

De taal van grafieken

H. Krabbendam

SLO, Enschede

Summary

The language of graphs is a booklet aimed at children of 12–13 years old as an introduction for algebra.

The choice to start with graphs is partly based on the fact that children see graphs around them: on T.V. in the weather forecast, in the papers: on the economic recession and the weather, and in magazines.

The central question in the booklet is: What is the global information a graph gives? The temperaturegraph is chosen as the introduction. Later on time-distance graphs are introduced.

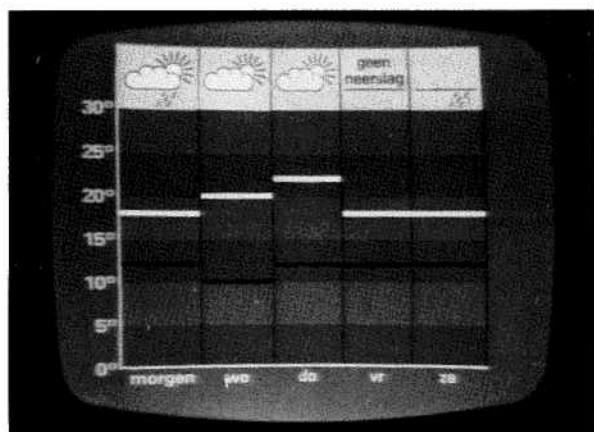


fig. 1

Het NOS-journaal gunt je slechts enkele seconden om voor jou relevante informatie uit dit TV-beeld te halen. Bij velen van ons blijken noch de wolkjes en regenstreepjes, noch het zonnetje enig spoor na te laten. Iets beter is het gesteld met de temperaturen langs de verticale as, hoewel ook die niet echt blijven hangen. Weet u of de verticale as in dit jaargetijde begint bij 0°C of bij -10°C ? De zwarte streepjes zien we beter, het blijkt dat die soms wel enig effect hebben, maar dan voornamelijk nog in de winter als het flink vriest, dan is het wel spannend om te weten hoe laag de temperatuur zou kunnen komen. Nee, de witte streepjes laten de diepste indrukken na, die herinnert men zich meestal wel, zo in de geest van: “het wordt beter” of “nou, nou”. Zonder echt te weten of het nu maximumtemperaturen of gemiddelden zijn en of het nu gaat om Maastricht of Roodeschool: het wordt gewoon beter!

Uit dit globale beeld kun je informatie halen, als je de taal van de grafiek tenminste verstaat en als je de omstandigheden waarin dat globale beeld verschijnt

goed kunt voorstellen.

Met de TV-grafiek is dit geen probleem, blijkbaar is die goed gekozen. Maar dit geldt uiteraard niet zonder meer voor andere grafieken.

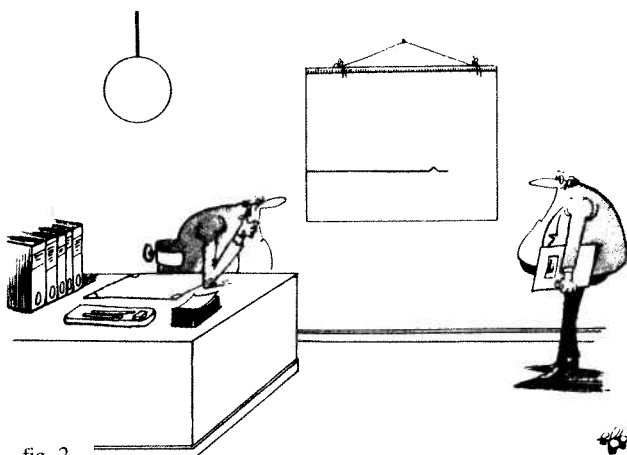


fig. 2

Wat vertelt dit plaatje?

