

In navolging van de succesvolle Wiskunde A-lympiade en Wiskunde B-dag organiseerde het Freudenthal Instituut in 2012 voor het eerst de WiskundeOnderbouwDag: een teamwedstrijd voor klas 3 H/V, waarin een groot en herkenbaar probleem centraal staat. Aan deze pilotuitvoering, waarin het probleem was om beveiligingscamera's in een museum op te stellen, deden ongeveer 100 teams mee. **Dédé de Haan, Michiel Doorman, Vincent Jonker en Monica Wijers** doen verslag van het ontwerp, het verloop en de resultaten van deze activiteit.

## De OnderbouwWiskundeDag

### Aanleiding

Binnen het wiskundeonderwijs in Nederland bestaat al langere tijd de traditie om grotere opdrachten aan te bieden als essentiële aanvulling op het wiskunde-curriculum uit het boek. Voorbeelden hiervan zijn de GWA's (geïntegreerde wiskundige activiteiten), de Wiskunde A-lympiade en de Wiskunde B-dag. Ook het basisonderwijs kent een variant hiervan: de Grote Rekendag. Bij dergelijke grotere opdrachten is de focus:

- Toepassen van daarvoor geschikte opgedane wiskundekennis en -vaardigheden in complexe authentieke situaties;
- Inzetten van vaardigheden op het gebied van modelleren en probleemoplossen;
- Samenwerken in groepjes van drie à vier leerlingen;
- Helder verslag doen van het oplossingsproces en de eindresultaten en daarbij de gebruikte wiskunde expliciteren.

Omdat met deze rijke opdrachten positieve ervaringen zijn opgedaan in zowel het basisonderwijs (Jonker & Van Galen, 2003) als de bovenbouw van het voortgezet onderwijs (De Haan & Wijers, 1999; Goris, 2005; Goddijn, 2003) heeft het Freudenthal Instituut in 2012 een pilot gehouden met een vergelijkbare activiteit voor de onderbouw van het voortgezet onderwijs: de OnderbouwWiskundeDag (OWD). Deze pilot is onderdeel van de activiteiten die in opdracht van OCW in het kader van de veldondersteuning voortgezet onderwijs worden uitgevoerd. Een van de aanleidingen voor deze pilot was de aansluiting op het werk van cTWO:

Het doel [...] is om de vernieuwingen in de onderbouw, die voortvloeien uit de programmatische veranderingen in de Tweede Fase HAVO/VWO volgens de programma's van de vernieuwingscommissie cTWO, gestalte te geven. Met name wordt aandacht besteed aan de denkactiviteiten en de ontwikkeling van een wiskundige attitude, zoals bedoeld in het visiedocument van cTWO ([www.ctwo.nl](http://www.ctwo.nl)).

Het doel van deze pilot was om op basis van de opgedane ervaringen in klas 3 HAVO/VWO te bekijken of dit een zinvolle en haalbare activiteit is in aanvulling op de wiskundelessen in de onderbouw.

### Aanvankelijke keuzes

In mei 2011 is een groep van ontwikkelaars gestart met de opzet van de pilot in lijn met de bovengenoemde doelstellingen. Daarbij zijn beslissingen genomen over de aard en vorm van de opdracht, de wiskundige inhoud(en) en het wedstrijd karakter.

- Aard en vorm van de opdracht  
Gekozen is voor een grote opdracht in de stijl van de Wiskunde A-lympiade en de Wiskunde B-dag. In die stijl bestaat overigens nog wel verschil: de A-lympiadeopdracht betreft een authentiek probleem waarbij wiskunde wordt toegepast in de oplossing ervan, terwijl in de opdracht van de B-dag meestal een wiskundig probleem centraal staat. Verder bevat een opdracht voor de A-lympiade doorgaans een beperkt aantal instapopdrachten en zijn deze vooral bedoeld voor de verkenning van de context. De opdracht voor de B-dag kent vaker een groot aantal instap- en deelopdrachten die dienen om de wiskunde toegankelijk te maken. Voor de OWD zijn in principe beide types opdrachten mogelijk. Bij de eerste ruwe voorstellen zaten dan ook aanzetten voor elk van beide soorten. Verder is besloten dat voor de opdracht circa vijf uur (van 8:30 – 14:00) beschikbaar is. In de evaluatie zal worden gevraagd of dit een goede tijdsduur is. Ten slotte is vastgesteld dat het product een werkstuk is.
- Wiskundige inhoud  
Enerzijds moet de gebruikte wiskunde natuurlijk aansluiten bij de stof die aan bod is gekomen in klas 1, 2 en de eerste helft van klas 3, of daarop een kleine uitbreiding zijn. Anderzijds moet de opdracht voldoende ver afstaan van de reguliere vakinhoud, om het speciale karakter van deze

