Macht en tevredenheid in de Tweede Kamer

De politiek de wiskundeles in!

Mike Staring
K.L.S. Sittard

Samenvatting

Waar combinatoriek in de wiskunde van het HAVO en het VWO veelal uitsluitend wordt toegepast op de rijke context van het trekken van knikkers uit vazen, of het plaatsen van mensen aan allerlei vreemd gevormde tafels, zal het problematisch zijn leerlingen van het 'maatschappelijk belang' van enige vaardigheid in de combinatoriek overtuigd te doen geraken. Dit zou anders kunnen uitpakken wanneer bijvoorbeeld de telkunde zou opleveren dat sommige politieke partijen méér macht bezitten dan op grond van een evenredige verdeling gerechtvaardigd zou zijn, en andere (dus) minder.
Met name aanstaande sociologen en politicologen zouden dan eens kunnen zien en ervaren wat je met wiskunde in hun toekomstige vakgebied zoal kunt doen. Daarnaast, dunkt me, zou een dergelijke toepassing van de schoolwiskunde de belangstelling van ouders voor hetgeen er allemaal tijdens de wiskundeles gebeuren kan, in belangrijke mate kunnen doen toenemen...
Redenen te over, dus, om het maar eens te proberen.

Summary

Combinatorics is used to give some insight in the power of political parties. It shows that sometimes one has more power than could be expected, in other cases it turns out to be just the opposite. Especially sociologists and psychologists should know a little bit of this field of mathematics.
Politics in mathematics? Or mathematics in politics?
At least a much more stimulating context than the usual black and white balls in the high hat.

Verkenning

In de *Volkskrant* van 17 september 1984 werd CDA-fractieleider *De Vries* geciteerd in verband met mogelijke druk die zou zijn uitgeoefend op fractieleden van het CDA, die inzake het rakettenbesluit van 1 juni wel eens afwijkend stemgedrag zouden kunnen gaan vertonen. *De Vries* stelt volgens dat artikel onder meer dat de macht van een 'blok' groter is dan de politieke druk van een verzameling individuen.
Of, in zijn eigen woorden:

> De Vries zegt dat er in de Tweede Kamer sinds jaar en dag in fractieverband wordt samengewerkt „juist om – in het bijzonder op cruciale momenten – tot een vergroting van de uitgeoefende invloed te komen: een „blok" kan grotere politieke druk uitoefenen dan een verzameling eenlingen".

Kennelijk is het een politieke waarheid dat een partij met a% van de kamerzetels, meer 'invloed' kan uitoefenen – mits die partij maar als blok stemt – dan een willekeurig bijeengeraapte, even grote collectie kamerleden, die in het algemeen verdeeld zal stemmen. Deze waarheid wordt evident wanneer de betreffende partij meer dan 50% van de kamerzetels bezet: wat de rest ook stemt, het blok wint! In dit laatste geval kan gesteld worden dat het betreffende blok *alle* macht bezit.
De zaken worden ietwat gecompliceerder wanneer de partij minder dan 75 zetels bezet (hetgeen, gelukkig, met elke politieke partij het geval is). Om te achterhalen hoe in zulke gevallen de macht verdeeld is, moet nagegaan worden in welke omstandigheden door een partij of kamerlid druk kan worden uitgeoefend op andere partijen en/of kamerleden. In de volgende paragraaf zal een aantal eenvoudige situaties (met kleine aantallen) in dat licht geanalyseerd worden. Daarna wordt het model verder toegespitst op de omstandigheden in de Tweede Kamer.

Macht bij groepsgewijze beslissing

Uit het voorafgaande, en enige overdenking daarvan, komt naar voren dat politieke macht iets te maken heeft met het kunnen uitbrengen van de *doorslagge-*

vende stem vóór of tegen. Heb je die stem altijd in handen (doordat er sprake is van een blok met meer dan de helft van het aantal zetels), dan heb je alle macht, en heb je die stem nooit in handen, dan ben je machteloos. Veelal is er sprake van een soort 'tussensituatie', waarbij groepsleden een bepaalde *kans* hebben de doorslaggevende stem uit te brengen en waarbij zij dus een bepaalde mate van macht kunnen uitoefenen.

