Wiskunde, de wetenschap van ontoegankelijke abstracties? Of een vak dat een rijke historische ontwikkeling kent en midden in de samenleving staat, met parallellen naar kunst en cultuur? In dit artikel pleit **Michiel Doorman** voor een brede en rijke kijk op wiskunde, die bijvoorbeeld wiskunde C tot een passend en interessant vak kan maken. Hij illustreert zijn perspectief met een aantal voorbeelden.

Zand strooien of verbeeldingskracht verrijken

Inleiding

Veel onderwerpen binnen de wiskunde spreken een breder publiek aan dan alleen bèta's. Bekende voorbeelden zijn het begrip oneindig, de vierde dimensie en de gulden snede, die velen door de eeuwen heen hebben beziggehouden. Bovendien komen wiskundige thema's en methoden veelvuldig terug in verschillende aspecten van onze cultuur en in andere disciplines. Wiskunde is een vakgebied met brede toepasbaarheid en kent een verwondering die ze al eeuwenlang bij beoefenaren en geïnteresseerden gewekt heeft. Dat is ons romantische beeld van wiskunde. In de zestiende eeuw karakteriseert Erasmus de wiskundige in *Lof der Zotheid* echter als volgt:

> Zij zien laag neer op het oningewijde gemeen, als zij drie- en vierhoeken, cirkels en andere meetkundige figuren, de een over de andere tekenen en als in een doolhof dooreen laten lopen, vervolgens letters als in slagorde scharen, die ze nu eens op deze, dan weer op gene wijze rangschikken, om zo onervarenen zand in de ogen te strooien.

Dit is een heel ander geluid. De wiskundige is er kennelijk op uit om ons zand in de ogen te strooien. Is deze karakterisering het gevolg van een exacte en abstracte benadering van de wiskunde die bij Erasmus – en helaas ook bij vele anderen – een beeld van wiskunde en wiskundigen levert dat weinig recht doet aan de romantische doelstellingen?

Om te voorkomen dat leerlingen Erasmus' kijk op wiskunde en wiskundigen gaan delen, zou je hen in aanraking kunnen brengen met de historische en culturele waarde van de wiskunde door hen, zoals Freudenthal schreef, de gelegenheid te geven "de werkplaats van de wiskundige te betreden" (Freudenthal, 1967, p. 8). Het uitgangspunt is dat daarbij abstracte begrippen en concrete toepassingen in samenhang recht wordt gedaan, waardoor een brede blik op en waardering voor wiskunde ontstaat.

Maar hoe realiseer je dit in praktijk? In dit artikel passeren enkele voorbeelden de revue die – hopelijk – illustratief en inspirerend zijn voor een lespraktijk waarin de leerlingen de 'werkplaats van de wiskundige' kunnen betreden. Deze voorbeelden zijn afkomstig uit twee onderwijssituaties, die van wiskunde C in het VWO en die van het college *Wiskunde voor Dichters, Denkers en Doeners* aan de Universiteit Utrecht. Ik licht deze contexten eerst kort toe.

Met wiskunde C is op het VWO een mogelijkheid geopend om niet-bèta's te interesseren voor en succeservaringen te laten opdoen met wiskunde. Het nieuwe cTWO-programma voor wiskunde C, dat met ingang van 2015 ingevoerd zal worden, is algemeen vormend in de zin dat het leerlingen voorbereidt op de (informatie)maatschappij en vervolgopleidingen, enerzijds met relevante onderwerpen zoals statistiek en anderzijds door aandacht te geven aan redeneren, argumenteren en reflecteren. Binnen het nieuwe wiskunde C wordt bovendien gewerkt in contexten die passen in het C&M-profiel. Dit betekent dat er minder nadruk ligt op het verwerven en automatiseren van wiskundige technieken en dat er meer aandacht is voor de (cultuurhistorische) waarde van wiskunde in onze maatschappij.