activiteit te benadrukken. Dit evenwicht zal steeds een punt van aandacht zijn. Een vereiste is verder natuurlijk dat de opdracht door een team kan worden gemaakt.

– **Wedstrijdelement**

Net als de A-lympiade en de B-dag zal ook de OWD het karakter van een wedstrijd hebben. Dit stelt specifieke eisen aan de opdracht: elk team moet er mee aan de slag kunnen en een eindproduct kunnen afleveren. Tevens is het van belang dat de opdracht voldoende natuurlijke differentiatiemogelijkheden biedt, omdat er anders geen winnaar(s) kunnen zijn. Voor de pilot is gekozen voor een opzet zoals bij de wiskunde B-dag: er is één ronde op de scholen, waaraan zoveel teams meedoen als de school wil. Vervolgens stuurt elke school het beste werkstuk in en bepaalt een jury de winnaar(s).

**De opdracht: ‘Beveiligen is ook een kunst’**

Het ontwikkelteam heeft na een eerste brainstormronde een vijftal ideeën voor een opdracht onderzocht op mogelijkheden en haalbaarheid, waaronder twee ideeën gebaseerd op denkactiviteiten van cTWO, een oud voorrondeprobleem van de Wiskunde A-lympiade en twee ideeën uit andere bronnen. Over het hergebruik van eerdere opdrachten uit bijvoorbeeld A-lympiade en B-dag is discussie gevoerd. Uit evaluaties is bekend dat er bij de A-lympiade (voorronde, finale) opdrachten zitten die wellicht ook geschikt zijn voor de onderbouw (met enige aanpassingen). Besloten is dat in zo’n geval hergebruik tot de mogelijkheden behoort.

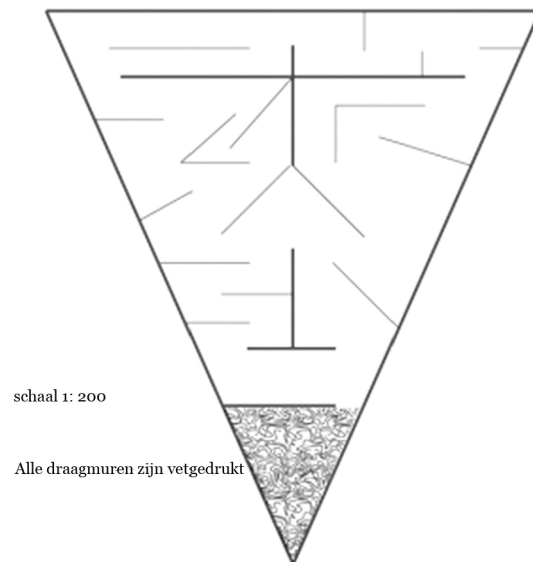
Voor de pilot is de keuze uiteindelijk gevallen op het bewerken van de al bestaande A-lympiade voorrondeopdracht ‘Beveiligen is ook een kunst’ (1996-1997)<sup>1</sup>. Uit de evaluaties bleek toentertijd dat de betrokken docenten de opdracht tevens geschikt achtten voor de onderbouw. De opdracht is na aanpassing voorgelegd aan een aantal docenten uit de werkgroep Denkactiviteiten van cTWO. Op basis van hun reacties is de definitieve versie ontwikkeld. In de opdracht ontwikkelen de teams voorstellen voor de beveiliging en de herinrichting van een museum.

Een museum voor moderne kunst organiseert binnenkort een grote expositie met het werk van een aantal grote kunstenaars. Het museum is bezig om de voorbereidingen te treffen voor de expositie en men stuit daarbij op een probleem met betrekking tot de beveiliging. Hiervoor moet een oplossing komen in de vorm van een beveiliging met bewakingscamera’s.

