Een vierbaansbrug

G. van Barneveld
SLO, Enschede

Summary

"Arithmetic and Mathematics to bridge the gap" could be the translation of the title of a book by W. Sweers about the gap that exists in the Netherlands between arithmetic on the elementary school and mathematics at secondary level. For the author it is clear that some mathematics has been introduced in recent years at elementary school.
The four chapters of the book deal with:
1. The difference between arithmetic and mathematics.
2. Prerequisites for good arithmetic and mathematical education.
3. Arithmetic and the pocket-calculator.
4. Some ideas to fit into the present traditional curriculum.
The article pays considerable attention to each of the chapters and concludes that the book – inspired by IOWO-ideas – is very valuable to those who want to improve their arithmetic/mathematics lessons.

Boekbespreking

"Wat verandert er als je wiskunde gaat onderwijzen in plaats van rekenen?" Sommigen antwoorden op zo'n vraag met een overzicht, anderen geven een aantal activiteiten voor in de klas. Allebei de antwoorden zijn op zich te weinig. De onderwijzer in de klas kan in het veranderend onderwijs meegroeien door af en toe eens iets anders te doen in de klas en er op te reflecteren en erover te praten met collega's.
Het lijkt goed om publikaties op het gebied van reken-wiskundeonderwijs op beide aspecten te toetsen: zijn er voldoende mogelijkheden om in de klas aan de slag te gaan en is er sprake van beeldvorming over het in zo'n publikatie bedoelde onderwijs?

In de serie Onderwijskundige Brochuren Reeks is een boekje verschenen van de hand van Wim Sweers, getiteld: "Rekenen en Wiskunde ter overbrugging" (1). Het boek – eigenlijk moet ik brochure zeggen – wil een brug slaan van het rekenen in de zesde klas van de basisschool naar de wiskunde in de brugklas van het voortgezet onderwijs. Daarbij gaat de schrijver er vanuit dat, mede onder invloed van het werk van Wiskobas, wiskundeonderwijs in de basisschool geleidelijk aan ingang vindt.
Het boek is ingedeeld in vier hoofdstukken, die elk afzonderlijk en in willekeurige volgorde kunnen worden gelezen:

1. "Rekenen en wiskunde in samenhang", waarin de schrijver uiteenzet wat volgens hem het verschil is tussen wiskunde en rekenen.
2. "Enkele uitgangspunten voor verantwoord reken- en wiskundeonderwijs", waarin uit de doeken wordt gedaan aan welke voorwaarden goed reken- en wiskundeonderwijs onder andere zou moeten voldoen.
3. "Rekenen met een machientje", waarin een aantal gebruiksmogelijkheden van het rekenmachientje worden geschetst en waarin een aantal consequenties van het gebruik van die dingen worden beschouwd.
4. "Nieuwe ideeën inpassen in het gangbare reken- en wiskundeonderwijs", waarin een aantal onderwijssuggesties worden gegeven die in het huidige (basis)onderwijs kunnen worden ingepast.

Vier vrij sterk gescheiden hoofdstukken dus. Er is nauwelijks een poging gedaan ze met elkaar in verband te brengen. Dat is overigens niet erg, de lezer kan zich tot één hoofdstuk beperken en pas later de andere lezen. Ik zou nu, netjes op de rij af, de hoofdstukken langs kunnen gaan en constateren dat ze, althans naar mijn mening, nogal verschillend van kaliber zijn. Ik begin liever bij wat ik als het sterkste hoofdstuk van dit boek beschouw en dat vermoedelijk ook het meest gelezen zal worden, namelijk hoofdstuk 3 over de rekenmachientjes. Wim Sweers is ook de auteur van "Sommasjien", een pakket opdrachtkaarten waarmee leerlingen leren omgaan met de rekenmachine en waarbij ze *leren* rekenen *met* de rekenmachine. Verschillende voorbeelden in dit hoofdstuk zijn dan ook uit "Sommasjien" gekozen.
Eerst laat de schrijver zien dat de vrees dat rekenmachientjes een vermindering van begrip in de hand werken, ongegrond is. Verder toont hij met voorbeelden aan dat het accent bij het rekenen, dankzij de machine, kan verschuiven van cijferen naar analyseren en redeneren. We citeren blz. 69:

"Losse nummers van een weekblad kosten f 3,40. Een abonnement kost per kwartaal f 36,25 en per jaar f 145,–. Hoeveel is:
a. een kwartaalabonnement voordeliger dan het kopen van losse nummers?

