

Een kwadratische functie aan de leerling(e) gebracht

Paul Herfs

Vakgroep Onderwijskunde, RU Utrecht

Samenvatting

Hoe maak je leerlingen van de brugklas van een brede scholengemeenschap duidelijk wat een kwadratische functie is? Je kunt natuurlijk de grafiek van $y = x^2$ laten tekenen. Maar je kunt ook laten zien hoe je met behulp van het kwadratisch verband tussen diameter en trekkracht van een vissnoer kunt nagaan of je met een vissnoer van 1 mm een vis van 40 kg kunt vangen. Centraal hierbij staat de ontdekking van de regel dat een verdubbeling van de diameter een verviervoudiging van de trekkracht tot gevolg heeft.

Een heterogeen samengestelde brugklas van een brede scholengemeenschap buigt zich over een opdracht, getiteld 'Uitvissen', uit de SLO-bundel 'Grafieken en Verbanden'. Deze bundel is een produkt van de projectgroep 'Wiskunde 12-16' van de Stichting voor de Leerplanontwikkeling te Enschede.

Gebruikmakend van zogeheten 'rijke contexten' probeert men brugklasleerlingen het wiskundig functiebegrip aan te leren.

Aan de Vakgroep Onderwijskunde Utrecht is het project 'Interne Differentiatie Wiskunde-onderwijs 12-16' (1) gehuisvest, dat onderzoek doet naar de SLO-pakketten.

De les die in dit artikel besproken wordt, vond plaats in een onderzoeksschool te Deventer.

De opdracht zag er als volgt uit:

Uitvissen (1)

"Ik heb iemand een vis zien vangen van veel 40 kilo", roept Gemma als ze thuis komt.
"Doe dat toch niet joh, daar heb je een paal met een dikke kabel voor nodig om die vis uit het water te hijsen", antwoordt vader angelovig.
"Nee hoor", zegt Gemma, "wat voor hengel het was weet ik niet, maar het was een snoerje van maar 1 mm dikte. Dat riepen ze tenminste."
Vader gelooft er niets van. "Volgens mij kan dat niet. Dan zal die vis wel heel wat minder dan 40 kilo hebben gewogen. Dat overdrijven ze natuurlijk. Ik denk dat dat bij de afdeling sterke verhalen thuis hoort."
Gemma begint wel een beetje te twijfelen. Zou het dan toch niet waar zijn? Maar zij had zelf gezien dat het een heel dun draadje was geweest waar die vis aanhing. En ze waren met 7 in tweeën in de weer geweest om die grote vis uit het water te trekken. "40 kilo", hadden ze getoepen. "aan een draadje van 1 millimeter". Misschien had zij dat laatste toch niet goed verstaan.
Wat denken jullie, zou Gemma gelijk hebben of niet?

Gemma laat het er (nog) niet bij zitten.
We zullen eens volgen wat Gemma gaat doen. En, vanzelf, doen jullie ook mee.

"Wat voor soorten vissnoeren zijn er zool? Hoe dik zijn die en hoeveel kan daar aanhangen?" vraagt Gemma zich af.

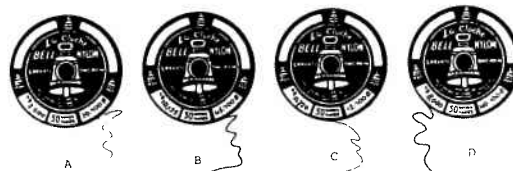
Summary

Is it possible to catch a fish of 40 kg with a line of 1 mm diameter?

This question leads to the introduction of quadratic functions. The pupils are given some data about diameter and tractive force. The discovery of the rule: "the diameter twice gives four times the tractive force", is of course of fundamental importance to solve the problem.

Zij stapte de AVWU, een grootwinkelbedrijf, binnen, want daar verkopen ze allerlei visartikelen.

Ze hebben vier soorten vissnoeren. Dit zijn de etikettes.