Doel is met zo min mogelijk camera’s een optimaal beveiligingsplan te maken, rekening houdend met het ‘zichtgebied’ van de camera’s, de voor exposi-

ties benodigde wandruimte en de kosten van zowel het weghalen van wanden als de aanschaf van camera’s. De eindopdracht luidt:

Een aantal architectenbureaus wordt gevraagd voorstellen voor het beveiligingsvraagstuk in te dienen. Jullie zijn een van die architectenbureaus, en willen de opdracht graag binnenhalen. Natuurlijk versterk je je concurrentiepositie niet als je alleen voldoet aan de minimumeisen! Maak een voorstel voor de directie van het museum, inclusief een werktekening met de door jullie geplaatste wanden en de camera-posities.



De gehele opdracht (inclusief tussenopdrachten) is te vinden op de website van de OWD<sup>2</sup>. Kenmerken van deze opdracht die aansluiten bij bovengenoemde uitgangspunten, zijn:

- De toe te passen wiskunde is niet te specifiek wiskunde A (of C) of B (of D);
- De opdracht biedt mogelijkheden voor proberen, analyseren, redeneren, rekenen en ontwerpen;
- De opdracht is voldoende ‘authentiek’ zonder te complex te zijn. De leerlingen kunnen in het laatste deel een rol aannemen. Tegelijkertijd is de wiskunde (meetkunde, kijklijnen, schaal) voldoende herkenbaar;
- De opbouw is zodanig dat alle teams kunnen beginnen, maar dat er tegelijkertijd differentiatiemogelijkheden zijn. Met name in de resultaten van de eindopdracht zijn er verschillen te verwachten in creativiteit, diepgang en het gebruik van wiskunde;
- De opdracht kent een enigszins gesloten instap, een middendeel dat vooral gericht is op onderzoeken en beredeneerd aanpassen van een bestaande situatie, met ten slotte een open ontwerp-opdracht, waarin ook reflectie op zijn plaats is.

## Uitvoering en ervaringen

De wedstrijd vond plaats op 8 februari 2012. Ongeveer 25 scholen hebben informatie aangevraagd en uiteindelijk hebben elf scholen met ongeveer honderd teams meegedaan door hun beste werkstuk in te zenden. De docenten hebben vooraf de opdracht en de bijbehorende handreiking per e-mail ontvangen. De aangekondigde netwerkbijeenkomst is vanwege onvoldoende belangstelling niet doorgegaan.

Op de dag zelf komen er geen vragen over de opdracht. Blijkbaar kunnen de leerlingen er direct mee aan de slag. Van Bart Habraken, docent aan het Heerbeek College in Best ontvingen we een verslagje met foto:

Eerste Onderbouw Wiskunde Dag is enthousiast ontvangen. Op woensdag 8 februari hebben alle havo-3 leerlingen deelgenomen aan de Onderbouw Wiskunde Dag. Voor het eerst in de geschiedenis werd deze dag georganiseerd. Gedurende deze dag waren de leerlingen bezig om als architecten een museum zo goed mogelijk te beveiligen. Daardoor werd de wiskunde die ze de afgelopen drie jaar hebben geleerd opeens heel toepasbaar. 28 enthousiaste groepen hebben aan het einde van de dag hun ontwerpen en bevindingen ingeleverd. Het beste werkstuk wordt opgestuurd naar een jury die zal bepalen of dit groepje de winnaar wordt van de Onderbouw Wiskunde Dag<sup>3</sup>.



## Beoordeling van de inzendingen

We ontvingen de werkstukken zowel via de gewone post (vijf) als digitaal (zes). Wat opvalt, is dat de werkstukken er goed verzorgd uitzien. De omvang verschilt: sommige werkstukken zijn kort en krachtig, andere zijn voorzien van uitgebreide berekeningen en tekeningen. Een aantal teams heeft zich ingeleefd in de rol van medewerkers van een architectenbureau en heeft het advies daadwerkelijk in een brief aan de museumdirectie verwerkt. Het werkstuk van sg Huizermaat (tweede plaats) is volledig in briefvorm uitgewerkt (zie figuur rechts). Dat is zeker een pluspunt bij de beoordeling.

