

Techniek en inzicht

N. Blom

Ashram College, Alphen aan de Rijn

Samenvatting

Eerst techniek, dan inzicht? Of, zoals de Hewet-boekjes suggereren:

Eerst inzicht, dan techniek. Of in dit concrete voorbeeld: eerst de techniek van het vermenigvuldigen erin slijpen en dan de vraag: "wat is vermenigvuldigen?"

Op een nascholingscursus (HEWET) ontstond een discussie over het volgende.

Moet je nou wel altijd eerst inzicht bijbrengen, is het niet heel goed mogelijk eerst een techniek aan te leren en daarna uit te leggen, of te laten ontdekken, waarom die techniek goed is?

Nu is het woord 'altijd' natuurlijk altijd problematisch...

Ter illustratie van de vraag hierboven werd gezegd: Op de lagere school leerde je ook eerst de tafels van vermenigvuldiging en daarna snapte je wel wat vermenigvuldigen was.

Ik denk dat dit laatste zeker niet voor iedereen geldt. En ook, dat je, door iets heel vaak te doen, juist niet meer weet *waarom* het werkt. Het gaat automatisch goed.

Om maar iets te noemen:

$2(a + b) = 2a + 2b$ geeft bij het uitleggen weinig problemen, want bijv. $2(10 + 3) = 20 + 6$ is zó vanzelfsprekend, $2 \times 13 = 26$ gaat automatisch goed.

Maar wat gebeurt er dan opeens bij $2 \times 10 \times 3$: dat is $20 \times 6 = 120$.

Waarom wél: $2 \times (10 + 3) = 20 + 6$
en niet $2 \times (10 \times 3) = 20 \times 6$?

(Even later bij bijv. $(p + 3)^2$ krijg je opeens $3p + 3p = 6p^2$).

Volgens mij moet je dan toch weer terug naar: Wat is vermenigvuldigen? Naar zoiets als:

$$2 \times (10 + 3) = \begin{array}{ccc} \text{|||||} & \text{|||} & \\ \text{|||||} & \text{|||} & \end{array} = 2 \times 10 + 2 \times 3$$

en

$$2 \times (10 \times 3) = \begin{array}{ccc} \text{|||||} & \text{|||||} & \text{|||||} \\ \text{|||||} & \text{|||||} & \text{|||||} \end{array} = 2 \times 30$$

of

$$\begin{array}{c} \text{|||||} \\ \text{|||||} \\ \text{|||||} \\ \text{|||||} \\ \text{|||||} \end{array} = 6 \times 10$$

of

$$\begin{array}{cc} \text{|||||} & \text{|||||} \\ \text{|||||} & \text{|||||} \\ \text{|||||} & \text{|||||} \end{array} = 3 \times 20$$

en

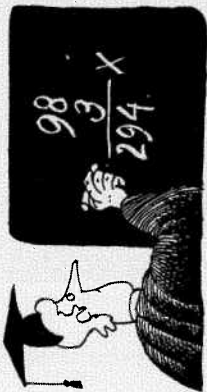
$$2 \times (a + 3) = a + 3 + a + 3$$

$$2 \times (a \times 3) = a + a + a + a + a + a$$

$$(\text{en } 3p + 3p = p + p + p + p + p + p)$$

$$\text{terwijl } 6p^2 = p^2 + p^2 + p^2 + p^2 + p^2 + p^2).$$

distributieve eigenschap



13 Bekijk de beide plaatjes. Bereken uit je hoofd:

$2 \times 97 = \dots$ $5 \times 398 = \dots$
 $4 \times 199 = \dots$ $6 \times 697 = \dots$

..... Als je 6×34 uit je hoofd moet berekenen, kun je zeggen:

$6 \times 34 = 6 \times (30 + 4) = 6 \times 30 + 6 \times 4$
 Je gebruikt dan de distributieve eigenschap.

Dat wil zeggen: je *verdeelt* de bewerking

'vermenigvuldig met 6' over de termen van $30 + 4$.
 We noemen deze eigenschap daarom ook wel de verdeel-eigenschap.

14a Om 12×46 te berekenen kun het 'vermenigvuldigen met 12' verdelen over $40 + 6$, of over $30 + 4$.
 Hoe zou jij het doen?

b Gebruik de distributieve eigenschap:
 $92 \times 6 = 4 \times 34 = 16 \times 65 =$
 $9 \times 63 = 77 \times 7 = 83 \times 109 =$

15 De verdeel-eigenschap geldt niet bij alle bewerkingen. In de volgende regels zitten fouten! Spoor ze op.

- a $(3 \times 4) \times 5 = (3 \times 5) \times (4 \times 5)$
- b $8 \cdot (10 + 7) = 8 \times 10 + 8 \times 7$
- c $(3 \times 4)^2 = 3^2 \times 4^2$
- d $(9 + 11) - 5 = (9 - 5) + (11 - 5)$
- e $(3 + 7)^2 = 3^2 + 7^2$

98 Hoofdstuk 5 Vermenigvuldigen

distributieve eigenschap

f $\frac{12-8}{2} = \frac{12}{2} - \frac{8}{2}$

g $\sqrt{25} - \sqrt{9} = \sqrt{25-9}$

h zie hiernaast

$$\frac{10 + 6}{2} = 10 \div 2 + 6 \div 2$$

..... Hier zie je dat de bewerking 'vermenigvuldig met 3' distributief is ten opzichte van de bewerking aftrekken.