Veronderstel bijvoorbeeld dat een groep van zeven mensen regelmatig besluiten neemt bij meerderheid van stemmen. Iemand wordt geacht macht te 'bezitten' wanneer het voor die persoon mogelijk is, door verandering van zijn of haar beslissing, een 'winnende' coalitie te laten omslaan tot een 'verliezende'.
Wanneer verder wordt aangenomen dat er geen ideologische verschillen meespelen bij de besluitvorming, dan kan soms gesteld worden dat alle mogelijke coalities even waarschijnlijk zijn. Is er dan geen sprake van blokvorming, dan leert een symmetriebeschouwing dat elk van de leden met even grote waarschijnlijkheid macht kan uitoefenen (in die zin, dat zijn of haar stem er iets toe kan doen), dus dat elk lid ongeveer 14% van de macht heeft.

Wanneer daarentegen zich onder die zeven een blok van *twee* bevindt, verandert er iets aan de berekening. Elk van de vijf overige individuen bevindt zich in een machtspositie wanneer hij of zij behoort tot een coalitie met nog drie andere 'ongebondenen', óf tot een coalitie met het blok van twee plus één ongebondene. Noteren we het comité van zeven als {A, B, C, D, E, {F, G}}, waarbij {F, G} het *blok* vormt, dan bevindt A zich dus in een machtspositie, in de volgende gevallen van coalitievorming:

A mét {B, C, D}	A mét {{F, G}, B}
A mét {B, C, E}	A mét {{F, G}, C}
A mét {B, D, E}	A mét {{F, G}, D}
A mét {C, D, E}	A mét {{F, G}, E}

Dit zijn precies alle mogelijke coalities van *vier* (d.i. een meerderheid), waarbij A door verandering van beslissing een coalitie van *drie* (een minderheid) zou achterlaten.

Het blok {F, G} bevindt zich in een machtspositie in de volgende gevallen:

{F, G} mét {A, B}	*maar ook:*
{F, G} mét {A, C}	{F, G} mét {A, B, C}
{F, G} mét {A, D}	{F, G} mét {A, B, D}
{F, G} mét {A, E}	{F, G} mét {A, B, E}
{F, G} mét {B, C}	enz.
{F, G} mét {B, D}	...
{F, G} mét {B, E}	...
{F, G} mét {C, D}	...
{F, G} mét {C, E}	tot en met
{F, G} mét {D, E}	{F, G} mét {C, D, E}

Waar dus een individueel stemmend lid (b.v. A) in *acht* mogelijke coalities macht kan uitoefenen, kan een blok van twee (nl. {F, G}) dat in twintig gevallen. Onder de veronderstelling dat alle mogelijke coalities even waarschijnlijk zijn (d.i. de conditie van *Banzhaf*), kan een blok van twee dus in twee en een half keer zoveel (even waarschijnlijke) gevallen de uitslag beïnvloeden als dat dit mogelijk is voor een individu en heeft een blok van twee dus twee en een half keer zoveel macht als een individu.

Zij nu x het aandeel van de macht van elk ongebonden individu, dan is de macht van het blok gelijk aan $2\frac{1}{2}x$. Normeert men de totale macht op 100%, dan geldt: $5x + 2\frac{1}{2}x = 100\%$, dus $x \approx 13{,}3\%$ en $2\frac{1}{2}x \approx 33{,}3\%$.
Uit het voorafgaande valt te concluderen dat een duo, dat besluit in het vervolg als *blok* te stemmen, daarmee een *machtsuitbreiding* realiseert van zo'n 5% (van 28% naar 33%) van het totaal: een *relatieve* winst van ruim 17%!

Tevens worden ze *meer tevreden*, in die zin, dat het relatief vaker zal voorkomen dat het zevental een beslissing neemt waar het blok het mee ééns is.
Wanneer namelijk geen blokvorming is opgetreden, dan zal een individu tevreden zijn met de groepsbeslissing, wanneer dat individu (zeg B) zich in een (niet noodzakelijk minimale) winnende coalitie bevindt; en dat is zo in de volgende gevallen:

B mét {...}; B mét {....}; B mét {.....}; B mét {......}

Even rekenen levert $\binom{6}{3} + \binom{6}{4} + \binom{6}{5} + \binom{6}{6}$ van zulke situaties; dat zijn er $20 + 15 + 6 + 1 = 42$.
Daarentegen zal B *on*tevreden zijn in geval B behoort tot een verliezende coalitie:

B mét {..}; B mét {.} of B helemaal alleen.

