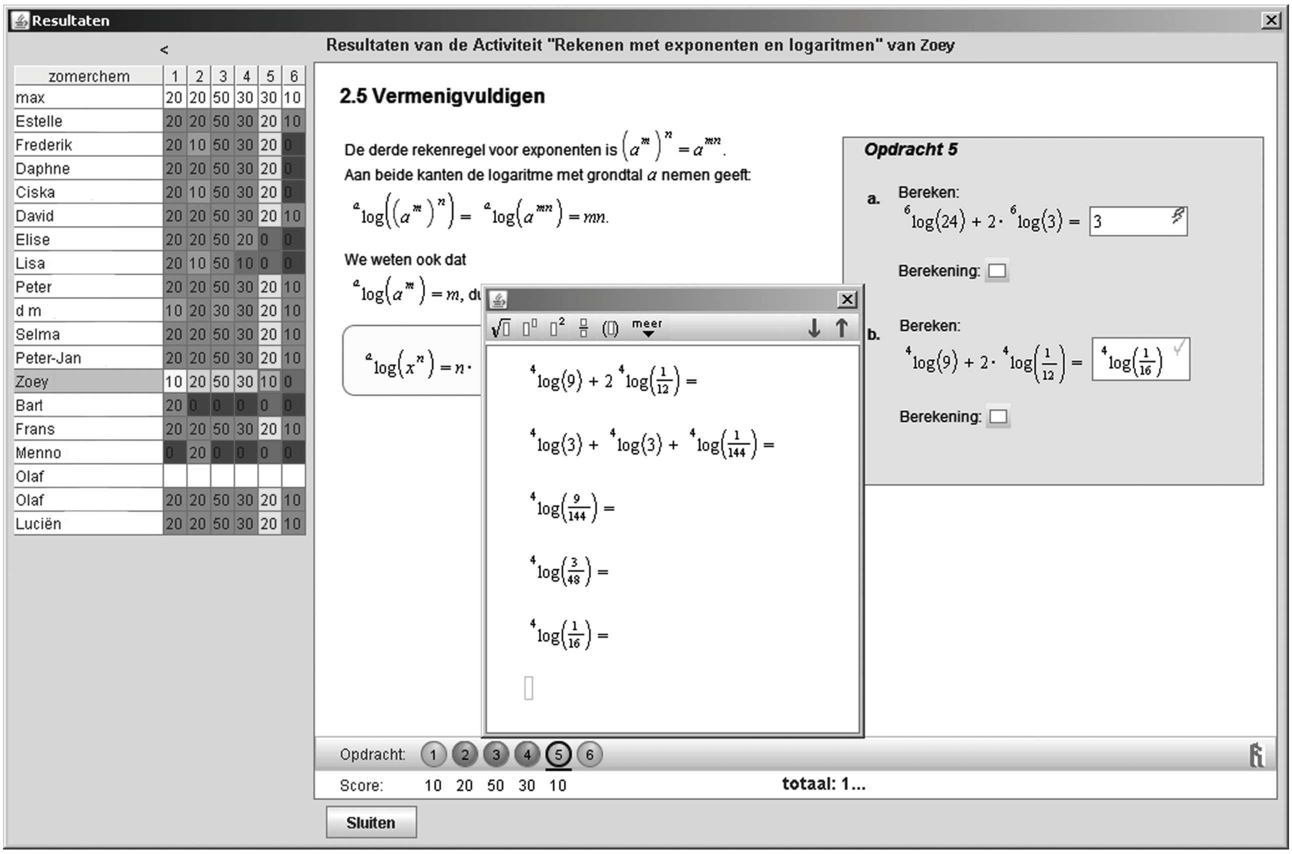
Een les in de toekomst? De toekomst komt al heel dichtbij. Zo'n les kan nu al plaatsvinden, afgezien van het werken met DWO op een iPad, maar er wordt hard gewerkt om de DWO daarvoor geschikt te maken.