BEL Architectuur  
Monnickskamp 7  
1273 JP Huizen  
Tel: 035-5287021  
e-mail: bel@architectuur.nl

Huizen, 8 februari 2012

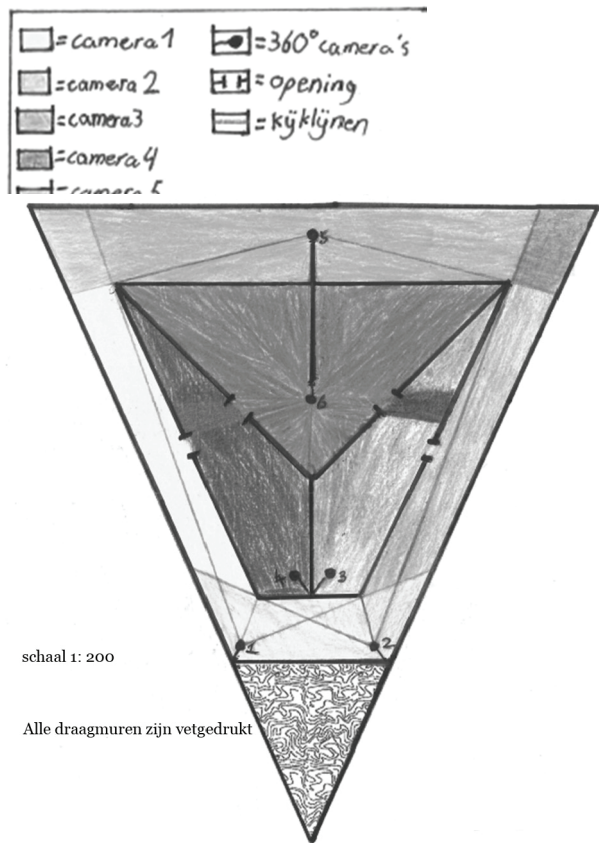
Museum de Nachtegaal  
Julianastraat 30  
2012 E5 Haarlem

Betreft: voorstel museuminrichting.

Geachte heer, mevrouw,

Naar aanleiding van uw verzoek een inrichting te ontwerpen voor exposities in het museum, sturen wij hierbij een voorstel. We hebben lang onderzoek gedaan naar de beste mogelijkheden, zodat de ruimte optimaal benut en beveiligd kan worden. Als het museum de huidige inrichting behoudt, zijn

Een ander aspect dat is meegewogen in de beoordeling is of er verschillende varianten ontworpen, geanalyseerd en doorgerekend zijn, en of de argumentatie en onderbouwing helder zijn. Bij de plattegronden is erop gelet of met behulp van kijklijnen zichtbare en eventueel onzichtbare gebieden duidelijk zijn gemarkeerd; daarnaast waren duidelijkheid en begrijpelijkheid, bijvoorbeeld de aanwezigheid van een legenda, een factor van betekenis.



Bij de beoordeling heeft elk van de juryleden criteria en gewichten bepaald en op basis daarvan een ordening in de inzendingen aangebracht. Vervolgens zijn deze rangordes samengevat in een totale ordening die gezamenlijk is besproken. Dit is de procedure die al jaren bij de A-lympiade en B-dag

wordt gehanteerd. Het is opvallend hoezeer de volgorde overeenkomen. Op basis van deze rangordes zijn de drie winnaars en de categorieën voor de overige werkstukken bepaald. Hieronder de volledige uitslag die ook op de website staat vermeld.

<i>plaats/vermelding</i>	<i>schoolnaam</i>
1e	Liemers College
2e	Huizermaat
3e	Augustinuscollege
Zeer goed	Goois Lyceum
	Gymnasium Apeldoorn
	Het 4e gymnasium
	Utrechts Stedelijk Gymnasium
	Willem Lodewijk Gymnasium
goed	Heerbeek College
	Lorentz Casimir Lyceum
	O.S.G. Willem Blaeu

De drie winnende teams kregen op hun school de prijs uitgereikt door een van de juryleden, waarbij ze naast een beker en een certificaat ook een beknopt juryrapport ontvingen.