Brugklassers kunnen hier, zonder gehinderd te worden door veel kennis van grafieken, vrijuit over fantaseren. Meestal vinden ze dat het gaat over een dokter en een patiënt en vertellen er volop over zonder dat die “grafiek” aan de muur als zodanig enige rol speelt. Voor hen is het een “raam” of een “schilderij”. Als ze er al iets wiskundigs in zien, dan heeft hij iets te maken met hartslag of bloeddruk. Alleen leerlingen die wat dieper met grafieken zijn bezig geweest, zien er ook iets in dat met werkloosheid, winst, ontslagen en zo te maken kan hebben. Voor die kinderen is dat ding aan de muur geen “schilderij” meer, maar een “grafiek”, die je iets kan vertellen over de situatie en zelfs de gehele situatie kan beïnvloeden. De dokter wordt bijvoorbeeld een baas en de patiënt een man die ontslagen wordt.

Met deze voorbeelden zijn ook direct verschillen aan-gegeven. De TV-grafiek die eenduidige informatie geeft die de kijker begrijpt en de cartoon die alleen aan iemand die zich er iets bij kan voorstellen informatie kan geven en die dan ook heel verschillend kan zijn. Sommige wiskundigen vinden de cartoon erg grappig, veel kinderen zien er de lol niet van in. Ze verstaan de taal nog niet zo goed.

Een pakket

Globaal gesproken is dit de achtergrond van een pakket "Grafiekentaal" (1) dat ontwikkeld is in het kader van de introductie in de algebra.

Eén van de mogelijkheden daarbij is de instap via grafieken. Kinderen worden in hun omgeving veelvuldig geconfronteerd met deze vorm van informatieoverdracht. De centrale vraag in het pakket is dan ook: Welke, in eerste instantie, globale informatie kan je allemaal uit een grafiek lezen en kan je zelf ook zo'n grafiek gebruiken om informatie op te slaan over iets wat je waarneemt of ervaart?

Leuke en lastige dingen

De Radboud-MAVO in Oldenzaal, docent Theo, en een brugklas van 28 leerlingen is het levende decor van één van de uitprobeermomenten van het pakket.

Jans zit in bad. In het begin is het water heerlijk warm, maar na verloop van tijd is het toch niet zo lekker meer.

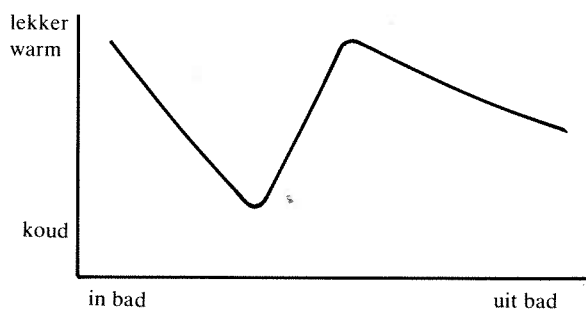
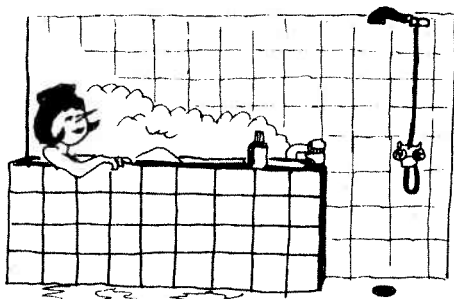


fig. 3

Met de grafiek laat Jans zien hoe de temperatuur van het badwater verliep tijdens het baden.

De leerlingen werken in groepjes van vier en hebben allemaal een eigen pakketje om het antwoord of de redenering te noteren.

De vraag luidt: Wat is er met de temperatuur van het badwater gebeurd?

Groepje van Monique:

"Als je warm water in bad doet koelt het af. Dan doet ze er na een tijdje weer warm water bij in. Na een tijd wordt het water weer koud en dan gaat ze uit bad."

Groepje van Jan:

"Jans zat in bad. Het water werd steeds kouder omdat het warme water verdampte. Toen ging ze haar haren wassen met warm water, dat water kwam weer in bad en het werd steeds weer warmer. Toen bleef ze er nog even in zitten en het water verdampte weer en het water werd langzamerhand kouder."

Je merkt dan dat de eigen ervaring die kinderen hebben duidelijk meespeelt bij het vertaalproces van die grafiek naar een of andere achterliggende situatie. Dat de leerlingen daarbij de grafiek in de leesrichting, van links naar rechts dus, volgen en een stukje van de grafiek dat "naar boven" loopt interpreteren als iets wat toeneemt is blijkbaar vanzelfsprekend, voor de leerlingen tenminste, ons valt het op.