Kijk eens naar het etikette op klosje B. Daar staan een paar gegevens op over het soort snoer dat op dat klosje zit.
"kg 10,125" betekent dat dit snoer breekt als je er iets aanhangt dat meer dan 10 kg plus 125 gram weegt.
"45/100φ" betekent dat de dikte van het snoer $\frac{45}{100}$ mm is. Het teken 'φ' wordt bij technische zaken vaak gebruikt als afkorting voor het begrip 'diameter'.

De docent (L. in het lesverslag) start klassikaal. Hij vraagt aan Marcel om de titel hardop voor te lezen.

Marcel "Uitvissen" (met de klemtoon op de laatste lettergrepen).

L.: "Als ik het zo lees, zoals jij zegt: uitvissen, dan betekent het...?"

Marcel: "Dat die gaat vissen."

L.: "Ja, dat die gaat vissen. Maar, hoe zou het ook kunnen?"

Jongen: "Uitvissen" (met de klemtoon op de eerste lettergreep).

L.: "Ja, uitvissen. Dan bedoel je...?"

Jongen: "Nou, uitzoeken."

L.: "Ja. Dat je iets gaat uitzoeken. Het gaat over uitvissen, dus over vissen, maar ook uitvissen in de zin dat je iets gaat uitzoeken."

Berdiën: "Waarom zetten ze dan niet neer: uitzoeken?"
L.: "Omdat het over vissen gaat en dan is het wel leuk om het uitvissen te noemen. Saskia, wil jij het bovenste gedeelte eens lezen?"
Wij lezen ondertussen mee."

Als Saskia de tekst gelezen heeft, probeert de docent het gewicht van de vis (40 kilo) voorstelbaar te maken voor zijn leerlingen.

L.: "Vertel eens even, 40 kilo; hoeveel is dat?"
Rob: "80 pond."
L.: "Nee, in ponden praten we niet."
Meisje: "Heel zwaar."
Berdiën: "40 kilo, dat is net zo zwaar als mij."
L.: "Aha, 40 kilo, zegt Berdiën. Dat is net zo zwaar als zij is. Wie weegt er hier rond de 40 kilo?"
Het merendeel van de leerlingen schommelt rond dit gewicht.
Tasja: "Ohh, ikke weeg meer."
L.: "40 kilo is – even luisteren – ongeveer het gewicht van een kind uit de 6e klas."
Berdiën: "Mijn zusje is ook al 40 kilo."
L.: "Dus dat was niet een visje, waar het (verhaal) over gaat. Maar dat was een behoorlijke vis van 40 kilo. En het snoertje was 1 mm dik."

De docent vervolgt het klasgesprek. De kernbegrippen (40 kilogram en een snoertje van 1 mm dikte) worden steeds weer naar voren gehaald. De meeste leerlingen geloven niet dat aan een snoer van 1 mm dikte een vis van 40 kilo kan hangen. Een groepje jongens, waaronder de juniorenkampioen vissen uit Deventer, sluit echter niet uit dat dat zou kunnen.

Berdiën: "Uhh. Dat kan helemaal niet."
L.: "Lees nog even door, Saskia?"
Saskia: "Gemma begint wel een beetje te twijfelen. Zou het dan toch niet waar zijn? Maar zij had zelf gezien dat het een heel dun draadje was geweest waar die vis aan hing. En ze waren met z'n tweeën in de weer geweest om die grote vis uit het water te trekken. "40 kilo" hadden ze geroepen, "aan een draadje van 1 millimeter." Misschien had zij dat laatste toch niet goed verstaan. Wat denken jullie, zou Gemma gelijk hebben of niet?"
L.: "De vraag is dus: kan je een vis van 40 kilo vangen met een snoer van 1 millimeter dikte...?"
"Nee, dat kan niet", onderbreekt een aantal leerlingen de docent.
L.: "... zonder dat het snoer breekt?"
Een paar jongens denkt dat dat inderdaad kan.
Marcel: "Je kunt hem wel vangen, maar je kunt hem er niet uittrekken."
L.: "Hij wil wat zeggen?"
Marcel: "Je kunt hem wel vangen. Dat heb je bij heel veel sportvissers, die vissen. Die halen hem niet direct uit het water, maar die halen hem eerst door het water heen naar de kant en dan met zo'n schepnetje halen ze hem omhoog."
Meisje: "Eerst uit laten zwemmen."
L.: "Maar die vis van 40 kilo, die blijft dus 40 kilo en die is ook heel sterk en die zal er dus ook wel met 40 kilo aan trekken. Die laat zich hangen. Nou, wat denk je? Zou het nou kunnen?"
De meesten denken dat het niet kan.