Het college *Wiskunde voor Dichters, Denkers en Doeners* (WDDD) betreft een vak uit de bachelor voor niet-bèta's, studenten van bijvoorbeeld Letteren, Farmacie of Sociologie, dat een doel beoogt dat vergelijkbaar is met dat van wiskunde C: wiskundige vorming in samenhang met de historische en culturele plaats van wiskunde in wetenschap en maatschappij.

Ordenen, structureren en abstraheren

Hoe zou je bijvoorbeeld belangrijke wiskundige activiteiten als ordenen, structureren en abstraheren in een breed perspectief aan de orde kunnen stellen? In het eerste college van WDDD staan de oorsprong van wiskundige begrippen en het proces van abstraheren centraal. We bekijken filmpjes van jonge kinderen en telproblemen. Esther Gerritsen (schrijfster en columniste voor de VPRO-gids) observeert een vroege wiskundige activiteit:

> Als ik niet op mijn dochter let en ze ook geen televisie van me mag kijken, begint ze zich na een tijdje enorm te vermaken met mijn spullen te verplaatsen naar plekken waar ze niet horen. (…) Wat ze dan bijvoorbeeld doet is alle nietjes uit zo'n klein doosje halen, uit elkaar breken en in een theepot stoppen. Of ze opent mijn gereedschapskist, legt alle schroevendraaiers in mijn bed en verdeelt de spijkers en schroeven over heel veel theekopjes (VPRO-gids #4, 2012)

Dergelijke activiteiten van ordenen, het verdelen van voorwerpen over bakjes, zullen vele ouders van jonge kinderen herkennen. Het is fundamenteel voor het latere tellen. Iets wat vaak als triviale activiteit wordt gezien, maar waarbij meer wiskunde komt kijken dan je denkt: het op een rijtje leggen (ordenen) van de te tellen objecten, het opzeggen van de telrij synchroon met het aanwijzen van die objecten en het inzicht dat met het benoemen van het laatste object ook de omvang van de verzameling wordt vastgesteld (verbinden van ordinaal en kardinaal getalbegrip). Uiteindelijk zijn getallen en telwoorden zelfstandige objecten, onafhankelijk van de aard van de getelde voorwerpen. Zo ook ontstond groepentheorie om structuren van verzamelingen te bestuderen onafhankelijk van de aard van hun elementen. In het onderwijs reflecteren we meestal weinig op het proces van abstraheren naar die wiskundige objecten. In dat proces vormen zich zowel de wiskundige begrippen als de bijbehorende taal en notaties. Inzicht in en misschien ook het zelf doorlopen van dat proces zijn belangrijk voor het begrijpen en flexibel kunnen hanteren van die wiskundige begrippen en werkwijzen. Het proces van abstraheren is een zoektocht naar patronen en structuren, een belangrijke activiteit in de werkplaats van de wiskundige (Van der Blij, 2004).

Een dergelijke zoektocht is echter niet het alleenrecht van wiskundigen, maar is ook in de schilderkunst mooi zichtbaar. Bekende voorbeelden zijn het ontstaan van technieken voor perspectieftekenen tijdens de Renaissance en de opkomst van abstracte schilderkunst binnen de Stijl begin twintigste eeuw. Rudi Fuchs beschrijft elementen van die opkomst in een column over Mondriaans *Studie bomen 1* (figuur 1). Deze studie betreft een kale boom die Mondriaan in de zomer van 1912 getekend heeft en die dus eigenlijk vol bladeren zat. Fuchs:

> Dus terwijl hij tekende, heeft hij de boomkruin ontbladerd, en zo als melodische vertakking van kronkelige lijnen gezien - omdat het hem ging om de ritmiek en het rijm ervan. (…) Ook in andere werken uit die jaren werd een intuïtie van abstractheid geleidelijk merkbaar - en toen begon hij zo ook te kijken. (…) Daarbij, in zijn zorgvuldige kijken, zien we dat de ruimtes tussen de takken (de doorkijkjes) visueel steeds zelfstandiger worden. (…) De takken van bomen, liet Mondriaan zien, werken als contourlijnen van open vlakken die, in hun onderlinge verhouding, weer een eigen dynamisch patroon vormen. Zo is het, kort gezegd, met de abstractie begonnen. Nu, honderd jaar later, is dat zo kijken een eigen, vruchtbaar idioom geworden (De Groene Amsterdammer, 26.01.2012).

