

Spelen in het wiskunde-onderwijs¹

H.G.B. Broekman

P.D.I. v.d. L., RU Utrecht

Toon mij de spelletjes die u in uw onderwijs gebruikt en ik zeg u wat u van uw leerlingen vindt!

Ofwel: Aan de spelletjes herkent men de leraar.

Vrij naar M. en J. Staring

Samenvatting

Omgaan met problemen is essentieel voor wiskundig bezig zijn. Spelen is eveneens een omgaan met problemen. Alleen daarom al wordt door de auteur het gebruik van 'spelletjes' in het wiskunde-onderwijs aanbevolen. Allereerst worden aan de hand van voorbeelden enkele aspecten van spelen, zoals 'plezier aan beleven', 'serieus genomen worden' etc. besproken. Daarna komt aan bod hoe verschillende participanten aan het wiskunde-onderwijs ten opzichte van spelen staan. Dit is o.a. van belang in verband met het aansluiten bij de belevingswereld. Er zal nader ingegaan worden op het begrip structureringstendentie in relatie tot 'spelen' en 'spelletjes'. Tot slot zullen enkele observaties van spelende kinderen niet ontbreken.

Inleiding

De laatste jaren is – ook in kringen van wiskundigen en wiskunde-didactici – een hernieuwde belangstelling voor 'Problem Solving Training'. Deze belangstelling is niet alleen veroorzaakt door de geschriften van Polya, maar ook door een ongenoegen over het onvoldoende functioneren van wiskundige kennis en vaardigheden buiten het directe kader van hetgeen door Van Dormolen [2] de wiskundige kernen genoemd is.

Naast de wiskundige kernen onderscheidt Van Dormolen de zgn. probleemsituaties, die zowel van 'zuiver' wiskundige als niet-wiskundige aard kunnen zijn. Mede onder invloed van Freudenthal werd en wordt met name door het voormalige IOWO, het OW & OC en de SLO in dat verband veel aandacht besteed aan zgn. rijke contexten. Daarnaast wordt speciaal in de Verenigde Staten en ook in het Verenigd Koninkrijk een invulling gegeven aan het thema 'Problem Solving', die ik zou willen karakteriseren met de slogan "laat ze spelen".

Argumenten voor dit laten spelen zijn van de aard: 'het motiveert' resp. 'ze leren er algemene, breed toepasbare vaardigheden mee'. Stephen Krulik en Jesse A. Resnick [3] schreven in dat verband:

"Certain types of games have routinely been used by many mathematics teachers in their classes, primarily to take some of the drudgery out of drill work. But the use of games as part

of a total instructional program offers many other advantages:

1. Games can replace some of the uninteresting routines of drill and practice with a self-motivating procedure.
2. The gaming situation offers students an opportunity to win and thus to obtain peer approval.
3. A game can subtly lead students to investigate new problem-solving techniques in an attempt to solve the game.
4. A game requires the learner to be an active participant in the learning process, moving away from passively listening to the teacher's explanations."

Speciaal de genoemde voordelen 1 en 4 gaan uit van een bepaalde vooronderstelling t.a.v. de lerende, nl.:

1. de routine van drill en practice wordt oninteressant gevonden;
2. de lerende is in staat actief te participeren in het leerproces.

Het is opvallend dat hierbij nergens aangegeven wordt in hoeverre er rekening gehouden wordt met *verschillen tussen lerenden wat betreft hun leerstijl*.

Uit ondervinding kennen wij allen immers de verschillen tussen hetgeen Van Hiele genoemd heeft het 'structurerend type' en het 'algoritmen type'. [4] Het algoritmen type kan in het huidige wiskunde-onderwijs redelijk aan z'n trekken komen, maar zal het bij een verschuiving naar meer 'spelen' moeilijk krijgen. Aan de hand van enkele voorbeelden zal ik laten zien dat bij strategie-spelen (voor twee of meer personen),

maar ook bij veel zgn. eenpersoonsspelen, een veel groter beroep gedaan wordt op met name de "structureringstendentie" (en de bijbehorende gevoelens van (on)zekerheid) dan in het huidige wiskunde-onderwijs het geval is.

"Eenpersoonsprobleem"

Hoe splitst u 1986 in de som van natuurlijke getallen, zo dat het produkt van die getallen maximaal is?

In feite staat in het voorgaande reeds het belangrijkste deel van de boodschap die ik wil uitdragen:

a. Bij Problem Solving – en daarvan afgeleid bij spelen – is structureren van groot belang; en beslist niet alleen het herkennen van structuren.

Anders gezegd: spelen doet een groter beroep op de structureringstendentie dan het huidige wiskunde-onderwijs veelal doet.

b. Door leerlingen te laten spelen (en spelletjes te laten analyseren) helpen wij hun beter structuren te herkennen resp. aan te brengen.