Het jongensgroepje rechtsachter in de klas begint te twijfelen.

L.: "Edwin?"
Edwin: "Ja, als je aan zo'n draadje hangt, dan denk ik niet dat dat draadje het houdt."
L.: "Maar jij zegt niet: het kan helemaal niet? Want hij heeft in de gaten dat die snoertjes nogal sterk zijn."
Marcel: "Ja, maar in het water is het meestal lichter."
L.: "Ja, maar zij (= Gemma) zegt dus dat zij hem op het laatst er uithaalden. Dus toen hing hij even aan de draad."
Berdiën en Colette: "Dat houdt die niet."
L.: "Wie denkt dat het wel kan?"
Niemand in de klas is er stellig van overtuigd dat het wel kan. Als geen enkele leerling reageert op de vraag, zegt Berdiën: "Marcel."
Marcel denkt dat het wel kan."
L.: "Wacht effe. Marcel en Henrike mogen het zeggen. Henrike?"
Henrike: "Ik dacht dat het misschien wel kan, maar ligt het eraan hoe sterk de hengel is?"
L.: "Nee, het gaat om het snoer. De hengel is sterk genoeg. En jij?" (= Marcel).
Marcel: "Nou op 8/100 daar gaat een normale voorn al doorheen. Ik denk dat ze zo'n beetje 55/100..."
L.: "Oh, wacht even. Hij weet er iets van..."
Marcel: "Ik ben Deventer kampioen."
"Ja hoor, hij wel", zegt een stel meisjes ongelovig.
L.: "Daar krijgen we het straks over, 8/100..."
Marcel: "Ja hoor, dat geloof je niet, hè?"
L.: "Dan moet jij (= Marcel) heel goed je best doen met deze opgave. Want dit is een hele leuke opgave om erachter te komen of het nou wel of niet kon."
Marcel: "Mijn vader vist ook veel. En die doet ook aan wedstrijden mee. We gingen eens karpers vissen in een vijver. En toen was er een jongen die haalde er ook zo'n hele grote uit. Ik geloof wel 25 kilo. Die kreeg die er wel uit, maar wel met veel moeite."

De eigen ervaringen van de leerlingen worden volop aangewend om de situatie te verlevendigen. Dat geldt ook voor de leerlingen die nog nooit gevestigd hebben, want alle leerlingen worden in contact gebracht met een echt vissnoer. De docent heeft namelijk een klosje vissnoer meegenomen en laat dat door de klas circuleren. Het etiket ontbreekt op het klosje, zodat de dikte van het snoer onbekend is. Mijn groepje probeert tevergeefs de dikte te meten met behulp van een liniaal.
De docent weet ook niet wat de dikte is. In ieder geval is het minder dan één millimeter dik.

L.: "... wat het wel is kan ik je niet zeggen, want ik ben het etiketje kwijt. Maar we gaan even dit nog doen (een stoel van ± 3 kg optrekken aan het snoertje). Want het zegt niet zoveel of het dik of dun is. Ik wil even weten wat er aan kan hangen."
Marcel: "Ik denk 35/100..."
L.: "Als die 35/100 is, dan...?"
Marcel: "... dan houdt die 't wel."
L.: "Dan knapt die niet."
Jongen: "Meester, tilt u aan twee draden?"
L.: "Ja, maar hij is zo dun, dat je dat achteraan niet ziet. Nou daar gaat die..."
De draad knapt bijna onmiddellijk.