Ontevreden is B dus in $15 + 6 + 1 = 22$ mogelijke situaties. Wanneer alle mogelijkheden weer even waarschijnlijk zijn, is B dus tevreden in zo'n $\frac{42}{42+22} * 100\% \approx 66\%$ van de gevallen. Deze berekening geldt uiteraard voor elk ander groepslid evenzeer.

Bestuderen we de mate van tevredenheid in geval van blokvorming, dan dienen we zowel te kijken naar de individuele leden als ook naar het blok. In tegenstelling tot macht, is tevredenheid namelijk niet iets waarvoor behoudswetten zouden moeten gelden.
Allereerst het blok {F, G}. Dat blok is tevreden in $\binom{5}{2} + \binom{5}{3} + \binom{5}{4} + \binom{5}{5} = 10 + 10 + 5 + 1 = 26$ mogelijke situaties, en ontevreden in $\binom{5}{0} + \binom{5}{1} = 6$ mogelijke situaties, dus al met al tevreden met $\frac{26}{26+6} * 100\% \approx 81\%$ van de genomen beslissingen.
Vervolgens een individu. Een ongebondene is tevreden met:

$$\underbrace{\binom{4}{3} + \binom{4}{4}}_{\substack{\text{zonder}\\ \{F,\,G\}}} + \underbrace{\binom{4}{1} + \binom{4}{2} + \binom{4}{3} + \binom{4}{4}}_{\substack{\text{met}\\ \{F,\,G\}}} = 4 + 1 + 4 + 6 + 4 + 1 = 20$$

mogelijke uitkomsten van de besluitvorming, en ontevreden in:

$$\underbrace{\binom{4}{0} + \binom{4}{1} + \binom{4}{2}}_{\substack{\text{zonder}\\ \{F,\,G\}}} + \underbrace{\binom{4}{0}}_{\substack{\text{met}\\ \{F,\,G\}}} = 1 + 4 + 6 + 1 = 12$$

mogelijke situaties.

Een individueel lid is dus nog slechts tevreden in $\frac{20}{20+12} * 100\% = 62\frac{1}{2}\%$ van de gevallen.

Het volgende schema vat de tot nu toe verkregen resultaten samen:

	vóór de vorming van een blok van twee	nà de vorming van een blok van twee
macht per individu	14,2%	16,6% voor 'bloklid' 13,3% voor ongebondene
relatieve frequentie van instemming met besluit	66%	81% voor 'bloklid' 62½% voor ongebondene

Deze resultaten verdienen enige nuancering. In het algemeen zullen niet opeens twee leden besluiten om samen een blok te vormen, maar zal er sprake zijn van een naar-elkaar-toegroeien van dat tweetal. Daardoor zal langzamerhand zowel hun macht als hun tevredenheid groeien in de richting van de maxima die voor blokleden in de rechterkolom vermeld staan. Er zal dus meestal niet sprake zijn van 'het één of het ander'. Verder is het vermoedelijk goed op te merken dat de leden *in* een blok het niet *altijd* met elkaar eens hoeven te zijn, zodat in werkelijkheid de 81% uit de rechterkolom vaak niet gehaald zal worden.

Een tweede voorbeeld: veronderstel een commissie van *zes* neemt besluiten aan met meerderheid van stemmen; in geval de stemmen staken, beslist de voorzitter. Neem aan dat A de voorzitter is en dat B, C, D, E en F de overige leden zijn.

De voorzitter oefent macht uit in de volgende situaties:

A mét {..} en A met {...}, dus in $\binom{5}{2}+\binom{5}{3}=10+10=20$ mogelijke gevallen.

Een 'gewoon' lid B van het comité kan zijn of haar invloed doen gelden wanneer de coalitie er als volgt uitziet:

B mét {.A} en B met {...|.≠A}, dat is in $\binom{4}{1}+\binom{4}{3}=4+4=8$ mogelijke situaties.