#### *Juryrapport Liemers College (eerste plaats)*

Het werkstuk van het Liemers college valt op door het gelijke karakter en de zeer heldere uitleg. Het team beschrijft de aanpak op een duidelijke manier, waardoor de lezer inzicht krijgt in de overwegingen en afwegingen. Het werkstuk volgt de opdracht en bevat een goede inleiding en een heldere reflectie. Er is goed gebruik gemaakt van bijlagen: de plattegronden met de plaatsing van camera's en de (on)zichtbare gebieden zijn zeer duidelijk onder andere door het gebruik van een legenda. Het rekenwerk is correct uitgevoerd. In het eigen ontwerp zijn de camera's op dwarse stukjes muur geplaatst om optimaal zicht te realiseren. Al met al vindt de jury dat dit werkstuk de eerste plaats in de OnderbouwWiskundeDag verdient.

## Evaluatie

De docenten van de deelnemende scholen hebben meegewerkt aan de evaluatie van de pilot door een online vragenformulier in te vullen. Hieronder een samenvatting van de reacties.

<i>Vraag</i>	<i>Antwoord</i>
Wat is uw mening over de opdracht	Prima. Erg leuk. Uitdagend
Wat is goed?	- Goed dat er instapopdrachten bij zitten - Goed qua omvang - Open opdracht aan het eind - Er was genoeg te 'puzzelen'

Wat kan beter?	Richting eigen school/leerlingen: - Beter gebruik van visuele onderdelen in het verslag. Richting organisatie/ontwikkelaars: - Ligt het zwaartepunt in de eindopdracht? Niet helemaal helder. - Zou wiskundig gezien iets zwaarder mogen (nu vooral kijkmeetkunde en rekenen).
Wat vonden uw leerlingen van de opdracht?	- Leuk om in groepjes te werken - Sommige teams waren snel klaar. - Sommige leerlingen misten de 'echte wiskunde'. - Quote van een leerling: "Mevrouw, dit was best te doen, een hele dag met wiskunde bezig!" - Lastig om na het uitzoekwerk er een verslag van te maken (derdeklassers zijn nog niet zulke goede verslagschrijvers). - Van de 28 groepen zijn er 26 de hele dag enthousiast met wiskunde bezig geweest.
Bent u van plan volgend jaar weer mee te doen? (+ toelichting)	- Als mijn collega's het ook willen - Als er voor betaald moet worden, wordt het wellicht te duur (als je ook al mee doet met A-lympiade, B-dag). - Volgend jaar willen wij uitrollen naar 3VWO (sloeg namelijk zeer goed aan). - Nee, het neemt te veel tijd in het volle wiskundeprogramma

## OnderbouwWiskundeDag 2013

Over het algemeen is de pilot positief geëvalueerd, waaruit we de conclusie hebben getrokken dat we doorgaan met de OnderbouwWiskundeDag. In de voorbereiding op de tweede OWD, die wordt gehouden op woensdag 6 februari 2013, houden we rekening met de kritiekpunten uit 2012. Op de website en in de WiskundeEbrief zullen we na de zomer aangeven wanneer u zich kunt aanmelden en wat het verdere tijdspad is. Deelname is ook dit jaar gratis.

Vanwege de positieve ervaringen met de netwerk-bijeenkomsten bij de Wiskunde A-lympiade en de

B-dag, zullen we deze in 2013 opnieuw aanbieden aan de docenten die deelnemen aan de Onderbouw-WiskundeDag. We hopen dat we met de deelnemende scholen ook de OWD 2013 tot een succes kunnen maken!

*Dédé de Haan, Michiel Doorman,  
Vincent Jonker, Monica Wijers,  
Freudenthal Instituut*

## Noten

- [1] <http://www.fisme.science.uu.nl/olympiade>  
[2] <http://www.fisme.science.uu.nl/nl/onderbouw-wiskundedag/>  
[3] <http://www.heerbeeck.nl/default.aspx?tabi=136>


## Literatuur

- De Haan, D., & Wijers, M. (1999). *10 jaar Wiskunde Olympiade – de opstap naar de tweede fase*. Utrecht: Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht.
- Goddijn, A. (2003). 1 + 1 en hoe nu verder? Over de opgave van de Wiskunde B-dag 2002. *Nieuwe Wiskrant. Tijdschrift voor Nederlands Wiskundeonderwijs*, 22(4), 11-16.
- Goris, T. (2005). De Wiskunde A-lympiade van het Mill-Hillcollege. *Nieuwe Wiskrant. Tijdschrift voor Nederlands Wiskundeonderwijs*, 25(2), 31-32.
- Jonker, V., & Van Galen, F. (2003). Grote Reken-dag. Panama Praktijktip nummer 91. *Panama-Post. Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 22(1), 46-48.

