

# Breien met wiskunde\*

Cecile Maurer-Crutzen

St. Maartenscollege, Maastricht

## Samenvatting

Als er al contexten worden gebruikt binnen het wiskunde-onderwijs, zijn deze vaak nogal betrokken op de jongenswereld. Voetbal, auto's, vliegen zijn enkele voorbeelden die de schrijfster noemt.

Dit artikel levert het bewijs dat ook meer vrouw-vriendelijke contexten rijke mogelijkheden bieden tot fraai wiskunde-onderwijs. Een artikel dat met name de mannelijke lezers aangeraden kan worden.

## Summary

Knitting a jersey offers an opportunity to do a lot of mathematics. Usually the contexts found in math-books have a rather heavy male component.

The author mentions cars, soccer, flying.

To motivate girls as well, this article offers a fine opportunity: almost everyone is interested in knitting or knows a friend who is interested. Simple problems like: how to knit a circle on a jersey are more complicated than a non-knitter would guess.

Het idee om breien met wiskunde te verbinden ontstond bij mij in een derde klas van het VWO, in een periode waarin de eerstegraadsfunctie behandeld werd. In die derde klas zaten een aantal meisjes, die ook wel vragen over het betreffende wiskunde-onderwerp stelden, maar de vragen over mijn truien, die mijn moeder of zusje voor mij gebreid hadden, waren veel gedetailleerder en klonken in mijn oren erg ingewikkeld.

De wiskundevragen kon ik meestal bevredigend beantwoorden, maar op de breivragen moest ik het antwoord schuldig blijven. Het enige breiwerk dat ik ooit gemaakt had, was een zeer langdradige pannelap. Toch herkende ik in menig breiwerk de eerstegraadsfunctie. Mijn moeder minderde bij armsgaten een constant aantal steken per pen en ik tekende op het bord de trapfunctie met een constante daling (zie fig. 1).

Mijn motivatie om breien aan wiskunde te koppelen, was de aanwezige belangstelling van de leerlingen voor het breien te laten uitmonden in een grotere belangstelling voor wiskunde. Zou het werken met breipatronen geen goed alternatief kunnen zijn voor de vele voorbeelden waarin auto's, voetbalvelden, vliegtuigen etc. voorkomen? Het door elkaar gebruiken van zogenaamde "vrouwelijke" en "mannelijke" onderwerpen zou van wiskunde een vak kunnen maken voor iedereen (1). Breien is een onderwerp voor alle leerlingen. Als de leerling zelf al niet breit, is er altijd wel iemand in zijn of haar directe omgeving, die wel breit. Nadat ik een breiboek (2) voor beginners gekocht had, ontdekte ik dat breien een groot aantal wiskunde activiteiten vereist, die passen in het leerplan. Ik zal dit in het volgende deel van dit artikel uitwerken.

## De steekverhouding

Het begrip steekverhouding is een van de weinige begrippen, die je vooraf moet weten om breien te kunnen gebruiken als context voor wiskunde.

Het aantal steken dat in de eerste pen wordt opgezet is bepalend voor de breedte van het breiwerk. Het aantal gebreide pennen bepaalt de hoogte van het breiwerk. Bij elke beschrijving van een breipatroon wordt aangegeven, hoeveel steken gebreid zijn voor 10 cm breedte en hoeveel pennen gebreid zijn voor 10 cm hoogte. Bijvoorbeeld als je voor een breedte van 10 cm 25 steken moet opzetten en voor een hoogte van 10 cm 45 pennen moet breien, dan is de steekverhouding 25 : 45. Het is dus ook de verhouding tussen de breedte

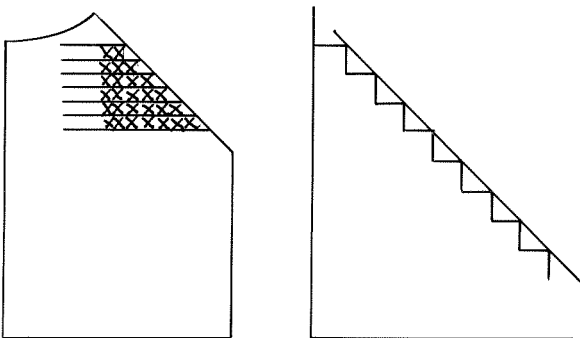


fig. 1

\*Voordracht gehouden op de vijfde landelijke dag van de groep "Vrouwen en Wiskunde", 8 oktober 1983, Utrecht.