Is elke coalitie weer even waarschijnlijk als alle andere, dan is de voorzitter $\frac{20}{8}=2\frac{1}{2}$ keer zo machtig als een gewoon lid, hetgeen betekent dat ieder gewoon lid ongeveer 13,3% van de macht heeft en de voorzitter 33,3%. Deze uitkomsten vertonen nogal wat overeenkomst met die van het voorbeeld van het blok van twee in een commissie van zeven, en dat is geen toeval. Ziet u waarom? En gaat het ook weer zo met de tevredenheid?

Nog een voorbeeld: een comité van zes neemt slechts dan voorstellen aan, wanneer tenminste vier leden vóór zijn. In alle andere gevallen wordt het voorstel verworpen. (Vgl. de ratificatie van verdragen door de Amerikaanse senaat). Veronderstel dat zich binnen het comité een blok van twee heeft gevormd, zeg {E ,F}, en dat de overige leden geen deel uitmaken van enig blok. In dit soort gevallen moet er rekening mee worden gehouden dat een winnende coalitie vóór het voorstel beduidend anders van samenstelling kan zijn dan een winnende coalitie tégen het voorstel.

Een niet-gebonden lid, zeg A, maakt dan deel uit van een winnende coalitie vóór het voorstel, en kan daarbij van invloed zijn in de gevallen:
A mét {B, C, D} en A met {{E, F},.|.=B of.=C of.=D}, terwijl A macht heeft in een winnende coalitie *tegen* het voorstel bij de situaties:
A mét {E, F} of A mét een tweetal disjunct met {E, F}.
Al met al zijn er dus $\binom{3}{3}+\binom{3}{1}+\binom{1}{1}+\binom{3}{2}=8$ mogelijke situaties waarin A's beslissing van invloed is.
De beslissing van het blok {E, F} is doorslaggevend in de volgende gevallen:

vóór: {E, F} mét een tweetal anderen, of {E, F} mét een drietal anderen;

tegen: {E, F} met één andere, of {E, F} met twee anderen.

Dat zijn bij elkaar $\binom{4}{2}+\binom{4}{3}+\binom{4}{1}+\binom{4}{2}=20$ mogelijkheden.
Het blok is dus $\frac{20}{8}=2\frac{1}{2}$ keer zo machtig als een gewoon lid. Dit houdt nu echter niet in dat een gewoon lid 13,3% van de macht heeft en het blok 33,3%! Thans is het zo dat het blok ongeveer 38,4% van de macht binnensleept. Ook de *tevredenheid* van het blok blijkt aanmerkelijk groter te zijn dan die van individuele leden.

Wanneer uit de voorafgaande voorbeelden een (voorzichtige) conclusie getrokken mag worden, dan is het wel deze: door blokvorming verwerft men méér invloed en is men gemiddeld méér tevreden met het genomen besluit. De analyse ondersteunt dus de uitspraak van CDA-fractieleider *De Vries*.

De Tweede Kamer

Laat ons aannemen dat de leden van de CDA-fractie de 'samenwerking in fractieverband' veelvuldig (zullen) bedrijven. Volgens *De Vries* is dat wat anders dan een 'ontwikkeling naar een enge fractiediscipline' (De Volkskrant, d.d. 17-09-1984; zelfde artikel), waarbij nog opgemerkt wordt:

> De CDA-fractie onderscheidt zich op dat punt volgens De Vries juist positief van de andere grote fracties in de Tweede Kamer.

Dit eenmaal gegeven, kan vermoedelijk veilig verondersteld worden dat in de meeste (belangrijke) zaken elk van de drie grote fracties: PvdA, CDA en VVD als blok zal stemmen. Een analyse van een dergelijke situatie met drie blokken en een stuk of wat blokjes zou akelig gecompliceerd worden, ware het niet dat *elk tweetal* van de grote drie een kamermeerderheid bezit. Nu is de zaak dan ook geweldig gemakkelijk: PvdA, CDA en VVD souperen *alle* macht, en we hoeven dus geen rekening te houden met klein links, klein midden, klein rechts en de fascist. Hanteren we dan het model van de vorige paragraaf, dan zou geconcludeerd moeten worden dat elk van de drie

grote fracties goed is voor één derde deel van de macht. Nadere overwegingen leren echter, dat het model hier niet van toepassing is, omdat aan de voorwaarde, dat ideologische verschillen niet meespelen, niet voldaan is.
Een eerste benadering zou dan ook rekening moeten houden met een ordening van de drie fracties op de politieke lijn van links naar rechts. Dat zou als volgt kunnen.