Blijkbaar bevat zo'n grafiek, hoe globaal ook, of misschien juist daardoor, informatie over Jans in bad en als het proces appelleert aan gevoelens en ervaringen van henzelf, dan is het blijkbaar een vrij natuurlijk beschrijvingsmiddel. Iets dergelijks hebben we al eens eerder ervaren (2).

Is die situatie wat minder invoelbaar, of weet je er wat minder van, dan treden ook ineens andere mechanismen op. Dan wordt de grafiek soms ineens een plaatje van de situatie.

Zo komt, bij het tekenen van een grafiek van het temperatuurverloop in een keteltje water dat op het gas staat, het moment dat het water gaat koken. Een leerling die met het eerste deel van de grafiek geen enkele moeite heeft, vraagt dan ineens: "Moet ik nu ook al die belletjes erbij tekenen, meneer?" Daar sta je dan en je merkt dat hij het ook na je uitleg niet echt helemaal begrijpt.

Maar in situaties waarin de oorzaken van de veranderingen voor de leerlingen heel duidelijk zijn en zelfs eventueel door henzelf zouden kunnen worden veroorzaakt, daarin voelen ze zich heel goed thuis. Daar beginnen we dan ook mee.

Introductie

In het midden van de klas is een heel stuk leeggeruimd. Theo vertelt een verhaal over het humeur van een voetbalsupporter die naar de TV zit te kijken. Daar speelt zijn favoriete club tegen een heel sterke tegenstander. Al ver voor de wedstrijd zit hij op zijn plaats, in een uitstekende bui. We zullen ze eens een lesje leren, denkt hij. En daar begint het. Maar het zit niet altijd mee en zijn humeur varieert nogal naarmate zijn club minder of meer succesvol is. Vlak voor de pauze krijgen ze zelfs een strafschop tegen, maar gelukkig op de valreep slegen ze er nog een gelijk spel uit.

De leerlingen geven met hun hand in verticale richting aan in hoeverre zij zijn humeur beter (hoger) of slechter (lager) vinden. Het enthousiasme is groot. Als je met je hand niet hoger kunt, omdat je de uitwijkingen wat royaal genomen hebt, dan ga je gewoon op de bank staan en dan heb je weer wat meer speling. Deze manier van beschrijven is voor leerlingen vrij

natuurlijk naar het schijnt. Nu nog even vertalen naar een grafiek. Als observator verwacht je nu problemen bij het vertalen van een dergelijke verticale beweging in een tweedimensionaal gebeuren als een grafiek. Ook zal de beginstand wel moeilijkheden geven, net zoals de assen, en de nul.

Op de vloer in het midden van de klas ligt een groot assenstelsel van lange linialen.

Theo: "Hier heb je een touw. Ik vertel het verhaal nog een keer. Probeer het eens te laten zien in een grafiek."

Een tweetal leerlingen sjouwt met het touw op aanwijzing van de anderen.

"Waar moet ik nu beginnen met dat touw?"

"Nou, gewoon hier."

"Nee, hoger, anders komt het straks niet uit, want er valt nog een doelpunt voor de andere club en dan zakt z'n humeur."

En:

"Ik leg hem ongeveer zo hoog."

"Nee, lager, anders heb je straks geen touw genoeg."

De twee leerlingen lopen in de grafiek, de anderen kijken er van alle kanten tegenaan, op zijn kop, van de zijkant. Niemand lijkt er echter problemen mee te hebben.

De stap van verticaal naar tweedimensionaal is gemaakt en er is een tijd-hoogte (of aantal?; wat is een maat voor humeur?) – grafiek ontstaan.

Grootheden

In het verhaal wordt ingespeeld op intuïtieve begrippen bij leerlingen. De tijd is in het proces als vanzelfsprekend aanwezig en de andere grootheid is stapelbaar; hij laat zich vrij natuurlijk verticaal voorstellen. Je ziet dat bijvoorbeeld ook in een dergelijke opgave:

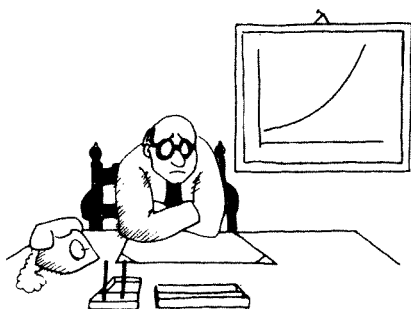


fig. 4

Wat zou deze grafiek te vertellen hebben?