Fuchs helpt hier de kijker bij het herkennen van een essentie van dat wat de kunstenaar wil afbeelden. Bovendien wijst hij op abstraheren dat enerzijds elementen heeft van weglaten ('ontbladeren'), maar vooral van het ontwikkelen van een nieuwe (beeld)taal, een nieuw idioom, voor het weergeven van specifieke verschijnselen. Het abstraheren is daardoor vooral een constructief en creatief proces. Een proces dat overeenkomsten vertoont met de manier waarop in de wiskunde zich abstracte objecten hebben gevormd, zoals bijvoorbeeld getallen (van bijvoeglijk naamwoorden naar zelfstandige objecten) en functies (van woordformules naar lineaire verbanden).

De abstractie bij Mondriaan vertelt misschien niet direct iets over de wiskunde zelf, maar illustreert visueel een proces van abstraheren. Een proces in de wiskunde dat met zulke analogieën in de kunst meer betekenis kan krijgen.

In het zoeken naar de kern van een beeld, structuur of patroon zijn er dus overeenkomsten tussen wiskundigen en kunstenaars en hun respectievelijke 'ateliers'.

fig. 1 Mondriaans Studie bomen 1 (1912).

De schoonheid van een bewijs

Hoe zit dat met de esthetische waarde van het eindproduct, die in de kunst immers een belangrijk criterium is? Kunnen we vergelijkbare kenmerken hanteren bij het beschouwen van een mooi bewijs en een kunstwerk?

In het college WDDD wordt daartoe het volgende probleem behandeld:

> *Hoeveel zevens komen voor in de getallen van 0 tot 1000?*
>
> Twee uitwerkingen worden naast elkaar gezet. In de eerste wordt het antwoord gezocht met systematisch tellen van zevens in de achtereenvolgende getallen. Dat levert een patroon waarbij je twintig zevens vindt in de eerste honderd getallen. Dit is te extrapoleren naar de volgende honderdtallen, waarbij je alleen iets speciaals moet doen met de getallen van 700 tot 799. Uiteindelijk vind je zo een totaal van 300 zevens.
>
> De tweede uitwerking maakt gebruik van een blikwisseling van getallen naar cijfers: ieder getal van 0 tot 1000 kan worden gerepresenteerd met 3 cijfers (van 000 tot 999). Dat geeft in totaal 3000 cijfers. Uitgaande van een eerlijke verdeling van de cijfers 0-9 over deze drie posities is 1/10 van deze cijfers een 7. En dus volgt verrassend eenvoudig het resultaat: 300 zevens.

Welke uitwerking vind je het mooist en waarom? Bij het eerste bewijs zie je precies wat gebeurt en sluit het zoekproces aan bij je eerste ideeën over een natuurlijke benadering van het probleem. De tweede uitwerking bevat een blikwisseling en laat zich eenvoudig toepassen op variaties in het probleem. Maar het mooie is dat een aantal studenten aarzelde over de tweede uitwerking (ongeacht het identieke antwoord). Hoe weet je zeker dat de cijfers van alle getallen gelijkmatig verdeeld zijn? Het leuke en leerzame van zo'n bespreking is dat zowel esthetische aspecten als inzicht in en reikwijdte van de onderliggende redenering een rol spelen.

Komen hier criteria naar voren die ook een rol spelen bij het waarderen van gedichten? Daar blijken overeenkomsten te bestaan in vormkenmerken (eenvoud, elegantie, symmetrie) en in betekenis geven (gebruik van analogie, verbindend, verwondering, inzicht leverend). Is dit zoeken naar overeenkomsten tussen gedichten en bewijzen vergezocht? Zoek zelf de overeenkomst tussen wiskunde en Gerrit Komrij's definitie van poëzie: "Poëzie is er voor het intellectuele spel en het verruimde kunstbegrip" (Komrij, 1995).