Veronderstel dat de Kamer moet stemmen over een voorstel. De verschillende politieke ideeën van PvdA en VVD kunnen er dan toe leiden dat, naarmate het waarschijnlijker wordt dat de PvdA vóór zal stemmen, het tevens waarschijnlijker wordt dat de VVD tégen zal stemmen. Een eerste benadering kan dus zijn, de veronderstelling dat als de PvdA vóór stemt met kans p, de VVD vóór zal stemmen met kans $1-p$. De 'middenpositie' van het CDA zou kunnen betekenen dat het CDA met kans q – onafhankelijk van p – vóór zal stemmen. Deze veronderstellingen leveren de volgende waarschijnlijkheden van 'gelegenheidscoalities' op:

situatie	kans	gemiddelde
1. alledrie vóór	$p.q.(1-p)$	$\frac{1}{12}$
2. PvdA en CDA vóór; VVD tegen	$p.q.p$	$\frac{1}{6}$
3. PvdA en VVD vóór; CDA tegen	$p.(1-q).(1-p)$	$\frac{1}{12}$
4. CDA en VVD vóór; PvdA tegen	$(1-p).q(1-p)$	$\frac{1}{6}$
5. PvdA vóór; CDA en VVD tegen	$p.(1-q).p$	$\frac{1}{6}$
6. CDA vóór; PvdA en VVD tegen	$(1-p).q.p$	$\frac{1}{12}$
7. VVD vóór; PvdA en CDA tegen	$(1-p)(1-q)(1-p)$	$\frac{1}{6}$
8. alledrie tegen	$(1-p)(1-q).p$	$\frac{1}{12}$

Zijn p en q onafhankelijk, en uniform verdeeld, dan kunnen de gemiddelde kansen op gelegenheidscoalities benaderd worden. Zo wordt dan de gemiddelde kans op 'alledrie vóór':

$$\int_0^1 \int_0^1 p \cdot q \cdot (1-p)\,dp\,dq = \int_0^1 (p-p^2) \int_0^1 q\,dq\,dp =$$
$$= \tfrac{1}{2} \int_0^1 p - p^2\,dp = \tfrac{1}{2} \cdot \tfrac{1}{6} = \tfrac{1}{12} \;.$$

De uitkomsten van dit soort berekeningen zijn in de rechter kolom van het hierboven gegeven schema opgenomen.

Een analyse van de macht levert nu het volgende op:

- De PvdA kan invloed uitoefenen in de situaties 2, 3, 6 en 7; dat is in $(\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{12}+\frac{1}{6}=)$ de helft van alle mogelijke gevallen;
- het CDA kan haar invloed doen gelden in de gevallen 2, 4, 5 en 7, dus in *tweederde* van alle mogelijke situaties;
- de VVD kan – evenals de PvdA – in *50%* van alle gevallen invloed uitoefenen.

Onder de gestelde voorwaarden zou men dus moeten concluderen dat het CDA $(\frac{2/3}{1/2}) = \frac{4}{3}$ *maal zoveel macht* heeft als de PvdA of de VVD.
Even turven levert verder het inzicht dat PvdA en VVD elk in zo'n 67% van de gevallen instemmen met de uitslag, terwijl dat voor het CDA ruim 83% bedraagt. Het CDA zou dus *aanzienlijk vaker tevreden* zijn dan PvdA of VVD.