en de hoogte van een steek. Als je een proeflap van 10 cm bij 10 cm breed, wijkt het aantal steken en pennen meestal af van de steekverhouding uit de breibescrijving. Deze afwijking wordt veroorzaakt door het soort garen, de dikte van de breinaalden of de breistijl. Als je nu hetzelfde resultaat wilt hebben als uit de breibescrijving, moet je vaak heel wat rekenwerk verrichten om de breibescrijving aan te passen aan je eigen steekverhouding.

## Het eerste breiwerk: de driekleuren sjaal

Een eenvoudig breibegin is een sjaal, gemaakt van drie kleuren wol: rood, wit en blauw. (fig. 2)

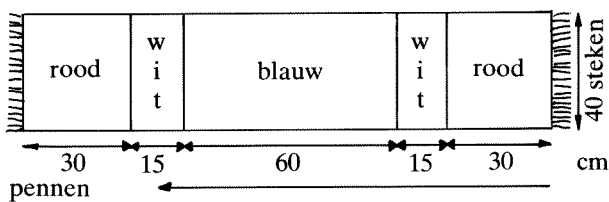


fig. 2

In de breibescrijving uit het breiboek staat, dat je in de eerste pen 40 steken moet opzetten. Het proeflapje van 10 bij 10 cm uit de beschrijving heeft een steekverhouding van 25 steken bij 45 pennen. De hoeveelheid wol voor de hele sjaal is ongeveer 250 gram. Het eigen proeflapje van 10 cm heeft een steekverhouding van 30 steken bij 50 pennen. Met behulp van evenredigheids-schema's kun je de beschrijving uit het breiboek aanpassen aan je eigen steekverhouding.

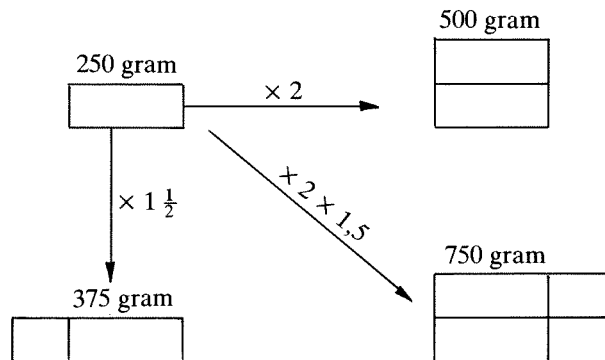
- Het aantal op te zetten steken.  
 $\frac{40}{25} \times 10$  cm is de breedte van de sjaal uit de beschrijving.  
 De verhouding  $\frac{40}{25}$  is gelijk aan de verhouding  $\frac{48}{30}$ .  
 Dus zelf moet je in plaats van 40 steken, 48 steken opzetten.
- Het aantal te breien pennen van de verschillende kleuren.  
 In sommige breipatronen staat de hoogte van de verschillende kleuren in cm aangegeven. Soms is het aantal pennen aangegeven. Met behulp van het volgende evenredigheids-schema, kun je het aantal pennen van de verschillende kleuren voor je eigen sjaal bepalen.

	proeflap	rood	wit	blauw	wit	rood
hoogte in cm	10	30	15	60	15	30
aantal pennen uit beschrijving	45	135	67,5	270	67,5	135
eigen aantal pennen	50	150	75	300	75	150

- De hoeveelheid wol van elke kleur.  
 In de breibescrijving staat een schatting voor de hoeveelheid wol, die je voor de hele sjaal nodig hebt.  
 Belangrijker is natuurlijk een schatting voor de hoeveelheid wol van de verschillende kleuren.

	hele sjaal	wit	rood	blauw
hoogte in cm	150	30	60	60
hoeveelheid wol in gram	250	50	100	100

- Het vergroten of verkleinen van de sjaal.  
 Als je de sjaal breder of langer wilt maken, heb je meer wol nodig, omdat de oppervlakte van de sjaal recht evenredig is met de hoeveelheid wol. Als de sjaal 1,5 maal zo lang en 2 maal zo breed wordt, heb je  $2 \times 1,5 \times 250$  gram wol nodig (fig. 3).