Nieuwe wiskunde ontwikkelen

In de werkplaats van de wiskundige hoort ook het ontwikkelen van nieuwe wiskunde. Een onderwerp waarvoor niet veel meer achtergrond nodig is dan wiskunde uit 3 HAVO/VWO betreft fractals (een onderwerp uit het college WDDD). Het vouwen of tekenen van enkele bekende krommen is al snel aanleiding tot 'wiskundige' vragen over definities en zelfgelijkvormigheid.

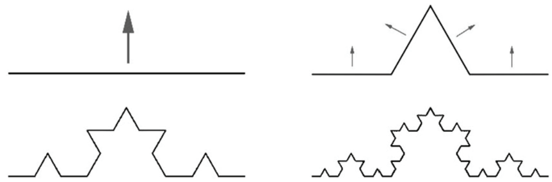

fig. 2 Constructie van de Koch-kromme.

Tijd is nodig om te rekenen aan de lengte van bijvoorbeeld de Koch-kromme (figuur 2) en om een bewijs te geven dat die oneindige lengte binnen de grenzen van een A4'tje blijft. Als fractals naast elkaar bekeken worden, valt op dat de ene grilliger is dan de ander. Dan rijst de vraag: kunnen we daar een maat voor vinden? Daarmee komen we op het terrein van betrekkelijk recent ontwikkelde wiskunde. Zo'n maat is geïnspireerd door onderzoek van de Engelsman Richardson (1881-1953) naar een verband tussen de kans dat twee landen een oorlog beginnen en de lengte van hun gemeenschappelijke grens. Tijdens het verzamelen van gegevens over grenslengtes merkte hij dat die enorm varieerden. Een verklaring hiervoor onderzocht hij bij het meten van de lengte van de kust van Groot Brittannië. Het bleek dat die lengte afhankelijk is van de maat die je hanteert (figuur 3).

fig. 3 Het meten van de kustlijn van Groot-Brittannië[1]

Het is natuurlijk niet merkwaardig dat een kleinere maateenheid meer detail meet, en dus een langere lengte levert, maar die lengte bleek exponentieel toe te nemen. Hoe zit dat? We proberen het uit bij de grens van de provincie Utrecht (figuur 4).

fig. 4 Een kaart van de provincie Utrecht

Met een kaart van de provincie Utrecht is met verschillende maateenheden *s* gemeten hoeveel van die eenheden nodig zijn om de grens af te passen (in te pakken). In tabel 1 staat het resultaat van deze exercitie.

Tabel 1: Het meten van de grens van de provincie Utrecht.

s (km)	N
40	2,9
30	4
20	7,6
10	16,3
5	38,5

Het blijkt dat ook in deze tabel een groeifactor voor de toename van het aantal benodigde eenheden (en dus van de lengte) te zien is (bijvoorbeeld door de waarden af te drukken op dubbel logaritmisch papier).

De wiskundige Benoit Mandelbrot gebruikte dergelijke gegevens bij het definiëren van nieuwe meetkundige principes die dit soort fenomenen beschrijven (Mandelbrot, 1967). Later werkt hij deze meetkunde uit en introduceerde hij de inmiddels bekende ‘fractals’. Is dit exponentieel toenemen van het aantal benodigde eenheden merkwaardig?

Bij ééndimensionale objecten verwacht je dat het halveren van de maateenheid vraagt om twee keer zoveel eenheden om het object te meten. Als het object grillig is, dan heb je in het begin misschien last van het kustlijneffect, maar na voldoende inzoomen is alles netjes glad en geldt deze vuistregel. Uitbreiding naar twee- en driedimensionale objecten levert een verband tussen toename van het aantal maateenheden en dimensie. Als voor alle *n* geldt dat $1/n$ keer ribbe vraagt om een overdekking van n^d meer kubusjes, dan geldt dat de figuur *d*-dimensionaal is. Kortom, de grootte van de dimensie is niet het resultaat van één meting, maar van een proces van het verkleinen van de maateenheid. In het Engels wordt dit ook wel de *box-dimension* genoemd. Een Nederlandse vertaling zou *inpak-dimensie* kunnen zijn.