De laatste uitkomsten zijn niet geheel in overeenstemming met de werkelijkheid: onder het huidig gesternte zal het niet zo zijn dat PvdA en VVD in even grote mate ontevreden zijn. Er klopt dus iets niet aan de veronderstellingen.
Een wat beter model zou rekening houden met de samenstelling van de regering en met het regeerakkoord tussen CDA en VVD. Een voorzichtige stap in de richting wordt genomen, wanneer verondersteld wordt dat CDA en VVD met *dezelfde kans* een voorstel zullen aannemen (hetgeen natuurlijk niet wil zeggen dat ze steeds hetzelfde zullen stemmen!). Dit zou te verklaren zijn uit het gegeven, dat men het CDA ervan verdenkt terwille van haar coalitiepartner een stukje naar rechts te zijn opgeschoven, terwijl de VVD ook wel wat zal hebben moeten inbinden.
Terwille van een heldere oppositie zal de PvdA wel wat verder naar links zijn opgeschoven, zodat het wellicht al met al redelijk is te veronderstellen dat, wanneer CDA en VVD een voorstel met kans p zullen accepteren, de PvdA dat voorstel met kans $1-p$ zal ondersteunen. Doorrekenen van deze veronderstellingen leidt tot de volgende tabel:

situatie	kans	gemiddelde
1. alledrie vóór	$p^2(1-p)$	$\frac{1}{12}$
2. *PvdA en CDA vóór; VVD tegen*	$p(1-p)^2$	$\frac{1}{12}$
3. PvdA en VVD vóór; CDA tegen	$p(1-p)^2$	$\frac{1}{4}$
4. CDA en VVD vóór; PvdA tegen	p^3	$\frac{1}{4}$
5. PvdA vóór; CDA en VVD tegen	$(1-p)^3$	$\frac{1}{12}$
6. CDA vóór; PvdA en VVD tegen	$p^2(1-p)$	$\frac{1}{12}$
7. VVD vóór; PvdA en CDA tegen	$p^2(1-p)$	$\frac{1}{12}$
8. alledrie tegen	$p(1-p)^2$	$\frac{1}{12}$

Nadere analyse van de getallen in de tabel levert het inzicht dat, onder de gestelde voorwaarden, zowel VVD als CDA ongeveer:

$$\frac{(\frac{1}{12}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{12})}{(\frac{1}{12}+\frac{1}{12}+\frac{1}{12}+\frac{1}{12})} = 2 \text{ maal zoveel macht bezit als}$$

de PvdA.

Ook de tevredenheid is ietwat ongelijk verdeeld. De beide coalitiepartners zijn in zo'n $(\frac{1}{12}+\frac{1}{12}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{12}+\frac{1}{12}) * 100\% \approx 83\%$ van alle gevallen tevreden met de uitkomst, terwijl dat voor de PvdA slechts in zo'n 50% van de situaties het geval zou zijn.

Wanneer dus van de hierboven gegeven analyse *iets* klopt, dan hebben CDA en VVD weinig reden tot klagen, dit in tegenstelling tot de PvdA. Het is echter wat àl te overhaast om de conclusies absolute geldigheid toe te meten. Hierboven is slechts sprake van *modelvorming*: het stroomlijnen van een aantal gegevenheden en gedachten in de richting van een wiskundige voorstelling van zaken. Vooraleer men de resultaten die voortvloeien uit dit model zou willen accepteren, is het noodzakelijk de diverse veronderstellingen en tussenresultaten (zoals de tabellen) te toetsen aan de realiteit en, waar nodig, bij te stellen. Een dergelijke toetsing zou kunnen plaatsvinden aan de hand van verslagen van de 'Handelingen' van de Tweede Kamer. Op deze plaats zal hier verder niet op worden ingegaan. Het moge echter duidelijk zijn dat enige *empirische studie* de hypothetische kanstabellen kan doen inruilen voor realistische 'relatieve-frequentie-tabellen'.

En in de klas?

De analyse van de voorafgaande twee paragrafen is niet zonder meer transplanteerbaar naar de wiskundeles in 5VWO. Veeleer kan het verhaal worden beschouwd als wat achtergrondinformatie voor de geïnteresseerde docent(e). Een en ander wil echter *niet* zeggen dat de grondslagen van het model niet goed toegankelijk zouden zijn voor leerlingen die wiskunde A in hun pakket hebben opgenomen. Het idee dat politieke macht samenhangt met het kunnen veranderen van een winnende (gelegenheids-)coalitie in een verliezende coalitie is niet vergezocht of overdreven abstract, evenals de notie dat politieke tevredenheid verband houdt met het (gemiddelde) aantal malen dat voorstellen waar men het zelf mee eens is, door de gemeenschap worden aangenomen.
Mét deze twee grondbegrippen én een middagje turven, zijn een hoop spannende zaken door leerlingen te onderzoeken; twee voorbeelden:

- Hoe zit het met de verdeling van de macht en met de tevredenheid in de gemeenteraad van de woonplaats van de leerlingen?
- Hoe machtig en hoe tevreden is de leerlingengeleding in de medezeggenschapsraad?