Jongen: "D'r zit geen speling meer in."
 L.: (verwonderd) "Hé? Nee, jammer hè. Kijk, ik krijg hem omhoog en..."
 Marcel: "Maar die onderkant van die stoel is scherp."
 Meisje: (ongelovig) "En dan zeker 40 kilo! Ja..."
 (vergeet 't maar).
 L.: "Die onderkant van die stoel is ook scherp..."
 Jongen: "En normaal zit er speling op het snoer."
 L.: "We proberen het nog één keer."
 Maar de draad knapt weer.
 L.: "Het beste wat die deed, was aan een poot. Maar op het moment dat je hem op wilt tillen, gaat die stuk. Zo'n stoel is een kilo of vier."
 Berdien: "Dus niet bij 40 kilo."
 L.: "We snappen ook dat als je een dikker snoertje neemt, dan kan er meer aan. En je bent er natuurlijk ook wel achter, dat het erom gaat om iets over snoertjes uit te zoeken."

De klas hangt als het ware aan de lippen van de docent tijdens deze proef. Dat de proef niet echt lukt lijkt bijna te zijn. De introductie is in ieder geval wel geslaagd. Vervolgens bespreekt de docent de betekenis van de aanduidingen op de etikettes (dikte van het snoer en de daarmee corresponderende maximale trekkracht), waarna de leerlingen in groepjes aan de volgende opdracht beginnen:

Uitvissen (2)

Een paar vragen:

- Hoe dik is snoer C?
- Hoeveel kilogram kun je aan het snoertje hangen voordat het breekt? Hoeveel gram is dat?
- Hoeveel meter zit er op het klokje?

Terug naar Gemma

"Hé, wat vervelend, ik moet weten hoeveel er aan een snoer van 1 mm dikte kan hangen en dat verkopen ze hier niet. En weten doen ze het hier nutteloos ook niet. Maar, misschien kan ik er toch wel iets mee doen", denkt zij. En zij noteert de gegevens van de etikettes overzichtelijk op een papiertje.

- Maken jullie ook even een overzichtje in een tabel. Zet de gegevens van het dunste snoer bovenaan en ga zo verder.

snoer	dikte m mm	trekkracht m g
C	0,12	720

"Met deze gegevens kan ik vast wel iets voorspellen over de andere soorten snoertjes", denkt Gemma. "Zo te zien kan er aan een snoertje van 0,80 mm 16000 gram hangen, 16 kilo dus. En een snoer van 0,90 mm breekt vermoedelijk bij iets meer dan 20 kilo. Verdorie. Als dat klopt, dan zou ik dus ongelijk gehad hebben. Of zou mijn manier van uitrekenen soms niet goed zijn?"

- Hoe zou Gemma dat hebben uitgerekend? Is dat volgens jullie een goede manier? Geef argumenten.

Ongeveer 10 minuten werkt het groepje, waar ik observeer, aan de opdrachten a, b, c, d, e. Het tabelletje vullen ze als volgt aan:

snoer	dikte in mm	trekkracht in g.
c	0,12	720
a	0,20	2000
d	0,40	8000
b	0,45	10125

De e-opdracht vergt de meeste tijd. Hoewel het groepje weet te achterhalen hoe Gemma tot haar oplossing is gekomen, raakt men verstrikt in de diktes van de vissnoeren. Een snoertje van $\frac{80}{100}$ van één millimeter wordt in het groepsgesprek 80 millimeter dik!

Tasja leest opdracht 15e voor.

Het blijft even stil in het groepje.

Tasja: "Dan moet ze 180 mm (ze bedoelt 1,8 mm) hebben, dan is het pas goed."