In figuur 5 zijn lijn, vlak en kubus ingepakt, waarbij de lengte van de ribbe van de kubusjes met 1/10 vermenigvuldigd is. De lijn vraagt om 10^1 keer zoveel kubusjes, dus de dimensie is 1. Evenzo volgt dat het vlak dimensie 2 heeft en de kubus dimensie 3. Voor ‘normale’ objecten geeft de inpak-dimensie dus precies de waarden die we verwachtten.

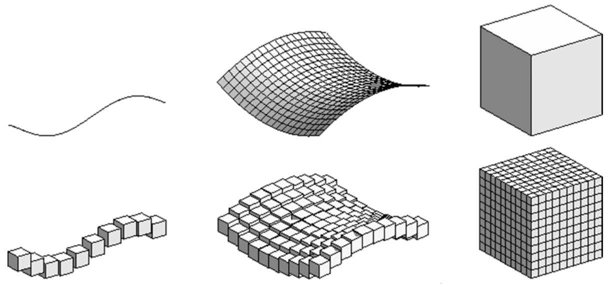

fig. 5 Inpak-dimensie van lijn, vlak en kubus[2]

Bij de Koch-kromme geldt echter dat een vermenigvuldiging van de ribbe met 1/3 om vier keer meer kubusjes vraagt, hoe ver je ook inzoomt op de kromme. Dit valt op te maken uit de constructie van deze kromme (figuur 2). Dus hier komen we op de vergelijking $3^d = 4$. Nu zou je met logaritmen de dimensie exact kunnen geven, maar benaderen met inklemmen kan ook. Voor de Koch-kromme geldt dan dimensie $d \approx 1{,}26$.

De behandeling van zo’n alternatieve definitie van dimensie verdiept het begrip zelf, is een toepassing van het werken met vergrotingsfactoren en levert bijzondere resultaten. Het blijkt dat hiermee het oppervlak van een bloemkool dimensie 2,3 levert en het oppervlak van ons brein en onze longen respectievelijk dimensies van 2,79 en 2,97. Deze getallen zeggen iets over de aard van de grilligheid van die objecten. Overigens heeft de kustlijn van Groot Brittannië zo bij benadering een inpak-dimensie van 1,25. De provincie Utrecht lijkt iets minder grillig met een dimensie van 1,24. Dit is op basis van onze metingen en de veronderstelling dat het gevonden patroon zich voortdurend voortzet. Daar valt natuurlijk wel iets op af te dingen. Maar het verhaal van Richardsons eerste observaties, langs Mandelbrots wiskundige uitwerkingen naar de Koch-kromme ligt in het verlengde van het werken met vergrotingsfactoren. Het geeft een mooi beeld van de ambities en de werkplaats van de wiskundige, die hierbij enerzijds de abstractie niet schuwt, maar anderzijds ook de band met reële toepassingen niet uit het oog verliest.

De werkplaats van leerlingen en studenten

"Mooi, die cultuur, historie en toepassingen, maar niets voor mijn leerlingen", denkt u nu wellicht. Toch zijn er ervaringen dat leerlingen en studenten goed met deze brede benadering van wiskunde uit de voeten kunnen. Ik geef twee voorbeelden. Al weer enkele jaren geleden experimenteerde Bart Zevenhek (docent aan het Barlaeus gymnasium te Amsterdam) met nieuwe inhouden voor wiskunde C. Hij las met zijn wiskunde A1-groep *De ontstelling van Pythagoras – Over de geschiedenis van de goddelijke proportie* van Albert van der Schoot. Iedere week presenteerde een leerling een hoofdstuk uit dit boek. Voorafgaand aan die presentatie moest een samenvatting worden ingeleverd. Een van de presentaties betrof het hoofdstuk over de rol van Pacioli in het ontstaan van mythen rond de gulden snede. De leerling beschreef hoe Luca Pacioli, een Franciscaner monnik (1445-1517), het boek *Divina Proportioni* schreef met illustraties van Leonardo da Vinci. Het boek slechtte een brug tussen kunst en wetenschap. Een fraai voorbeeld van het positioneren van wiskunde in historische en maatschappelijke context door leerlingen.