$$\begin{aligned} \text{Wol}_{\text{nieuw}} &= K_{\text{breedte}} \cdot K_{\text{lengte}} \cdot \text{Wol}_{\text{oud}} \\ \text{Oppervlakte}_{\text{nieuw}} &= K_{\text{breedte}} \cdot K_{\text{lengte}} \cdot \text{Oppervlakte}_{\text{oud}} \end{aligned}$$

fig. 3

Als je de sjaal breder wilt maken met dezelfde hoeveelheid wol, kun je het beste een steek als oppervlakte-eenheid kiezen. Voor de sjaal moest je aanvankelijk 48 steken opzetten en 300 pennen rood, 150 pennen wit en 300 pennen blauw (= 750 pennen) breien. De oppervlakte van de sjaal is dus  $750 \times 48$  steken = 36.000 steken. Het aantal steken en het aantal pennen zijn omgekeerd evenredig bij dezelfde hoeveelheid wol, net als de breedte en de lengte van een rechthoek bij dezelfde oppervlakte.

pennen	750	720	600	1200	500
steken	48	50	60	30	72
totaal aantal steken	36.000	36.000	36.000	36.000	36.000
hoeveelheid wol in gram	250	250	250	250	250

Met behulp van steken (s) en pennen (p) kan een nieuwe oppervlakte-eenheid worden geïntroduceerd: de sp. Mijn eigen proeflap had een oppervlakte van  $10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} = 1 \text{ dm}^2$  of wel  $30s \times 50p = 1500 \text{ sp}$ . De berekening van het aantal sp van een sjaal is eenzelfde soort opdracht als de berekening van het aantal tegels in een tegelvloer. Met behulp van de eenheid sp kan het kwadraat van de dm =  $\text{dm}^2$  aan betekenis winnen. Overigens mijn sjaal heeft dus een oppervlakte 36.000 sp of wel  $24 \text{ dm}^2$ .

Bij het breien van deze driekleuren sjaal zijn dus heel wat wiskundebegrippen gebruikt, die in het volgende schema zijn samengevat.

Breien	Wiskunde
aantal op te zetten steken	verhoudingen
aantal pennen	evenredig
steekverhouding	omgekeerd evenredig
	oppervlakte
hoeveelheid wol	oppervlakte eenheid
	oppervlakte vergroting

### Meerderden of minderen

Bij het begin van een voorpand van een trui ontstaat een armgat door steken te minderen (fig. 4). Hoeveel steken je per pen moet minderen hangt af van de steekverhouding.

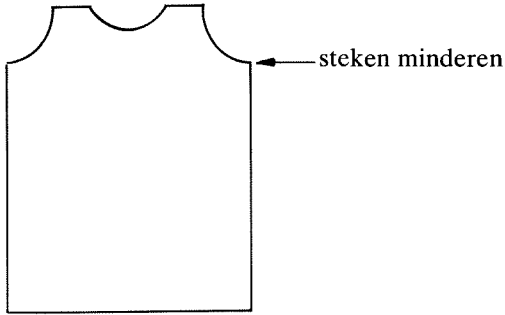
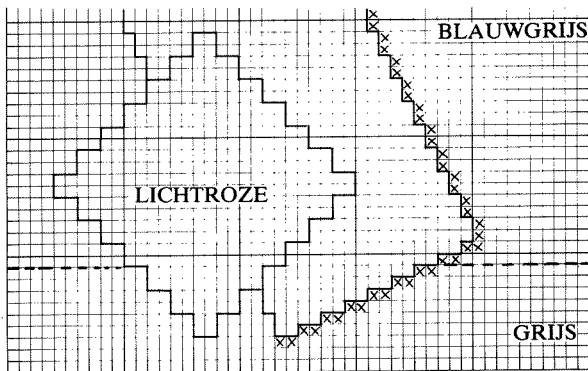


fig. 4

Bij het breien van figuren, bijvoorbeeld een rode cirkel in een blauwe trui, moet vooraf berekend worden hoeveel rode steken je per pen moet breien. Breifiguren worden ontworpen op ruitjespapier. Elk vierkant stelt dan een steek voor (fig. 5).



steekverhouding (Margriet 42, 21 okt. 1983)

19 steken  
21 pennen

fig. 5

Als je nu op ruitjespapier een cirkel ontwerpt, is het breiresultaat een ellips, omdat de breedte en de hoogte van een steek meestal niet even groot zijn (fig. 6).