$$3 \times 98 = 294 \text{ is hetzelfde als } 3 \times 100 - 3 \times 2 = 300 - 6 = 294!$$

16 Achter elke bewerking in onderstaande tabel staat een tweeterm.

Onderzoek of je bij deze bewerkingen steeds de distributieve eigenschap kunt gebruiken.

bewerking	tweeterm
'vermenigvuldig met 6'	$2 + 3$
'neem de helft'	$30 - 2$
'kwadrateer'	$6 + 8$
'vermenigvuldig met 5'	$10 - 3$
'neem het omgekeerde'	$5 + 3$

..... We vatten kort samen:

Vermenigvuldigen is distributief ten opzichte van optellen: $a(b + c) = ab + ac$.

Vermenigvuldigen is distributief ten opzichte van aftrekken: $a(b - c) = ab - ac$.

17 Voor de omtrek van deze zaagschijf kun je schrijven: $8(t + 3)$.

Ook is mogelijk:

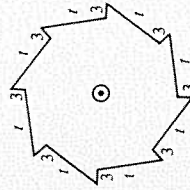
$t + 3 + t + 3 + t + 3 + \dots = 8t + 24$

Schrijf zonder haakjes:

$2(x + 7) = 6x(x + 2) = -4(3 + x) =$
 $x(x - 3) = 2x(3x + 6) = -x(-12 - 6x) =$

18 Vul in:

$4(x + \dots) = 4x + 24$ $\dots(x - \dots) = 2x^2 - 4x$
 $3x(\dots + 5) = 6x^2 + \dots$ $x(\dots - 1) = x^2 - \dots$



Ik was in het begin van de 3e klas middenschool dit jaar bezig met blz. 98/99 van 'Moderne Wiskunde' 4e editie deel 4 (zie hiernaast).

Dit zit eigenlijk in tussen:
 eerst techniek aanbrengen'
 en
 'eerst inzicht bijbrengen'.

De techniek $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$ wordt eerst met getallen geoefend en daarna als regel gegeven. Daarna wordt $8(t + 3) = 8t + 24$ 'inzichtelijk' gemaakt met een zaagschijf. Er dan weer sommetjes.

Philip Hillegers 3g
 Omdat ~~de~~ je bij haakjes verdwijnen moet vermenigvuldigen en bij de eerste is ~~het~~ er goed vermenigvuldigt en bij de 2e niet

Matholli Geos.

opt.



$6x(a+2) = 6xa + 6x2 =$ goed.
 Dat is goed doordat je $a+2$ bij elkaar kan nemen maar nou hoor je ze niet uit elkaar je verdoet ze en dus dat je eerst $6x a$ en dan $6x2$ en dat tel je bij elkaar op.

Rolf Mank 3g

$$\begin{aligned} 6x(a+2) &= 6xa + 6x2 \\ 6a+12 &= 6xa + 6x2 \\ 6a+12 &= 6 \cdot a + 12 \\ 6a &= 6a \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

has de Toete 3B

1) $6x(a+2) = 6xa + 6x2$ is goed
 bij $a=5$
 $6x(5+2) = 6x7 = 42$ | $6x5 + 6x2 = 30 + 12 = 42$
 dat is wel.

2) $6x(a \times 2) = 6xa \times 6x2$ is fout

$$6x(5 \times 2) = 6x10 = 60$$

$$6x5 \times 6x2 = 30 \times 12 = 360$$

de antwoorden zijn niet hetzelfde

Toen het hoofdstuk uit was, vroeg ik een groep leerlingen het antwoord op de volgende vraag op te schrijven:

Leg uit waarom

$6 \times (a + 2) = 6 \times a + 6 \times 2$
 goed is en

$6 \times (a \times 2) = 6 \times a \times 6 \times 2$
 fout is.

En ik heb erbij gezegd: zonder getallenvoorbeelden te gebruiken.

Niemand kwam met een uitleg als bij de zaagschijf. Hier volgen een paar antwoorden.

Naam Irma Burgmeijer Datum 24-9-05

$6 \times (a+2) = 6xa + 6x2 =$ goed. dat is goed doordat er staat dat je $6xa + 6x2$ moet doen en dat tussen haakjes betekent dat je het alletwee $6x$ moet doen dus goed

Wisk / Huid Intaun / 3c / 24-9-05

Omdat je bij de 2e geen haakjes had van setten.

Christof A.

omdat je gewoon $6xa$ en $6x2$ moet doen

$$6x(a+2)$$

Je moet eerst tussen haakjes uitrekenen dus je kunt met $a+2$ optellen. wel $a \times 2$ dat is $2a$ en dat maal $6 = 12a$. dat is heel wat anders als $6xa \times 6x2$.

Melana

Datum

A $6x(a+2) = 6xa + 6x2$
 is goed want je doet $a+2 \times 6$
 dat is hetzelfde als eerst $6 \cdot a$ en dan $6 \cdot 2$.

B fout, want $(a \times 2) = 2a$ en dat $6x = 12a$.

Albert de Pijper klas 2b

Je doet gewoon $6xa + 6x2$ want je splitst $(a+2)$

Die is fout want nu rein je $(a \times 2)$ niet splitsen

De volgende keer ga ik toch maar beginnen met: Wat is vermenigvuldigen?