In het college WDDD presenteerden studenten over een zelfgekozen onderwerp. Een groepje had als onderwerp de Möbiusband. Dit is natuurlijk geen verrassend onderwerp, maar toch was aardig om te zien hoe ze een systematisch onderzoek uitvoerden naar resultaten van het doorknippen van banden met meerdere halve draaiingen. Daarnaast lieten ze zien hoe je een Möbiusband vanaf het begin in een keer kunt breien met een rondbreinaald. Door de steken op een speciale manier op te zetten, creëer je een halve draai in het breiwerk. Tot slot lieten ze een krab-canon van J.S. Bach horen. Door de notenbalk op een Möbiusband te projecteren, krijg je een oneindige uitvoering van dit stuk (figuur 6).

fig. 6 Möbiussjaal (zie omslag) en Crab canon.

Dit voorbeeld laat zien dat zowel het componeren van muziek als het luisteren ernaar, een vorm van constructie omvat waarbij patronen worden herkend en bewerkingen op die patronen kunnen worden gevolgd. In het voorbeeld van de bomen van Mondriaan hielp enig inzicht in zijn abstractieproces bij het begrijpen en waarderen van zijn werk. In het huidige voorbeeld is een vergelijkbaar inzicht in die constructies nuttig voor het herkennen van de structuur en het waarderen van de muziek van Bach.

Slot

De voorbeelden die in dit artikel de revue passeren laten een benadering van wiskunde zien die recht doet aan de ruimte en het brede culturele en historische perspectief die contexten bieden. In het eerste voorbeeld kan het proces van abstraheren in de kunst van Mondriaan expliciet worden vergeleken met de manier waarop leerlingen geleerd hebben met getallen en formules te werken. De constructie van een nieuwe dimensie in het tweede voorbeeld komt vooral tot haar recht door een brede historische benadering, aangevuld met mooie filmpjes over Mandelbrot en fractals. Deze behandeling vraagt zeker meer tijd dan een enkele les, maar leidt tot andere inzichten en zal een bepaalde groep leerlingen aanspreken. Bovendien laten de voorbeelden zien dat wiskunde vanwege haar exactheid en het constructieve karakter een beter begrip van kunst en cultuur ondersteunt en creativiteit kan stimuleren. Zulke verdiepingen zijn overigens alleen mogelijk als het curriculum niet al te hoge eisen stelt aan het beoogde beheersingsniveau van technische wiskundige vaardigheden.

In sommige opzichten is deze benadering misschien minder exact en minder 'puur' wiskundig dan we gewend zijn, maar ze biedt leerlingen en studenten wel een ander en rijker beeld, minder geleid door sommetjes uit het boek en minder gericht op technische vaardigheden. Hopelijk lukt het daarmee hen geen zand in hun ogen te strooien, maar wiskunde te benaderen op een manier die hun verbeeldingskracht verrijkt. Steun hiervoor is te vinden in de brief van Belle van Zuylen aan haar vriend Constant d'Hermenches. Wiskunde is volgens hem geen bezigheid voor een vrouw, het vernauwt de verbeeldingskracht, verdort de geest en brengt schade toe aan het gevoelsleven. Belle van Zuylen antwoordt hem in een brief (25 februari-5 maart 1764):

> Ik ben nog niet gaan merken dat mijn geest zich vernauwt en dat mijn verbeelding onvruchtbaar wordt, maar wel dat weet ik, dat een of twee uur wiskunde mijn geest vrijer maakt en mijn hart vrolijker. Ik heb het gevoel dat ik beter slaap en beter eet wanneer ik evidente en onweerlegbare waarheden heb gezien.

Michiel Doorman,
Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht

Dit artikel is gebaseerd op de presentatie *Wiskunde voor Dichters* in de PWN Vakantiecursus 2012.