Ze lacht om haar voorstel. Waarschijnlijk heeft ze snoertje b dat een trekkracht heeft van 10125 gram vermenigvuldigd met 4. Daarmee ($4 \times 0,45 = 1,8$) zou een vis van 40,5 kilo uit het water gehaald kunnen worden, als het verband lineair zou zijn geweest.

Erna: "Jij zei 180?"

Tasja: "Ja, dat klopt. Kijk maar, want dit is 8000." (Het verschil tussen een snoertje van 0,40 \rightarrow 8000 g en 0,80 \rightarrow 16.000 g).

Erna is niet onder de indruk van Tasja's voorstel: "Kijk, dan moet dat snoertje zó dik zijn." (Ze wijst 1,8 centimeter aan op haar liniaal, maar ze bedoelt millimeters). Dit is 200 (2 millimeter) en dan gaat er een beetje (0,2) vanaf.

"Zo dik moet dat snoer zijn."

Berdien: "Geef 'ns (die liniaal). Jij vergist je, want 1 centimeter = 10 millimeter, mevrouw."

Erna: "Oh, ja."

Tasja: "Nou bij 0,40 en bij 0,45 heeft ze dat gewoon verdubbeld."

Berdien: "Maar zo'n dik touw (0,90 mm) kan toch wel meer dan 20 kilo wegen." (Dragen).

De docent komt erbij: "Hebben jullie door wat zij gedaan heeft?"

Tasja: "Ze heeft deze getallen (mm) verdubbeld."

Colette: "Ja."

L.: "En toen?"

Tasja: "Toen heeft ze deze getallen (trekkracht in gram) ook verdubbeld."

L.: "Want zij komt op 16.000. Dat is het dubbele van 8000. En op meer dan 20.000 g. want dat is het dubbele van 10.000."

De docent loopt weer weg.

Erna: "Dan moet dat touw zó dik zijn. Moet je kijken: 180 millimeter. Dat kan toch niet." (Erna vergist zich, het gaat nl. niet om 180 mm maar om 1,8 mm).

Berdien: "Maar 80 millimeter (ook een dik snoer trouwens) is dan wel zó. Maar dan kan die toch wel meer dan 20 kilo dragen." (Ook Berdien vergist zich in de dikte van het snoer: 80 millimeter in plaats van 0,8 millimeter).

Op dit moment last de docent een klassikaal moment in: "B5, even kijken."

De docent heeft geïnventariseerd of alle groepjes klaar zijn met bladzijde 15. De controle van de antwoorden op de a-, b-, c-, en d-vraag verloopt vlot. De e-vraag legt de denkfout van Gemma bloot: twee keer zo dik zal ook wel twee keer zo sterk inhouden. De meeste leerlingen voorzien de redeneerwijze van Gemma, hoewel het besef dat deze redenering onjuist is slechts door enkele leerlingen wordt onderkend.

L.: "Ja. En nou komt 't. Gemma die redeneert als volgt: kijken jullie even? Niek ook? Gemma zegt: als ik 0,80 mm neem, dan hoort daarbij: 16.000 gram.

En als ik 0,90 mm neem, dan hoort er meer dan 20.000 gram bij. Dus meer dan 20 kilo. Nou, wat heeft Gemma nou gedaan? Vertel jij (= Erna) het eens?"

Erna: "Ze heeft 0,40 en 0,45 verdubbeld."

L.: "Zij heeft 0,40 en 0,45 verdubbeld en toen heeft ze die getallen (trekkracht in gram) ook verdubbeld en toen kwam ze op 16.000 gram en meer dan 20.000 gram.

En als je het heel precies doet dan wordt het 20.250 gram en dat is meer dan 20 kilogram. Dat heeft zij (= Gemma) gedaan. Met dat verdubbelen. Is dat volgens jullie een goede manier, als je naar dat tabelletje kijkt? Zit dat zo in mekaar?"

Het blijft stil in de klas.

L.: "Is dat volgens jullie een goede manier?"

"Nee", zegt een paar leerlingen erg voorzichtig.