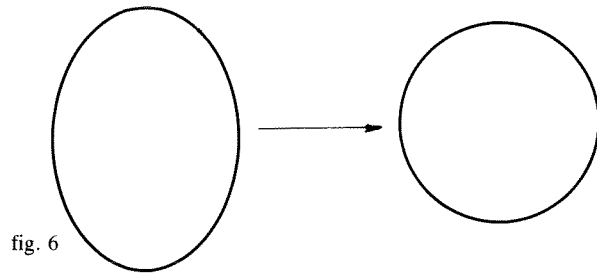
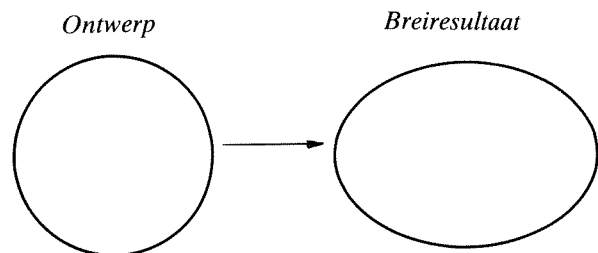


fig. 6

Je moet dus een ellips ontwerpen om een cirkel tot breiresultaat te krijgen.

Om goed te kunnen doorgronden welke invloed de steekverhouding heeft op het breiresultaat, beginnen we met een eenvoudig voorbeeld.

#### Voorbeeld 1

We zetten 10 steken op en we minderen een steek per pen. Met behulp van de functie  $f$ , kunnen we deze mindering beschrijven  $f: x \rightarrow 10 - x$  (zie fig. 7).

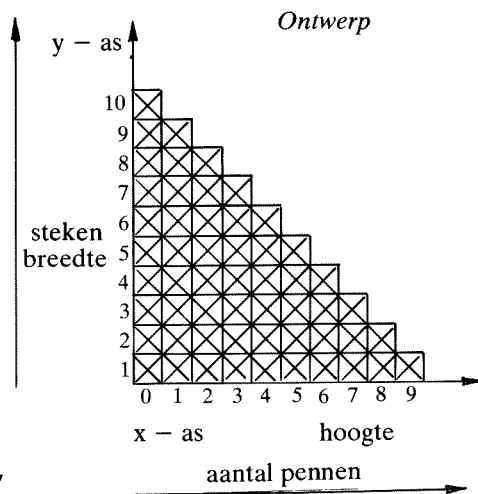


fig. 7

$f(7) = 3$  betekent dat in de 7e penregel, 3 steken worden gebreid. De 10 pennen zijn genummerd van 0 t/m 9.

Als de steekverhouding voor 10 cm breedte 25 steken en voor 10 cm hoogte 20 pennen is, dan is het breiresultaat een driehoekige lap met een breedte van 4 cm en een hoogte van 5 cm (fig. 8).

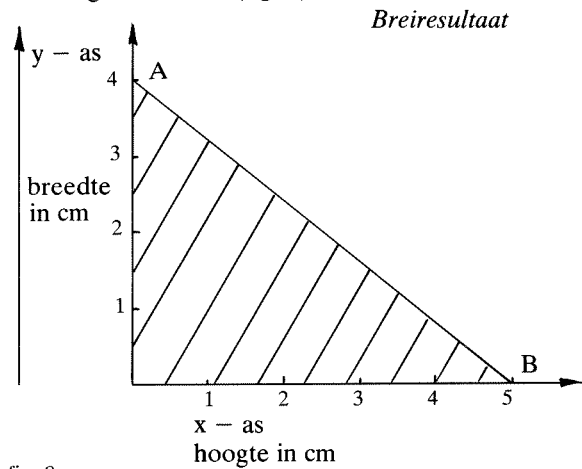


fig. 8

De rand AB kunnen we beschrijven met de functie  $g: x \rightarrow 4 - \frac{4}{5}x$   
 $g: \text{hoogte} \rightarrow \text{breedte}$

De grafiek van de functie  $g$  ontstaat uit de grafiek van  $f$  door vermenigvuldiging vanuit de assen.