Voordat deze som gemaakt kan worden, moet duidelijk zijn dat een jaar vier kwartalen heeft en elk kwartaal 13 weken. Dan moet uit de vraag "wat is voordeliger" worden begrepen dat er uiteindelijk een aftrekking gemaakt moet worden. Vervolgens moet de leerling zien dat in 1 kwartaal hetzij eenmalig *f* 36,25 of anders 13 × *f* 3,40 betaald moet worden. Tenslotte moet de som (13 × *f* 3,40) – *f* 36,25 worden uitgerekend om het antwoord op vraag a te vinden. Er zijn leerlingen die wel goed kunnen cijferen, maar aan zo'n redactiesom kop noch staart zien. Anderen kunnen de manier van oplossen goed uiteenzetten, maar zijn slechte cijferaars. In beide gevallen krijgen zij geen goed antwoord uit het probleem. Maar al te vaak echter worden beide categorieën leerlingen even slecht beoordeeld. Zowel het goed kunnen cijferen als goed probleemoplossend kunnen denken, wordt gelijk gewaardeerd."

De auteur betwijfelt ook of het "rekenen op papier" op zich méér inzicht waarborgt dan het rekenen met een rekenmachientje. We citeren blz. 67:

"Het rekenmachientje kan bijdragen tot een andere didactische aanpak bij het aanleren van bepaalde regels om bewerkingen uit te voeren. De algoritmen die we traditioneel aanleren, zijn efficiënt en nemen in elk geval weinig papierruimte in beslag. Maar 27 × 14 reken je tegenwoordig toch het snelst en meest efficiënt met een rekenmachientje uit. Iedere leerling moet wel een algoritme kennen om een bewerking met getallen uit te voeren, doch het hoeft niet per se degene te zijn die we volgens het (reken) boekje aanleren. Tot nu toe racen we vaak snel op het doel af, waarbij leerlingen uit de boot vallen. Gemis aan begrip maakt het dan voor de leerlingen dubbel lastig om te weten wat ze eigenlijk doen.

1. Hoe kun je 38 + 17 uitrekenen?

A.	*B.*	*C.*
30 + 8	*38*	*38*
10 + 7	*17*	*17*
——— +	— +	— +
40 + 15	*15*	*55*
50 + 5 = 55	*40*	
	— +	
	55	

Leerlingen worden in het algemeen snel meegesleurd naar methode C, omdat dit de meest efficiënte methode is wat opschrijven betreft. Voor sommigen echter zou het beter zijn als ze wat langer met procedure A of B bezig konden blijven.
Omdat het rekenmachientje sneller rekent dan wij met de tot nu toe geleerde standaardalgoritmen op papier doen, is het zinvol te streven naar meer begrip van de opbouw van het algoritme en, langer dan nu het geval is, gebruik te maken van een wat doorzichtiger algoritme."

Mijn indruk is dat dit hoofdstuk de leerkracht wel zal aanspreken. Uit de voorbeelden wordt heel duidelijk hoe je in de klas een rekenmachine kunt gebruiken, als je een setje Sommasjien opdrachtkaarten hebt natuurlijk. Het feit dat de vele voorbeelden uit een bestaand, in de handel zijnde, pakket kaarten zijn gekozen zal veel leerkrachten aanspreken (zie figuur 1.).

1. Reken uit met je rekenmachientje:

1 : 11 =
2 : 11 =
3 : 11 =
4 : 11 =
5 : 11 =

Voorspel de uitkomst van

6 : 11 =
7 : 11 =
8 : 11 =
9 : 11 =
10 : 11 =

Reken daarna de sommen uit.

2. Reken uit:

1 : 3 =
10 : 33 =
100 : 333 =

Voorspel de uitkomst van

1 000 : 3 333
10 000 : 33 333
100 000 : 333 333

Reken daarna de sommen uit.

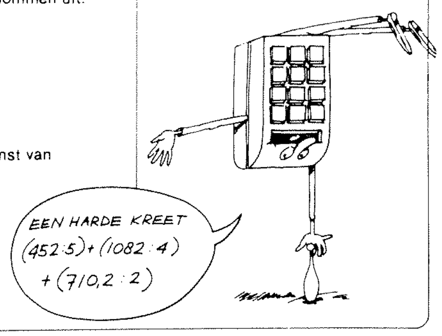
3. Reken uit:

1 : 7 =
2 : 7 =
3 : 7 =

Let goed op *de volgorde van de cijfers.*

Voorspel de uitkomst van:

4 : 7 =
5 : 7 =
6 : 7 =



Aan het einde van hoofdstuk 3 vinden we nog een voorbeeld: de Ronde van Frankrijk als thema. Dit stuk bevat veel lessuggesties en het geeft een goed beeld hoe je een actuele gebeurtenis als dit wielerspectakel binnen de klas kunt halen. Maar je moet als docent het nog wel zelf maken. Hier zit dus een belangrijk verschil met het voorgaande deel van hoofdstuk 3.