Evenals vele volwassenen, noemen kinderen de tijd niet als ze moeten vertellen wat dit voor zou kunnen stellen. De tijd is impliciet aanwezig in hun antwoorden:

- de directeur van de school en de vernielingen die steeds toenemen;
- de baas: de schulden en lasten worden steeds groter;
- de werkloosheid stijgt;

en wat te denken van:

- de stijging van de verlaging van de inkomsten;

Bij dit soort wat meer open vragen kom je de meest verrassende en fantasierijke antwoorden tegen.

Deze grafiek vertelt over het verloop van 'iets'.

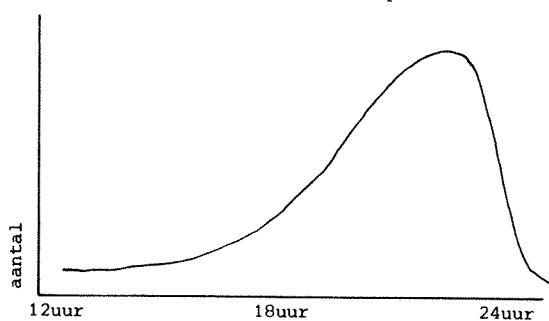


fig. 5

Wat zou dat "iets" kunnen zijn?

Vertel ook je overwegingen.

Zo vertelt deze grafiek volgens de leerlingen iets over:

- een bruiloft die om 12 uur begint voor de familie, na 6 uur ook voor vrienden en kennissen;
- het uitgaan 's avonds;
- het aantal lampen dat aan is;
- het aantal feestvierders;
- de stemming op een feest;
- het aantal films op de TV;
- het aantal mensen dat TV kijkt;
- het gebruik van elektriciteit;
- de mensen die naar bed gaan.

Natuurlijk kom je ook in andere zin opvallende antwoorden tegen:

- Je doet het licht ongeveer 18 uur aan, dan is het licht nog niet zo vol op gang en tussen 18 en 24 uur brandt de lamp het best en om 24 uur doen ze de lamp uit en gaan ze slapen.

Uit de keuzen van de leerlingen blijkt al dat de tweede grootheid meestal iets met hoeveelheid te maken heeft, een grootheid die zich blijkbaar tezamen met de tijd gemakkelijk in een grafisch beeld laat verwerken.

Periodiciteit

Een ander begrip wat in eerste aanleg bij kinderen aanwezig lijkt, is de periodiciteit.

In het pakket moeten de leerlingen proberen vanuit hun ervaring deze grafiek af te maken:

Hieronder zie je het verloop van de temperatuur op 14 mei, een normale heldere dag. De grafiek is getekend van 's morgens 4 tot 's avonds 18 uur.