Het lokale dagblad en de schoolkrant zullen in de uitkomsten zeker geïnteresseerd zijn!

Bibliografie

* De *citaten* stammen uit het artikel door W. Joustra, *'De Vries acht stappen tegen fractieleden CDA toegestaan'*, in De Volkskrant, d.d. 17-09-1984.
* Meer over wiskundige modelvorming inzake politieke *macht* vindt men in:
  Brams, S.J., W.F. Lucas, P.D. Straffin (Eds.), *Political and Related Models*, Springer, New York, 1983. In het bijzonder de hfdst. 9 (door W.F. Lucas), 10 (door J. Deegan en E.W. Packel) en 11 (door P.D. Staffin).
* Over de *kanstheoretische veronderstellingen* die ten grondslag liggen aan diverse wiskundige modellen, raadplege men:
  Straffin, P.D., *Homogeneity, Independence and Power Indices*, verschenen in Public Choice, vol. XXX, summer 1977, pp. 107–118.
* Over de *hantering van integralen* in dit soort zaken:
  Straffin, P.D., *Using Integrals to Evaluate Voting Power*, in: The Two-Year College Mathematics Journal, vol. 10, no. 3, june 1979, pp. 179–181.
* Tot slot nog twee juwelen over *de wiskunde van politieke macht:*
  – Brams, S.J., *Paradoxes in Politics*, Free Press, New York, 1976.
  – Straffin, P.D., *Topics in the theory of voting, Expository Series*, UMAP (Birkhauser), Basel, 1980.

CIEAEM XXXVII

De 37e jaarlijkse conferentie van de 'Commission internationale pour l'étude et l'amélioration de l'enseignement des mathématiques' (CIEAEM) zal van 4 - 10 augustus 1985 plaatsvinden in Leiden.

Het thema voor dit jaar luidt: "Mathematics for all... in the computer age" met de volgende sub-thema's:

Inlichtingen en 2nd announcement kunnen worden verkregen bij:
Vakgroep OW & OC,
t.a.v. Mevrouw E.J. Hanepen, RUU,
Tiberdreef 4,
3561 GG UTRECHT.

Over macht

Wanneer de familie Vleugel een dagtochtje gaat maken, wordt het reisdoel democratisch vastgesteld. Zij hebben het zó geregeld dat vader zestig stemmen mag uitbrengen en moeder vijfendertig; Jeanette en Annelies mogen allebei tien stemmen uitbrengen. Er wordt beslist volgens meerderheid van stemmen, waarbij ieder *'voor'* of *'tegen'* een bepaald voorstel moet stemmen.

► Wat vind je van deze beslissingsmethode?

Bij de buren van de familie Vleugel gaat het er iets anders aan toe: Rudolf mag bij dit soort beslissingen zes stemmen uitbrengen, zijn moeder negen en vader veertien. Rudolf vindt dat bij het uitzoeken van een reisdoel iedereen in het gezin gelijke invloed moet hebben.

► Zou Rudolf moeten proberen iets aan de stemmenverhouding (6:9:14) te veranderen?

Afgesproken wordt dat Rudolf na zijn verjaardag méér stemmen mag uitbrengen. Vader en moeder zijn het echter met elkaar eens, dat er *niets* aan de bestaande *machtsverhoudingen* mag veranderen.

► Hoeveel stemmen zal Rudolf er dan hoogstens bijkrijgen?

Hermien komt bij Jeanette en Annelies logeren, en mag bij uitstapjes óók tien stemmen uitbrengen. Vader Vleugel redeneert:
"Als de invloed bij beslissingen onder méér mensen verdeeld moet worden dan eerst, kan niemand aan invloed *winnen*. De kinderen en mijn betere helft gaan er dus, wat invloed betreft, niet op vooruit. *Ik* blijf dus de baas."