"Gemiddelde etappelengte:

etappe	P	1	2	3	4	5	6	7	8 enz.
afstand	5,8	97	40	254	232	77,2	117,5	26,7	227

$\underbrace{97 \quad 40}_{\text{1 dag}}$

Logisch volgt hieruit de vraag hoe lang een dagetappe gemiddeld is en of je daartoe de som van alle etappes door het aantal moet delen, of dat bijvoorbeeld de korte afstanden met tijdritten buiten beschouwing moeten worden gelaten.

Snelheid in een tijdrit

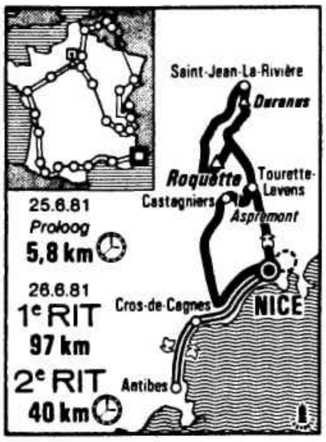
De proloog van de Tour was een individuele tijdrit in Nice over 5850 meter. Hinault deed daar 6.48,36 over en als tweede eindigde Knetemann op 6.55,15. Intrigerende vragen zijn nu:
- Hoe snel hebben die wielrenners gereden?
- Kun je ook uitrekenen hoeveel *meter* Knetemann ongeveer achter Hinault aanreed?

Met het rekenmachientje valt dit allemaal wel mee. In 6 minuten en 48,36 seconden rijdt Hinault 5850 m. 5850 m in (6 × 60) + 48,36 sec = 408,36 sec.

Per seconde is dat $\frac{5850}{408,36}$ m = 14,325595 m.

Per uur 3600 × 14,325595 m = 51572,142 m. Dus: Hinault reed met een snelheid van rond de 50 kilometer.
Nu de Kneet: 5850 m in 6.55,15

Per seconde is dat $\frac{5850}{415,15}$ m = 14,091292 m.

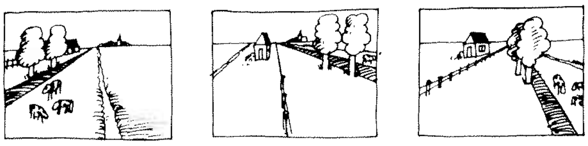


Per uur 3600 × 14,091292 m = 50728,651 m. Een gering verschil in uursnelheid, wel begrijpelijk. Want Knetemann komt maar 6.55,15 − 6.48,36 sec = 6,79 sec achter Hinault aan.
(Even tussendoor: Hoewel een notatie als zes en negenenzeventig honderdste seconde allang gemeengoed geworden is, raken kinderen toch in de war als je ze er expliciet naar vraagt. Gewend als ze zijn aan de verdeling van uren in 60 minuten en minuten in 60 seconden. Hier doet zich dus een goede gelegenheid voor om een en ander "bij te spijkeren".)

Hoeveel *meter* komt de Kneet achter Hinault aan? Als Hinault met opgestoken handen over de eindstreep racet, moet Knetemann nog 6,79 sec. Hij rijdt op dat moment 14,091292 m per seconde. En heeft dus 6,79 × 14,091292 m = 95,679873 m achterstand. Zeggen we "ongeveer 95 meter". Meteen een goede gelegenheid om in een reële context over afronden te spreken. Op hoeveel decimalen is in dit geval zinvol?"

Als ergens in deze brochure een ophoping van voorbeelden en suggesties te vinden is dan is dat wel in hoofdstuk 2! De voorbeelden waarmee Sweers de kenmerken voor goed wiskundeonderwijs duidelijk maakt zijn talrijk en uitgebreid. Zo uitgebreid zelfs dat met de hier afgedrukte teksten leerlingen al urenlang bezig kunnen zijn.
Bijna alle voorbeelden zijn genomen uit de Wiskrant en/of uit IOWO-pakketjes. Daar kunt u ook het materiaal dat in dit hoofdstuk wordt genoemd vinden.

"Naar buiten kijken":



Drie tekeningen van het landschap gezien uit een rijdende trein. De trein rijdt in deze richting →. Wat is de goede volgorde van de tekeningen?
Piet, Loes en Ria zitten in de trein. Ze kijken naar buiten naar de reclameborden. De trein rijdt met volle snelheid. Sommige borden zijn goed te lezen, andere helemaal niet. Piet zegt: "Kijk die reclame is leuk". "Welke?" vraagt Loes. Piet: "We zijn er al weer voorbij". Loes: "Ik vind reclame stom". Ria: "Die letters zijn gemakkelijk te lezen". "Welke?" vraagt Piet. "Die daar", zegt Ria. "Je kunt ze nog een hele tijd zien". Piet: "Ze moeten de letters op de borden die zo dichtbij staan veel groter maken". "Nee hoor, ze moeten ze verder weg zetten", zegt Loes. Ria is het daar niet mee eens. Wat is jouw mening?