Ontwerp  $f \xrightarrow[\text{Vermenigvuldiging, } x - \text{as, } f = \frac{10}{25}]{\text{Vermenigvuldiging, } y - \text{as, } f = \frac{10}{20}}$  Resultaat  $g$

Algemeen: steekverhouding  
 a steken voor 10 cm breedte;  
 b pennen voor 10 cm hoogte.

De resultaatfunctie  $g(x) = \frac{10}{a} f\left(\frac{b}{10}x\right)$

De ontwerpfunctie  $f(x) = \frac{a}{10} g\left(\frac{10}{b}x\right)$

**Voorbeeld 2**

Breibescrijving: 10 steken opzetten en 2 steken minderen per pen, steekverhouding 25 steken bij 20 pennen.

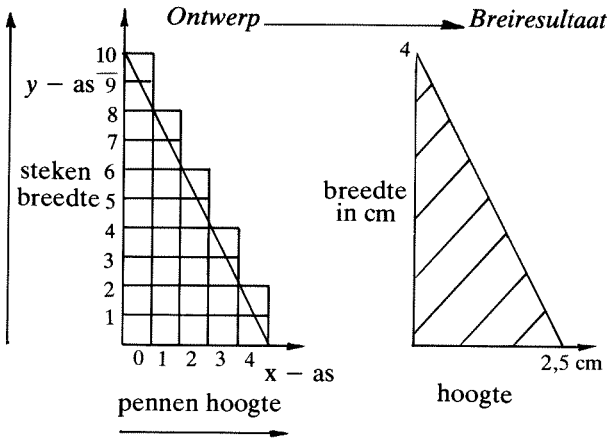


fig. 9

$f(x) = 10 - 2x \xrightarrow[\text{Verm. } x - \text{as, factor} = \frac{10}{25}]{\text{Verm. } y - \text{as, factor} = \frac{10}{20}} g(x) = 4 - \frac{8}{5}x$

**Voorbeeld 3**

Breibescrijving: 6 steken opzetten en per 2 pennen 1 steek minderen, steekverhouding 25 steken bij 20 pennen.

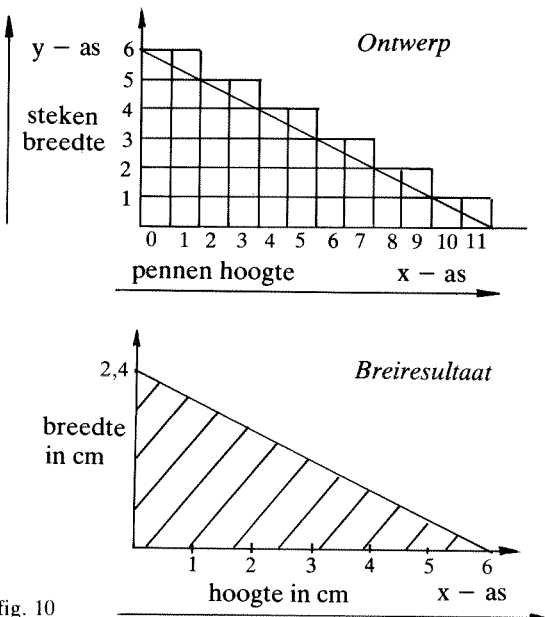


fig. 10

$f(x) = 6 - \frac{1}{2}x \xrightarrow[\text{Verm. } x - \text{as, factor} = \frac{10}{25}]{\text{Verm. } y - \text{as, factor} = \frac{10}{20}} g(x) = 2,4 - \frac{2}{5}x$

In de praktijk weet je de afmetingen van het breiwerk, dus het breiresultaat. De breibescrijving van het breipatroon moet worden ontworpen.

In bovenstaande voorbeelden is een wiskundig model gemaakt, dat de relatie tussen ontwerp en resultaat beschrijft.

In het volgende voorbeeld wordt onderzocht, hoe je regelmatig 50 cm kunt minderen over een hoogte van 50 cm. Het aantal steken, dat per pen geminderd moet worden is afhankelijk van de steekverhouding.