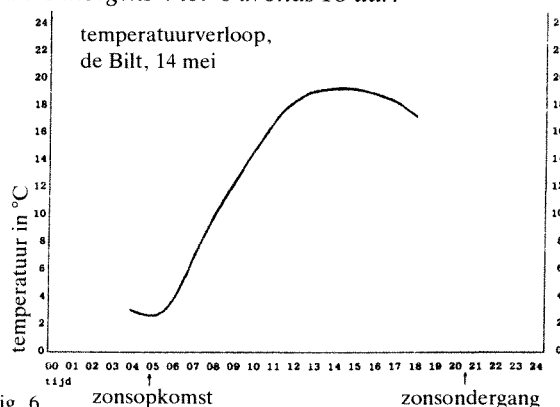


fig. 6

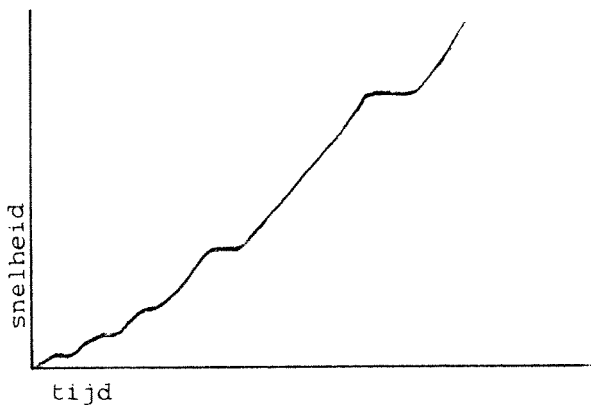


fig. 10

Blijkbaar is de probleemstelling niet zo moeilijk, dat blijkt wel uit de oplossingen, maar hier is het juist de situatie die voor problemen zorgt. In het plaatje zie je de afgelegde weg, terwijl je de snelheid moet ervaren. Wil je dus een tijd-snelheid-grafiek kunnen maken, dan moet je eigenlijk af kunnen zien van de situatie zelf met de bochten, de straatjes en de afgelegde weg. En dat valt nog niet mee. Nu zie je dan ook veel grafieken die lijken op een combinatie van een tijd-afstand-grafiek en een tijd-snelheid-grafiek. Hetzelfde verschijnsel zie je ook bij het omgekeerde optreden.

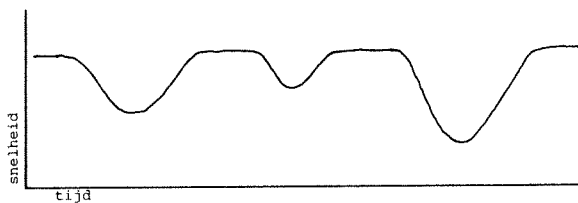


fig. 11

Dit is de grafiek van de snelheid van een race-auto op een race-circuit. Het gaat over het tweede rondje. Teken het circuit.

Onderzoekingen met een dergelijk probleem hebben al aangetoond hoe moeilijk zo iets is voor 12-13 jarigen (o.a. Janvier). Je moet eigenlijk eerst die snelheid vertalen in een afgelegde weg waarbij een deuk in de grafiek een bocht betekent, waarvan de plaats weer afhankelijk is van de afgelegde weg. Kortom een redelijk complex probleem. Veel leerlingen produceren dan ook circuits die nergens op lijken. We wachten met spanning op verdere ervaringen met het pakket, omdat dit nu zo'n punt is waarop veel geëxperimenteerd moet worden, om duidelijk aan te kunnen geven hoe je dergelijke problemen goed kunt aanbieden aan de leerlingen.

De laatste bladzijde

Dat de opgaven waarin de snelheid een rol speelde weinig indruk gemaakt hebben, kun je ook zien aan de antwoorden op de laatste bladzijde.

De bedoeling is hier wat meer af te zien van de koppeling grafiek-situatie en wat algemener naar de kenmerken te kijken. De leerlingen blijken hier nauwelijks problemen mee te hebben en kunnen bij de tweede

vraag meestal erg verrassende, maar acceptabele antwoorden geven, ofwel uit hun eigen fantasie, ofwel door terug te zoeken in het pakket. Antwoorden waarbij de snelheid een rol speelt zijn we niet meer tegengekomen.

Wat hoort bij elkaar? Zoek de letter bij de cijfers.