L.: "Nou ga ik naar het tabelletje kijken en mijn tabelletje zegt..."

Nou, kijk eens naar die 0,20 en naar die 0,40. Is dat ook een verdubbeling? Jongens, opletten hoor! Nou wordt het een beetje pittiger, maar het is best te begrijpen.

Van 0,20 naar 0,40, dat is een verdubbeling. Maar 2000 (trekkracht van een snoer van 0,20 mm) wordt die dan 4000?"

"Nee", zegt een groot aantal leerlingen.

L.: "Want 2000 naar 8000, dat is...?"

Jongen: "4x."

L.: "Hier ga je het 2 x doen (van 0,20 naar 0,40), maar hier (van 2000 naar 8000) 4 keer." Hij maakt de volgende notities op het bord:

$$\begin{array}{l} 0,20 \\ 0,40 \end{array} \left. \right) 2 \times \begin{array}{l} 2000 \\ 8000 \end{array} \left. \right) 4 \times$$

De docent wil vervolgens laten zien dat dit kwadratisch verband (in formele termen: $x \rightarrow ax^2$) niet op toevalligheid berust. Daartoe moet hij een aantal getallen 'mooi rond' maken. Een enkeling protesteert daar zelfs tegen.

L.: "Dat is nou jammer. Wat zou het leuk zijn als in de plaats van 0,12... had gestaan?"

Enkele leerlingen: "10."

L.: "Zullen we dat even stiekem doen. We maken daar (0,12) toch even 0,10 van."

Jongen: "Dat mag niet."

L.: "Maar dat mag ik wel."

Gelach in de klas.

L.: "0,10. Waar zou je 720 dan in moeten veranderen?"

Jongen: "800."

L.: "Ik maak hem dunner. Dan kan 800 in ieder geval niet."

Jongen: "500."

L.: "Ja, ik denk dat je wel naar 500 terug kan."

Sommige kinderen vinden dat wel erg veel: "tjeminee."

Maar de jongen die "500" geantwoord had, zegt: "Ja, zo klopt die."

L.: "Nou moet je eens opletten. Van 0,10 naar 0,20 is, hoeveel keer?"

"2 keer" roept een aantal leerlingen.

De docent maakt het volgende tabelletje op het bord:

$$\begin{array}{l} 0,10 \\ 0,20 \\ 0,40 \end{array} \left. \right) 2 \times \left(\begin{array}{l} 500 \text{ gram} \\ 2000 \text{ gram} \\ 8000 \text{ gram} \end{array} \right) \times 4$$

Daarbij horen de volgende gewichten:

$$\begin{array}{l} 0,10 \\ 0,20 \\ 0,40 \end{array} \left. \right) 2 \times \left(\begin{array}{l} 500 \text{ gram} \\ 2000 \text{ gram} \\ 8000 \text{ gram} \end{array} \right) \times 4$$

L.: "Dit moet je dus in de gaten houden. Als je van..."

Jongen: "Moet je 500 ook x 4 doen."

L.: "Hij zegt: 't zal wel zò moeten. Je hebt hier 0,40 en daarbij hoort 8000."

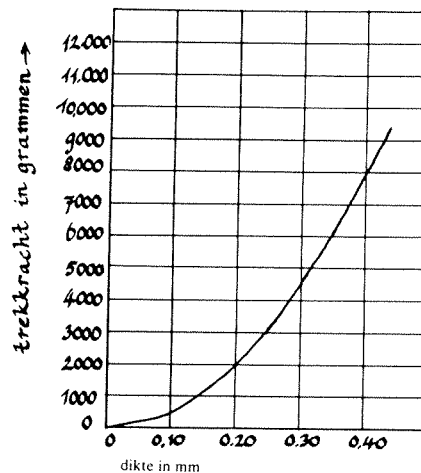
Nou gaan we naar 0,80 en daar hoort $4 \times 8000 = 32.000$ gram bij. Dan zal er aan een snoertje van 0,80 een vis kunnen hangen van 32 kilo.