**Voorbeeld 4**

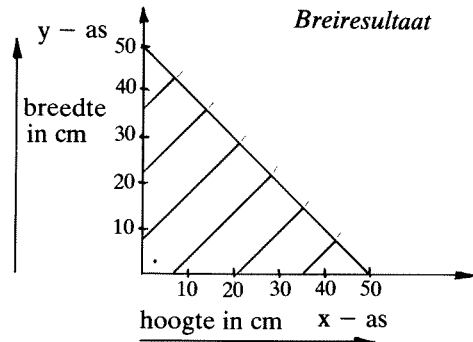


fig. 11

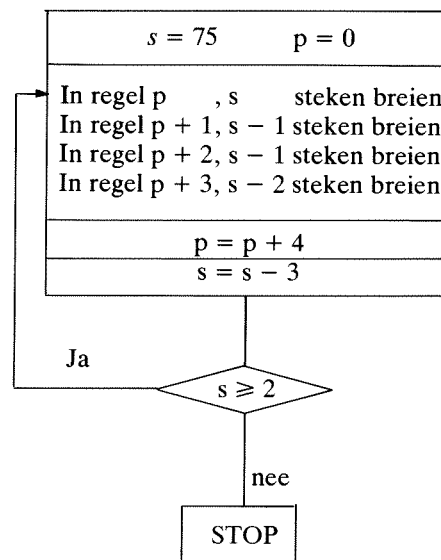
$g(x) = 50 - x$  (zie fig. 11). De steekverhouding van het gebruikte garen is voor 10 cm breedte 15 steken en voor 10 cm hoogte 20 pennen.

Vermenigvuldiging vanuit de  $y - \text{as}$  met factor  $\frac{20}{10}$   
 Vermenigvuldiging vanuit de  $x - \text{as}$  met factor  $\frac{15}{10}$

$f(x) = \frac{15}{10} \cdot g\left(\frac{10}{20}x\right)$

$f(x) = 75 - \frac{3}{4}x$

De ontwerpfunctie  $f$  schrijft dus de volgende breialgoritme voor. Om de 4 pennen herhaalt zich het patroon. Per 4 pennen worden 3 steken geminderd.



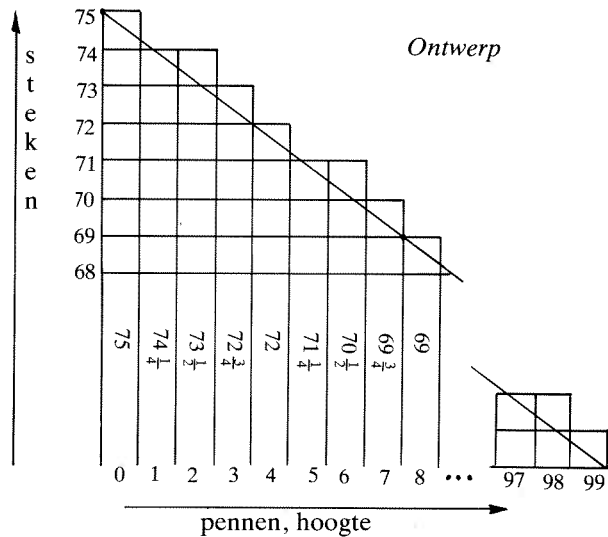


fig. 12

### Voorbeeld 5

Als de breedte en de hoogte van een steek nogal uiteenloopt, m.a.w., als de steekverhouding nogal van 1 afwijkt, moet er op ruitjespapier een ellips ontworpen worden voor het breien van een cirkel.

Figuur 13 is het ontwerp voor een kwart cirkel met straal 5 cm. De steekverhouding is voor 10 cm breedte 15 steken en voor 10 cm hoogte 25 pennen.

De vergelijking van de ellips is  $\frac{y^2}{9} + \frac{x^2}{25} = 6 \frac{1}{4}$