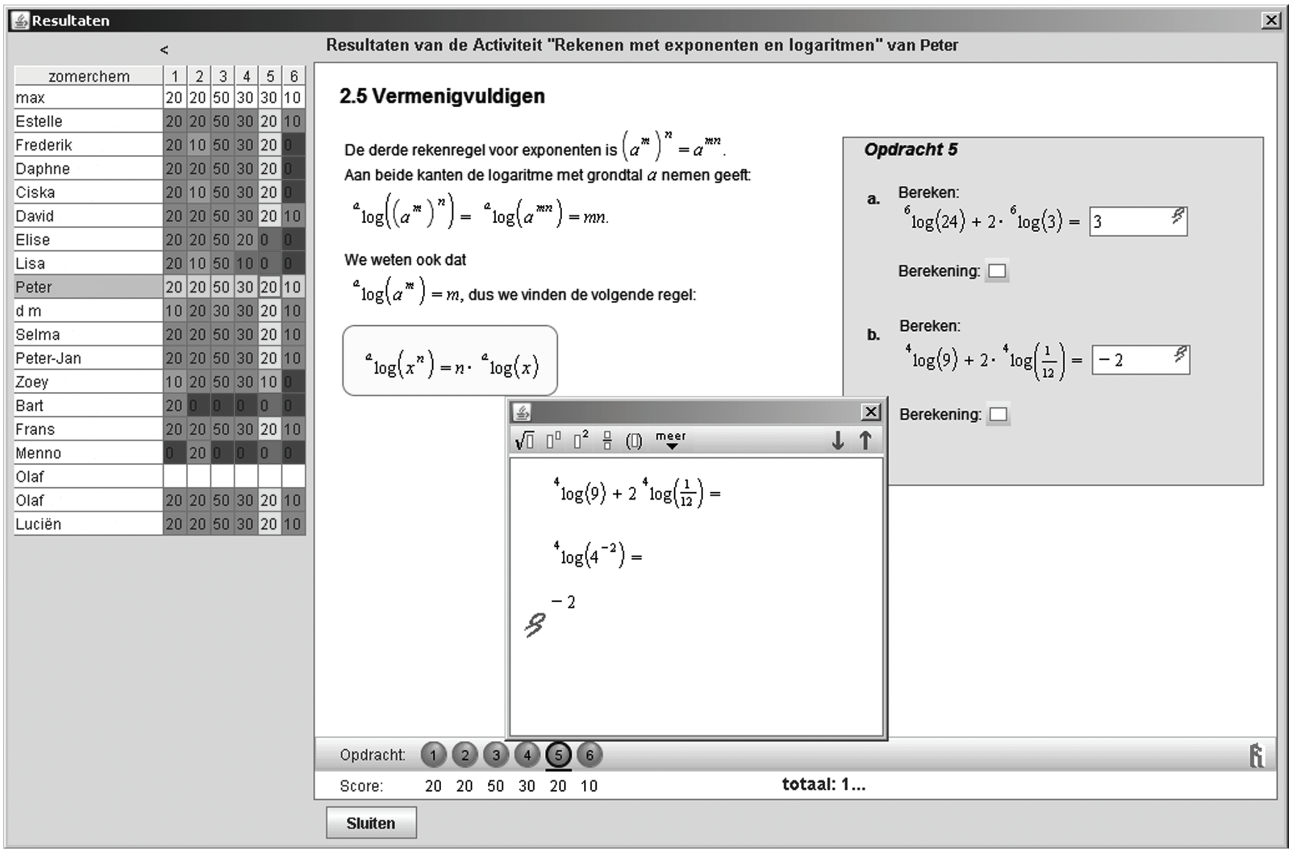
De ontwikkelingen van allerlei digitaal lesmateriaal gaan snel. Het valt niet mee om alles bij te houden, maar het is wel belangrijk om op de hoogte te blijven, want alleen dan kunt u bewust keuzes maken: het is de moeite waard!

Mieke Abels
Freudenthal Instituut

Noten

[1] Informatie over het RekenVOort-project: zie www.nvvw.nl.
[2] Informatie over DWO: www.wisweb.nl.
[3] Een kijkje nemen in de DWO: www.fi.uu.nl/dwo (login als gast).