Wim zit in de trein. Hij ziet de zon in het midden van de ruit.

Ineens ziet hij de zon van plaats veranderen. Hoe kan dat?

Daarna ziet hij de zon weer terug gaan naar z'n oude plaatsje. Hoe kan dat?

Uit: Zie je wel, leerpakket, IOWO."

Persoonlijk vind ik dit hoofdstuk 2 een goed hoofdstuk. Niet zozeer vanwege de opsomming van uitgangspunten of kenmerken van verantwoord wiskundeonderwijs, maar omdat de schrijver je steeds de indruk weet te geven dat de wiskunde zo dichtbij is en omdat het hoofdstuk stimuleert om eens wat anders te doen. En vooral omdat de lezer het bedoelde materiaal gewoon kan bestellen. Waar? Dat staat er ook in.

Hoofdstuk 4 gaat over het inpassen van nieuwe ideeën in het gangbare reken- en wiskundeonderwijs. Het hoofdstuk behandelt een aantal aspecten van het rekenen zoals: getallen, hoofdrekenen, bewerkingen, ... Bij elk van die aspecten wordt samengevat wat het "Doelenboek" van het CITO als doelstelling voor dit rekenaspect noemt. Verder wil de schrijver suggesties geven op welke manier de voorbeelen van reken- en wiskundeonderwijs kunnen worden ingepast in het gangbare rekenonderwijs. Dat kan dan binnen de door het CITO in het Doelenboek genoemde minimumdoelstellingen. Mijn indruk is dat het boek hier meer belooft dan het werkelijk doet. Ook hoofdstuk 4 is rijk geladen met voorbeelden van "betere wiskunde", maar het wordt toch niet duidelijk hoe je als leerkracht dit moet inpassen in je onderwijs. Er worden ook geen aanwijzingen gegeven *hoe* je dat zelf zou kunnen proberen. Enigszins storend is de kritiek die geleverd wordt op de voorbeeldopgave uit de CITO doelstellingen. Het is uit het boek niet duidelijk of die opgaven toetsopgaven zijn of dat ze bedoeld zijn om onderwijs mee te geven. Een heel verschil, dunkt mij. Ze worden kritisch beschouwd alsof het opgaven zouden zijn waaraan leerlingen iets moeten leren. Terwijl ze bedoeld zijn om te meten of een leerling iets beheerst. Over dit fijne, maar kardinale verschil wordt niet gesproken. En dat is jammer, want hoeveel leerkrachten zullen, met deze CITO

opgaven in gedachten, hun leerlingen leren dit soort opgaven te maken? De auteur meent dat met dit uit de talrijke voorbeelden blijkende wiskundeonderwijs leerlingen zoveel kunnen leren, dat ze aan de doelstellingen die met de CITO opgaven worden gemeten, kunnen voldoen. Dat die opgaven beter kunnen worden afgestemd op dit wiskundeonderwijs dan ze nu zijn, is evident.
Hoofdstuk 1 tenslotte, zegt dat de cesuur tussen rekenen en wiskunde daar ligt, waar het rekenen een redeneeraspect gaat bevatten: het opstellen van een hypothese ("zou dit of dat mogelijk zijn") en deze daarna al of niet verwerpen. Verder bevat hoofdstuk 1 inhoudelijk niet zoveel.
Het wiskundeonderwijs, zoals uit dit boek naar voren komt, is in feite precies datgene wat de afdeling Wiskivon van het IOWO altijd naar voren heeft gebracht. Het boek als geheel valt vooral op door de vele voorbeelden die het bevat. Er gaat daardoor een inspirerende werking vanuit op leerkrachten die geneigd en in staat zijn een aantal van de gedane suggesties in praktijk te brengen. Maar de leerkracht die ernst wil maken zal nogal wat tijd moeten steken in het zelf uitwerken van aanzetten die hier gegeven worden.
Ik denk dat dit boek, ook voor degenen die er niet direct mee aan de slag gaan, een prima beeld geeft hoe rekenen en wiskunde kunnen worden verbeterd.

Noot:
(1) Wim Sweers, "Rekenen en wiskunde ter overbrugging". Onderwijskundige Brochure, Reeks nr. 295, Zwijsen, Tilburg, 1982 (*f* 19,50).