En nou ga ik nog verder naar de millimeter toe en dan kom ik misschien toch wel in de buurt van die 40 kilo. Maar die Gemma is daar nog niet helemaal gerust op. Want als je zoiets wilt uitleggen, dan moet je dat natuurlijk ook wel goed doen. Nou gaan we even naar de volgende bladzijde.

Bladzijde 3 (= 16).

Beste kinderen..."

Nadat de volgende opdracht gelezen is gaan de groepjes weer aan de slag. De snoertjes moeten uitgezet worden in een grafiek.



"Hmm, een grafiek waarin ik bij elke dikte de sterkte kan aflezen, dat is handig! Even kijken of dat klopt met de AVWU-snoertjes."

a. Geef in de grafiek de AVWU-snoertjes met een dikke stip weer. Zet ook de letters erbij.

Het groepje heeft er weinig moeite mee. De les nadert zijn einde, zodat de docent besluit om de laatste vijf minuten te gebruiken om in een klassikaal gesprek de cruciale vraag te beantwoorden: Kan aan een snoertje van een millimeter, een vis van 40 kilogram hangen? Hij heeft de grafiek op het bord getekend. De leerlingen geven de antwoorden en de docent tekent de stippen in de grafiek. Maar de grafiek loopt niet verder door dan tot 0,45 mm op de x-as...

L.: "Nou gaan we even verder kijken. Die Gemma die zit er nog steeds mee. En wat is nou het nare van die grafiek? Hoever kunnen we kijken?"

Jongen: "Tot 0,50" ($x - as$).

L.: "Tot 0,50. Nou wil ik in deze les het verhaal afmaken. Er zit nog een bladzijde achter. Maar die laat ik maar zitten. Nou wil ik mijn verhaal zo doen:

Kunnen jullie hier in je eigen grafiek en in mijn grafiek uitrekenen wat er bij 0,50 hoort? Welk gewicht?

Nou gaan we kijken. Ik heb mijn tekening iets doorgetrokken en ik ga bij 0,50 naar boven en dan ga ik hier..."

Een groot aantal kinderen roept: "12.500."

L.: "Oh, jullie snappen dat het 12.500 gram moet zijn. O.K. Daar ben ik het roerend mee eens. Dus bij 0,50 mm hoort 12,5 kilogram. Misschien kun je dat onderaan die bladzijde even opschrijven."

Sacha: "Mag je het er ook naast zetten?"

L.: "Ja, dat mag ook. Dus bij 0,50 mm hoort 12,5 kilogram. Je kan dat op je tekening aangeven. Als je bij 0,50 cm omhoog gaat, kom je uit bij 12,5 kilo. En nou even... Wat hadden wij ontdekt bij die tabel?"

Stilte in de klas.

L.: "Kom nou even, want we zijn bijna aan het eind. De brandende vraag of Gemma nou gelijk had of niet. Wat hadden we ontdekt bij die tabel?"

Drie kinderen steken de vinger op.

L.: "Een, twee, drie vingers. Maar dat zijn er nog geen twintig. Vier. Vertel jij het eens, Selwijn?"

Selwijn: "Vier maal grammen, twee maal millimeter."

L.: "Kijken we even. Het aantal millimeters verdubbelen, dat staat hier. En dan moet je het aantal grammen vier keer doen. Zet er maar even bij (in de pakketjes): Uit de tabel leerde ik: $2 \times$ aantal millimeters, dan:

$4 \times$ aantal kilogrammen.

Dus: en nou komt de ontknoping...

Dus: 0,50 mm daar hoorde bij 12,5 kg.

En nou ga ik mijn millimeters, twee keer doen. Dan wordt dat 1 millimeter.

En dan moet je dat andere (kg) $4 \times$ doen, zeiden jullie.

En $4 \times 12,5 = ?$

Jongen: "46."

"Nee, nee", roept een aantal leerlingen.

Snel daarna volgt het juiste antwoord: "50".