► Klopt de redenering van vader Vleugel?

Nog vóór zijn verjaardag ontvangt Rudolf ook een logé: Henk. Natuurlijk mag Henk bij uitstapjes méébeslissen: hij krijgt net als Rudolf *zes* stemmen. Nadat op een aantal avonden democratisch is beslist wat er de volgende dag gedaan zou worden, valt Rudolf op dat bijna steeds gekozen is wat vader wilde en heel wat minder vaak waar hij zelf zin in had. Ook Rudolf's moeder blijkt niet zo tevreden te zijn met de nieuwe situatie.

► Hoe verklaar je dat?

Henk vertelt dat hij, bij hem thuis, ook het gevoel heeft weinig invloed te hebben op de beslissingen. En dat terwijl de stemmenaantallen van de gezinsleden elkaar nauwelijks ontlopen: Henk zelf mag steeds *negen* stemmen uitbrengen en zijn (oudere) zus Lea, net als zijn ouders, *tien*.
"Het is net", zegt Henk, "alsof wat *ik* vind er helemaal niet toe doet. Ik kan net zo goed m'n mond houden. Het haalt toch nooit wat uit!"

► Vind je niet dat Henk een beetje overdrijft?

Rudolf en zijn moeder zijn het, na even denken, helemaal met Henk eens. Ze ontdekten dat het er *nooit* toe deed of Henk nou vóór of tegen was: *zijn* mening kon nooit de doorslag geven. Moeder belooft dit aan de ouders van Henk te vertellen, zodat Henk in het vervolg thuis ook tien stemmen zal mogen uitbrengen. Daarna bestuderen ze de 'vakantie-problematiek' nog wat verder. Ze besluiten om *alle denkbare situaties* waarbij vader's stem doorslaggevend is, op te schrijven. Rudolf begint: "Als moeder *vóór* is, en Henk en ik *tegen*, dan gebeurt er wat vader stemt, en dat is ook zo als moeder tegen is en Henk en ik voor."

Werkblad behorend bij artikel: Macht en tevredenheid in de Tweede Kamer.

Over macht

Zo doordenkend komen ze in totaal tot *zes* mogelijkheden waarbij vader's stem doorslaggevend is.

► Kun jij die mogelijkheden allemaal vinden?

Daarna gaan ze na of er ook mogelijkheden bestaan waarin de mening van Rudolf doorslaggevend is.

► Wat vinden ze?
► Hoe staan moeder en Henk ervoor?

Al met al komen ze tot de conclusie dat vader in driemaal zoveel gevallen invloed kan uitoefenen dan elk van de anderen: hij heeft dus *driemaal zoveel macht!*

► Wordt de machtsverdeling evenwichtiger als het aantal stemmen van vader wordt teruggebracht naar 10?
► Welke oplossing stel jij voor, om de macht beter te spreiden?

Op dezelfde manier als je hierboven hebt gedaan, kun je de verdeling van de macht berekenen bij allerhande raden, commissies en vertegenwoordigingen waar besluiten genomen worden. Hieronder volgen, als oefening, een paar opgaven.

► Een raad bestaat uit dertig mensen, die tot zes verschillende *partijen* horen. De zetelverdeling over de partijen is als volgt:

partij 1: 9 zetels	partij 3: 7	partij 5: 1
partij 2: 9 zetels	partij 4: 3	partij 6: 1

Alle leden binnen één partij stemmen steeds hetzelfde: ze stemmen als *blok*. Hoe is de macht over de partijen verdeeld?

► Als alle partijen in de *Tweede Kamer* als blok stemmen, hoe is dan de machtsverdeling binnen de Tweede Kamer?

► Hoe is de machtsverdeling bij de hiervóór genoemde familie Vleugel tijdens de vakantie?

►► Maak tenslotte, als *eindopdracht*, in groepjes een werkstuk met als titel: "De machtsverdeling in de Gemeenteraad van..."
(Op de plaats van de stippeltjes moet je dan je woonplaats opschrijven).

Deze werkbladen zijn bedoeld voor de lagere klassen van het Voortgezet Onderwijs, maar zijn nog niet uitgetest.

Werkblad behorend bij artikel: Macht en tevredenheid in de Tweede Kamer.