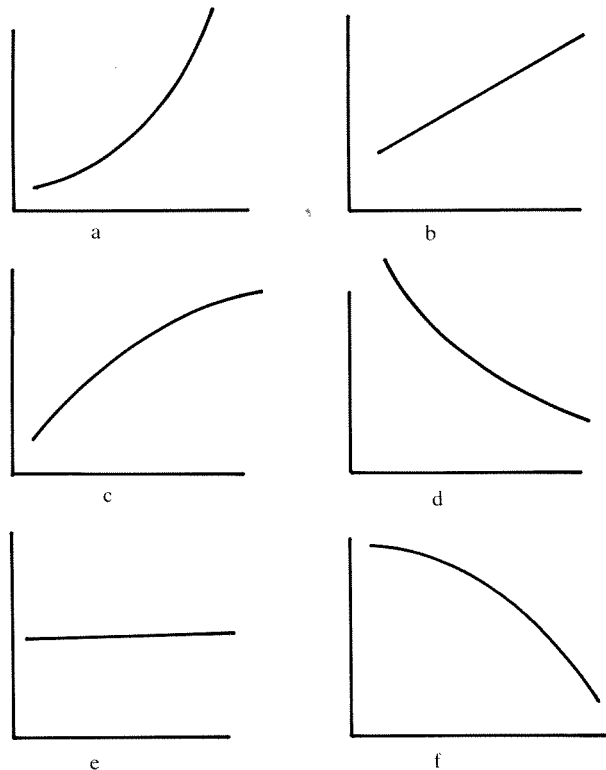


fig. 12

- e 1) geen verandering
- a 2) steeds snellere stijging
- f 3) steeds snellere daling
- b 4) gelijkmatig stijgend
- c 5) verminderende toename
- d 6) steeds langzamer dalend

Geef bij a) tot en met f) een voorbeeld. Verzin ze zelf of blader terug in dit pakketje.

- a) hoeveel mensen er geen werk hebben
- b) meer mensen naar het buitenland
- c) aantal geboorten
- d) olie vraag steeds minder
- e) temperatuur in de koelkast
- f) minder zieken

Tenslotte

In het proces van mathematiseren, het vertalen van probleemsituaties uit de werkelijkheid in wiskundige taal, spelen globale kenmerken een belangrijke rol. Het direct kunnen vasthouden van relevante informatie, zonder eerst allerlei metingen en berekeningen te hoeven uitvoeren, is daarbij van wezenlijke betekenis. De grafiek wordt een communicatiemiddel om beknopte informatie direct op te slaan. En als je de taal ervan verstaat, dan kun je die informatie lezen. Een

grafiek is echter een wiskundig middel en daarom slechts één van de middelen waarmee verschijnselen in de werkelijkheid beschreven kunnen worden. Omdat over "het weer" op velerlei manieren gecommuniceerd kan worden, is dit onderwerp als instap voor het pakket gekozen.

De, aan het begin van dit artikel genoemde, TV-grafiek speelt in dit verband een belangrijke rol, ook al omdat dit één van de grafieken in de omgeving is waarbij een globale indruk zo belangrijk is.

Een andere grafiek die in dit verband ook in het pakket wordt gebruikt is die van de dagelijkse gang van de temperatuur. Het veranderen van die grafiek aan veranderde weersomstandigheden gaat over in globale grafiekjes van andere verschijnselen, waarin de temperatuur een rol speelt. Steeds zijn het verschijnselen waarin veranderingen centraal staan, en wel veranderingen waarvan de oorzaken begrijpelijk zijn voor kinderen. Dat de tijd, als één van de variabelen, dan altijd een rol speelt is hier een gevolg van.

Dat er ook over verschijnselen waar de temperatuur geen rol speelt informatie in een grafiek kan worden vastgelegd, wordt in de rest van het pakket aangesneden. De tweede grootheid is er echter altijd een die zich gemakkelijk door kinderen verticaal laat voorstellen (hoogte, aantal temperatuur). Slechts aan het

eind van het pakket wordt aandacht besteed aan voor kinderen aanmerkelijk lastiger grafieken, zoals tijdsnelheid-grafieken.

Het pakket eindigt tenslotte met een aantal opgaven waarin aandacht wordt besteed aan de vaardigheid om wat af te zien van de verschijnselen zelf. De grafiek wordt nu meer als een object gezien waarin bepaalde kenmerken als dalen, stijgen, ongeacht het verschijnsel zelf, iets betekenen als "het af- en toenemen van iets".

Zonder er op deze plaats diep op in te gaan moet nog wel vermeld worden dat ook de micro-computer op twee plaatsen een belangrijke rol speelt in het pakket. Er zijn twee programma's ontwikkeld die begripsondersteunend werken en aanvulling geven op het papieren leerlingenmateriaal. Een duet voor pakket en micro. Op een andere plaats wordt hier uitvoerig over verteld (3).

- (1) Het pakket is ontwikkeld door de projectgroep wiskunde 12-16 jaar van de SLO te Enschede.
- (2) Krabbendam, H., *Globaal of lokaal?* Nieuwe Wiskrant, jrg. 1 nr. 4, 1982, p. 10-14.
- (3) Speelpenning, J. *Over microcomputers, watermeters, badkuipen en couveuse*. Elders in dit nummer.