L.: "Hè, hè. $4 \times 12 = 48$ en 4 halfjes = 2. Samen 50.

Als zo meteen die toeter gaat, even blijven zitten!"

Op het bord staat de volgende berekening:

Dus:	$0,50 \text{ mm}$	$12,5 \text{ kg}$
	$\times 2$	$\times 4$
	1 mm	50 kg

De docent vervolgt: "Dus met een snoetje van 1 millimeter, kan ik een vis vangen van 50 kilogram."

De gong gaat. De leerlingen blijven zitten.

L.: "Dus, kan Gemma gelijk hebben gehad?"

De klas in koor: "Ja, ja,"

L.: "De vis van Gemma woog 40 kilo. Dus 't kan."

Einde van de les.

Wat zien we in deze les gebeuren?

We zien een docent die met behulp van SLO-materiaal (leerlingboek en docentenhandleiding) op speelse wijze omgaat met kinderlijke noties omtrent een bepaald verband. Aansluiting wordt gezocht bij de leefwereld van de leerlingen. Sommigen hebben voldoende informatie gekregen door middel van een introducerend klasgesprek. Anderen, die (nog) niet eerder in hun leven gevist hebben, krijgen aanvullende informatie doordat er een proef wordt gedaan met een 'echt' vissnoetje. Een handige en vooral een didactisch verantwoorde ingreep. Alle leerlingen doen enthousiast mee. Ook de probleemstelling (40 kilo aan een snoetje van één millimeter) droeg daaraan bij. Het doorsneegewicht van een brugklasleerling schommelt rond de 40 kilo en de meesten zagen een dergelijk gewicht nog niet aan een snoetje van één millimeter hangen.

De basis wordt gelegd voor het begrijpen van een kwadratisch verband, zonder dat dit als zodanig benoemd wordt. Die overstap naar het benoemen en het formeel noteren van een kwadratisch verband acht de ontwikkelingsgroep van de SLO ook niet noodzakelijk.

Dat alle leerlingen in contact gebracht worden met (niet-formele) allemenswiskunde, dat vindt men wel noodzakelijk.

Hoe dat in de praktijk toegaat, heb ik in dit artikel willen laten zien.

(1) Het SVO-project "Interne Differentiatie Wiskunde-onderwijs 12-16" bestaat uit: Rijkje Dekker, Paul Herfs, Dirk van der Ploeg en Jan Terwel.

Door middel van onderzoek ondersteunen wij het ontwikkelingswerk van het project "Wiskunde 12-16" van de SLO. Het tweede interimrapport van ID 12-16 verschijnt binnenkort in de Selecta-reeks (SVO, Den Haag) en is getiteld: "Interne Differentiatie in heterogene brugklassen bij Wiskunde".

Ingezonden Brief

Met stijgende verbazing las ik het artikel van de hand van F. van der Blij in het vorige nummer van de Nieuwe Wiskrant. Iedereen weet toch dat tachtig jaren precies 29224 dagen omvatten en niet 23224! Het is duidelijk geen zelffout, want de auteur rekent bij de berekening van uren en minuten met het verkeerde aantal dagen. Hoe komt de auteur tot zo'n elementaire fout? Heeft hij op de rekenmachine gewerkt en heeft een stofje de 'negen' op een 'drie' doen lijken? Maar iedere didacticus leert toch altijd naast de

rekenmachine ook te schatten om te controleren. Het kan natuurlijk ook zijn dat de auteur zijn tafels niet kent, en gelooft dat $8 \times 3 = 18$, maar vroeger was het onderwijs op de lagere school toch goed? Duidelijk is dat de auteur terecht Psalm 90 verkeerd citeert: "Leer ons onze jaren tellen,..." er staat immers "Leer ons onze dagen tellen,..." maar dat was voor hem duidelijk te moeilijk. Wie schreef ook weer het is eenvoudiger citaten te verzinnen dan ze echt op te zoeken?

G. Heureux