## M E D E D E L I N G

### Weekend van de Wetenschap 6 en 7 oktober

#### André Kuipers en wiskundehelden in Museum Boerhaave

 Onder het motto 'Helden' organiseert Museum Boerhaave tijdens het *Weekend van de Wetenschap* op 6 en 7 oktober een bijzonder programma. Bezoekers krijgen op zondag de unieke kans om kennis te maken met astronaut André Kuipers. En op zaterdag zijn Jeroen Huijben en Jetze Zoethout, de twee Nederlandse gouden medaillewinnaars van de afgelopen Internationale Wiskunde Olympiade in Argentinië, van de partij.

#### Zaterdag 6 oktober: Goochelen met getallen

Zaterdag staat Museum Boerhaave in het teken van de wiskunde. Er is dan een vrolijk programma dat voor iedereen aangenaam begrijpelijk is, ook voor wie nog nooit van pi of de stelling van Pythagoras gehoord heeft. Wetenschapper en wiskundemeisje dr. Ionica Smeets vertelt om 11.00 uur over alledaagse verschijnselen en legt uit hoe de wiskunde helpt deze te verklaren. De Olympiade deelnemers blikken terug op de wedstrijd, die twee gouden medailles en drie bronzen plakken opleverde. Natuurlijk is er ruimte voor het stellen van vragen. Hoogtepunt is een wedstrijd met alle aanwezigen.

Dr. Steven Wepster (Universiteit Utrecht) sluit om 15.00 uur af met een lezing over Simon Stevin (1548-1620), toegepast wiskundige, natuurkundige en ingenieur (zeilwagen), wiens werk is terug te vinden in Museum Boerhaave. Bezoekers kunnen ook de nieuwe Wiskunderoute doen, een handen-uit-demouwen-rondgang door het museum met anekdotes en historische weetjes over wiskundige voorwerpen.

#### Zondag 7 oktober: Kindercollege en ontmoeting met André Kuipers

Prof. dr. Jos van der Broek (Universiteit Leiden) start zondag om 10.30 uur met een kindercollege over de spannende ontdekkingsreizen van zijn onverschrokken helden Charles Darwin (1809-1882) en Maria Sibylla Merian (1647-1717). Met veel bloed, zweet, tranen en een flesje rum.

Zondagmiddag om 15.00 uur geeft André Kuipers in Museum Boerhaave een lezing over zijn ervaringen tijdens de missie naar ruimtestation ISS. Kuipers vertelt aan de hand van prachtige beelden over de raketvlucht en het leven en werk aan boord. Met 193 dagen heeft hij de langste ruimtemissie op zijn naam staan van alle Europese ruimtevaarders. Natuurlijk gaat hij in op de wetenschappelijke experimenten die hij tijdens zijn ruimtereis heeft uitgevoerd. De bezoekers kunnen na afloop van Kuipers' verhaal de sterrenkundige collectie van Museum Boerhaave bewonderen, waaronder maansteentjes van de Apollo 11 en 17.

**Goochelen met getallen:** zaterdag 6 oktober (11.00 - 16.00 uur) reserveren is niet nodig

**Kindercollege:** zondag 7 oktober (10.30 - 11.30 uur) reserveren is niet nodig

**Ontvangst André Kuipers:** zondag 7 oktober om 15.00 uur (ontvangst vanaf 14.30 uur) reserveren is verplicht via [www.museumboerhaave.nl](http://www.museumboerhaave.nl)

Tijdens het *Weekend van de Wetenschap* is de toegang tot het museum gratis.

Museum Boerhaave, Lange Sint Agnietenstraat 10, Leiden – [www.museumboerhaave.nl](http://www.museumboerhaave.nl)