Noten

[1] http://en.wikipedia.org/wiki/How_Long_Is_the_Coast_of_Britain?_Statistical_Self-Similarity_and_Fractional_Dimension

[2] http://www.math.sunysb.edu/~scott/Book331/Fractal_Dimension.html

Literatuur

Van der Blij, F. (2004). Abstractie in kunst en Wiskunde. Een denkbeeldige wandeling door een museum van gedachten. *Euclides, 79*(4), 180-183.

Doorman, M. (2007). Wiskunde C: daar komt muziek in. *Nieuwe Wiskrant, 27*(1), 31-34.

Erasmus, D. (1944). *Lof der Zotheid*. Amsterdam: Wereldbibliotheek N.V.

Ernst, B., & Konings, T. (2008). *Kunst en Wiskunde*. Utrecht: Epsilon Uitgaven.

Freudenthal, H. (1967). *Wiskunde in wetenschap en dagelijks leven.* Amsterdam: De Haan/Meulenhoff.

Komrij, G. (1995). In Liefde Bloeyende. *NRC Handelsblad*, 20 juli 1995.

Mandelbrot, B. B. (1967). How long is the coast of Britain? Statistical self-similarity and fractional dimension. *Science*, *156*, 636-638.

- M E D E D E L I N G -

Allemaal aansluiten, graag!

Werkgroep Geschiedenis
Reken- en
Wiskundeonderwijs

Het negentiende symposium van de Werkgroep Geschiedenis van het Reken-WiskundeOnderwijs, de WGRWO (voorheen HKRWO) zal plaatsvinden op zaterdag 20 april 2013, onder de titel

Allemaal aansluiten, graag!

Het thema van het symposium is de aansluitingsproblematiek tussen primair en secundair onderwijs op het gebied van het rekenen. Natuurlijk zal de geschiedenis een belangrijke rol spelen, maar we zullen de verbinding met de actualiteit dit keer bepaald niet uit de weg gaan.

- Toen de HBS in 1863 van start ging, wilde Thorbecke, de opsteller van de wet op het middelbaar onderwijs, niets weten van toelatingseisen voor dit nieuwe schooltype. In de praktijk was die vrijheid niet houdbaar, en in 1873 werd een toelatingsexamen verplicht gesteld. Tegen wat voor aansluitingsproblemen liep men die eerste jaren zoal aan?
  Spreker: Jenneke Krüger
- In de jaren twintig van de vorige eeuw hebben Philip Kohnstamm en zijn medewerkers uitgebreid onderzoek gedaan naar de waarde van het toelatingsexamen, in het bijzonder voor het vak rekenen. Leveren zijn bevindingen nog bruikbare inzichten op voor huidige onderwijspraktijk?
  Spreker: Jo Nelissen
- Er is de afgelopen decennia veel onderzoek gedaan naar de rekenprestaties van Nederlandse leerlingen, zoveel dat het soms lastig is nog door de bomen het bos te zien. Een goed historisch overzicht waarbij zaken in ruimer verband worden bezien kan helpen de grote lijn weer te pakken te krijgen.
  Spreker: Joop Bokhove
- Na de – soms felle – discussies van afgelopen jaren over het Nederlandse reken- en wiskundeonderwijs lijkt het rapport van de KNAW-commissie een kans te bieden beide kampen wat tot elkaar te brengen. Hoe kijken we terug op het werk van die commissie en hoe nu verder?
  Spreker: Rob Tijdeman.

Het symposium zal ook deze keer weer plaatsvinden in het congres- en vergadercentrum Domstad, Koningsbergerstraat 1 te Utrecht, vlak bij het Centraal Station. Inloop en koffie vanaf 9.30, start programma 10.15, einde circa 15.30. U kunt zich opgeven bij Harm Jan Smid, via email h.j.smid@ipact.nl. De kosten bedragen € 25,--, over te maken op rekening 4657326, t.n.v. WGRWO te Leiden. Lunch, koffie en thee zijn inbegrepen.