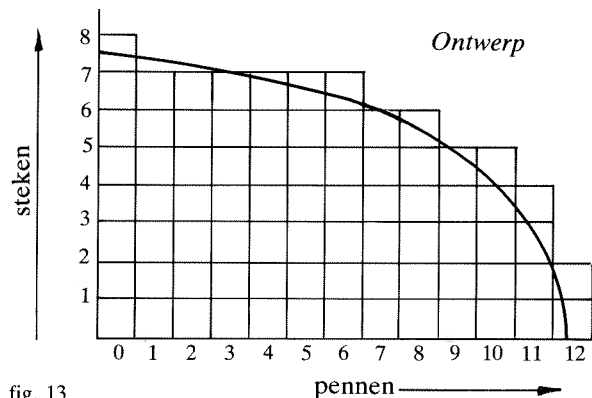


fig. 13

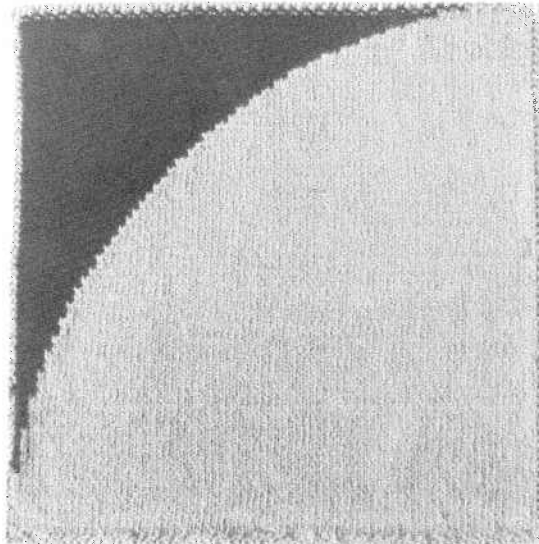
Door middel van spiegelingen en translaties, kan deze ellips in het midden van een ontwerp van het voorpand van een trui worden geplaatst.

In het volgende overzicht is aangegeven welke wiskunde-activiteiten nodig zijn bij het meerderen of minderen van steken in een breiwerk.

Breien	Wiskunde
ontwerpen van breipatroon	mathematiseren
steken minderen of meerderen	eerstegraadsfuncties functies algemeen grafieken as vermenigvuldigingen
breien met behulp van de patroonbeschrijving	toetsen in de praktijk van het wiskundige model

## De breipraktijk

Wiskundige modellen maken, is een leuke bezigheid, maar het is veel leuker, als het wiskundige model ook de praktijktoetsing doorstaat. Dus heb ik een kwart cirkel laten breien, met behulp van een door mij ontworpen breibescrijving. De computer heb ik het rekenwerk laten verrichten. De foto geeft het breiresultaat weer. Het resultaat lijkt verbluffend veel op een kwartcirkel.



Het wiskundige model voor het ontwerpen van patronen is niet alleen geschikt voor breipatronen. Een analogo probleem is het tekenen van grafieken op het scherm van een computer. De afstanden tussen de punten in de "high resolution mode" is in de horizontale richting niet gelijk aan de afstand tussen de punten in de verticale richting. Een cirkel tekenen op een scherm met behulp van de cirkelvergelijking, laat op het scherm een ellips zien.

## Breien, een knot wiskunde wol

Breien is een onderwerp, dat aansluit bij de ervaringswereld van leerlingen en vooral van meisjes. Er wordt wiskunde bedreven in een praktische probleemsituatie. Breipatronen kunnen vooraf worden berekend met behulp van wiskunde. Het proberen en weer uithalen van hele lappen breiwerk, kan door een wiskundig model worden voorkomen. Wiskunde bewijst zijn nut in een praktische situatie. Ook voor de leerling, die niet zelf kan breien is het een leuke ervaring om zijn of haar eigen trui te ontwerpen.

Breien is een onderwerp, waarin een wiskundig model gebruikt kan worden, dat de werkelijkheid goed benaderd. Breien is geschikt om een relatie tot stand te brengen tussen de vakken handvaardigheid en wiskunde. Het is dus een onderwerp, dat de kenmerken bezit, die in (1) geformuleerd zijn voor vernieuwend wiskundeonderwijs.