Resultaten
Resultaten van de Activiteit "Rekenen met exponenten en logaritmen" van Zoey
zomerchem 1 2 3 4 5 6
max 20 20 50 30 30 10
Estelle 20 20 50 30 20 10
Frederik 20 10 50 30 20 0
Daphne 20 20 50 30 20 0
Ciska 20 10 50 30 20 0
David 20 20 50 30 20 10
Elise 20 20 50 20 0 0
Lisa 20 10 50 10 0 0
Peter 20 20 50 30 20 10
d m 10 20 30 30 20 10
Selma 20 20 50 30 20 10
Peter-Jan 20 20 50 30 20 10
Zoey 10 20 50 30 10 0
Bart 20 0 0 0 0 0
Frans 20 20 50 30 20 10
Menno 0 20 0 0 0 0
Olaf
Olaf 20 20 50 30 20 10
Luciën 20 20 50 30 20 10
2.5 Vermenigvuldigen
De derde rekenregel voor exponenten is $(a^m)^n = a^{mn}$.
Aan beide kanten de logaritme met grondtal a nemen geeft:
$^a\log((a^m)^n) = {}^a\log(a^{mn}) = mn.$
We weten ook dat
$^a\log(a^m) = m$, du
$^a\log(x^n) = n \cdot$
$^4\log(9) + 2\,{}^4\log(\frac{1}{12}) =$
$^4\log(3) + {}^4\log(3) + {}^4\log(\frac{1}{144}) =$
$^4\log(\frac{9}{144}) =$
$^4\log(\frac{3}{48}) =$
$^4\log(\frac{1}{16}) =$
Opdracht 5
a. Bereken:
$^6\log(24) + 2 \cdot {}^6\log(3) =$ 3
Berekening:
b. Bereken:
$^4\log(9) + 2 \cdot {}^4\log(\frac{1}{12}) =$ $^4\log(\frac{1}{16})$
Berekening:
Opdracht: 1 2 3 4 5 6
Score: 10 20 50 30 10
totaal: 1...
Sluiten


Resultaten
Resultaten van de Activiteit "Rekenen met exponenten en logaritmen" van Peter
zomerchem 1 2 3 4 5 6
max 20 20 50 30 30 10
Estelle 20 20 50 30 20 10
Frederik 20 10 50 30 20 0
Daphne 20 20 50 30 20 0
Ciska 20 10 50 30 20 0
David 20 20 50 30 20 10
Elise 20 20 50 20 0 0
Lisa 20 10 50 10 0 0
Peter 20 20 50 30 20 10
d m 10 20 30 30 20 10
Selma 20 20 50 30 20 10
Peter-Jan 20 20 50 30 20 10
Zoey 10 20 50 30 10 0
Bart 20 0 0 0 0 0
Frans 20 20 50 30 20 10
Menno 0 20 0 0 0 0
Olaf
Olaf 20 20 50 30 20 10
Luciën 20 20 50 30 20 10
2.5 Vermenigvuldigen
De derde rekenregel voor exponenten is $(a^m)^n = a^{mn}$.
Aan beide kanten de logaritme met grondtal a nemen geeft:
$^a\log((a^m)^n) = {}^a\log(a^{mn}) = mn.$
We weten ook dat
$^a\log(a^m) = m$, dus we vinden de volgende regel:
$^a\log(x^n) = n \cdot {}^a\log(x)$
$^4\log(9) + 2\,{}^4\log(\frac{1}{12}) =$
$^4\log(4^{-2}) =$
-2
Opdracht 5
a. Bereken:
$^6\log(24) + 2 \cdot {}^6\log(3) =$ 3
Berekening:
b. Bereken:
$^4\log(9) + 2 \cdot {}^4\log(\frac{1}{12}) =$ -2
Berekening:
Opdracht: 1 2 3 4 5 6
Score: 20 20 50 30 20 10
totaal: 1...
Sluiten