Dit artikel wil ik besluiten met nog enkele ideeën, hoe wiskunde kan samengaan met breien. Misschien inspireert het auteurs en docenten tot een keuze voor een onderwerp, waar meisjes ook eens een "steekje" voor hebben op jongens.

```

1 PRINT : PRINT : PRINT
5 PRINT "DIT IS DE BREIOPSCHRIJVING VAN EEN KWART CIRKEL"
6 PRINT "DE STRAAL VAN DE CIRKEL IS 40CM."
7 PRINT "DE STEEKVERHOUDING IS 19 STEKEN EN 30 PENNEN VOOR EEN PROEFLAP VAN
  AN 10CM BIJ 10CM ."
8 PRINT : PRINT : PRINT
10 DIM S(120)
20 FOR I = 0 TO 119
30 S(I) = INT (1.9 * 30R (1800 - I * J / 90) + 0.5)
40 PRINT I + 1;" PEN :";S(I);" BLAUWE STEKEN EN ";76 - S(I);" RODE STEKE
  N"
50 NEXT J
60 PRINT "-----"
70 PRINT
80 FOR R = 0 TO 119
90 FOR L = 1 TO S(R)
100 PRINT "$";
110 NEXT L
120 FOR K = 1 TO 76 - S(R)
130 IF 76 - S(R) = 0 GOTO 200
140 PRINT "X";
150 NEXT K
200 PRINT R + 1;"P"
210 NEXT R
220 END

```

Een deel van de uitvoer van dit programma, ziet er als volgt uit.

```

DIT IS DE BREIOPSCHRIJVING VAN EEN KWART CIRKEL
DE STRAAL VAN DE CIRKEL IS 40CM.
DE STEEKVERHOUDING IS 19 STEKEN EN 30 PENNEN VOOR EEN PROEFLAP VAN 10CM BIJ 10CM
:
62 PEN :65 BLAUWE STEKEN EN 11 RODE STEKEN
63 PEN :65 BLAUWE STEKEN EN 11 RODE STEKEN
64 PEN :65 BLAUWE STEKEN EN 11 RODE STEKEN
65 PEN :64 BLAUWE STEKEN EN 12 RODE STEKEN
66 PEN :64 BLAUWE STEKEN EN 12 RODE STEKEN
67 PEN :63 BLAUWE STEKEN EN 13 RODE STEKEN
68 PEN :63 BLAUWE STEKEN EN 13 RODE STEKEN
69 PEN :63 BLAUWE STEKEN EN 13 RODE STEKEN
70 PEN :62 BLAUWE STEKEN EN 14 RODE STEKEN
71 PEN :62 BLAUWE STEKEN EN 14 RODE STEKEN
72 PEN :61 BLAUWE STEKEN EN 15 RODE STEKEN
73 PEN :61 BLAUWE STEKEN EN 15 RODE STEKEN
74 PEN :60 BLAUWE STEKEN EN 16 RODE STEKEN
:
120 PEN :10 BLAUWE STEKEN EN 66 RODE STEKEN
-----
#####1P
#####2P
#####3P
:
#####XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX116P
#####XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX117P
#####XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX118P
#####XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX119P
#####XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX120P

```

- Het aantal steken van een breiwerk is evenredig met de oppervlakte van het breifiguur. In figuur 9 is het aantal steken gelijk aan de som van een rekenkundige rij. Het aantal steken is  $5 \times \frac{1}{2} (10 + 2)$ . De trapeziumregel is in figuur 9 zichtbaar. Het aantal steken in figuur 13 is een numerieke integratie van een functie.
- Breipatronen lijken erg veel op staafdiagrammen.
- Bij mindering van een steek per pen, ontstaat een hoek, waarvan de tangens van de hoek gelijk is aan de steekverhouding. Breilappen worden aan elkaar genaaid tot een plat geheel. Hoe moet je de hoek kiezen, zodat het breiwerk niet gaat "bobbelen"?
- Breilappen worden plat gebreid en vaak tot een driedimensionaal geheel (trui) aan elkaar gezet. De kop van een mouw heeft de vorm van een sinus-

- oïde.
- De gekozen kleurencombinatie in een breiwerk is een voorbeeld voor alle mogelijke combinaties, die er met verschillende kleuren te maken zijn.

### Literatuur

- (1) Dekker, R., P. Herfs, J. Terwel, *Wiskunde voor iedereen*, SVO-project 0.647, Vakgroep Onderwijskunde Utrecht, augustus 1983.
- (2) Gleitsmann, H., E.S. Schmidt, E. Türkis, *Breien voor iedereen*, ISBN: 90 210 19639, Zomer & Keuning Boeken B.V., Ede.

Met dank aan Tiny Crutzen-Delahaye en Alina Vis voor de vele breiadvies en breieresultaten.