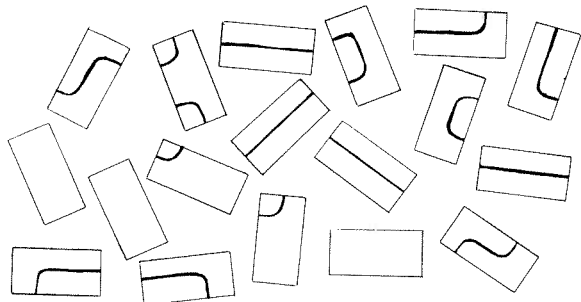
Anders gezegd: "laat ze spelen".

Om de term 'spel' in de titel te verduidelijken wilde ik het artikel splend beginnen. Maar waarmee zou ik spelen?

Mijn jongste kinderen suggereerden knikkeren of touwtje springen. Met knikkeren had Jan van den Brink zich echter al bezig gehouden en touwtje springen was voor mij, door een defecte knie, niet mogelijk. Trouwens de wiskunde in/van het touwtje springen leek mij niet zo eenvoudig en eigenlijk ook niet interessant.

Alhoewel... misschien is het wel de moeite waard om te onderzoeken wat voor baan een punt van het touw beschrijft tijdens het draaien.

Het was ook aardig geweest te laten spelen met de volgende 18 stukjes papier, met daar stukjes krommen op getekend. Opdracht 'maak er een gesloten kromme van.'



Het lukt ook kinderen van 7 à 8 jaar om een gesloten kromme te maken door te proberen, te ordenen (structuur aan te brengen?). Maar vraag niet hoeveel tijd en doorzettingsvermogen dit kost. En dan heb ik het nog niet over de vraag of er meerdere oplossingen zijn, of de vraag naar het aantal oplossingen.

Nu is een belangrijk punt bij spelen dat je er plezier aan beleeft. En plezier is niet alleen gekoppeld aan het bezig zijn, maar ook aan het vinden van een oplossing (winnende strategie). [5]

De volgende voorbeelden geven in ieder geval de mogelijkheid een oplossing te vinden. Een probleem daarbij is echter dat deze voorbeelden voor een aantal van u te eenvoudig zijn. En dat roept weer het gevoel

op 'niet serieus genomen te worden'. Dat zou jammer zijn, want daardoor wordt het moeilijk om nog in te gaan op de vraag 'hoe ben je aan de oplossing gekomen/hoe heb je het aangepakt?'

Voorbeeld 1

Probeer eens de gegeven getallen zó in de lege velden te zetten, dat er horizontaal en verticaal telkens de aangegeven som uitkomt.

			28
			30
			32
28	30	32	

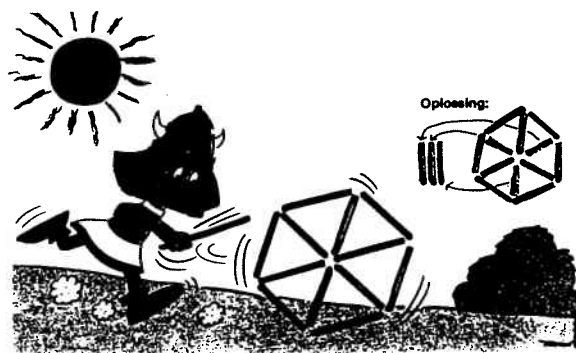
2 · 4 · 6 · 8 · 10
12 · 14 · 16 · 18



9 12 4
14 10 6
2 8 18

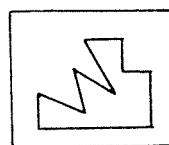
Voorbeeld 2

Vinden jullie ook dat ik een leuke hoepel van lucifers gemaakt heb? Het is zelfs een toverhoepel. Als je er drie stokjes uithaalt, krijg je een kubus. Wie kan mijn hoepel veranderen?

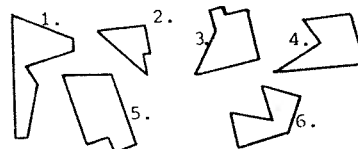


Voorbeeld 3

Een opgave voor puzzel-vrienden. Welke stukken passen in de linker figuur? Een beetje moeilijk, hè? Maar niet te gauw opgeven!



Deel 2, 3 en 6.



De voorgaande drie voorbeelden komen uit een tijdschrift voor kleuters en basisschoolleerlingen, dus zouden voor de aanwezigen op een Mathematisch Congres wel erg eenvoudig zijn. Wat te doen? Verder zoeken of toch maar mijn benen gebruiken en touwtje springen?

Dat 'benen gebruiken' deed mij denken aan hetgeen mijn moeder vroeger vaak tegen mij zei: "Wie zijn hersens niet gebruikt, zal zijn benen moeten gebruiken." Zij ging er daarbij kennelijk vanuit dat het niet altijd zo prettig is als je je benen moet gebruiken. In ieder geval leek het haar vaak beter (prettiger) als ik mijn hersens gebruikte.

Ik denk niet dat Dr. W.J. Bos aan de tegenstelling 'hersens gebruiken' ~ 'benen gebruiken' dacht toen hij in april 1984 zijn voordracht hield op het Mathematisch Congres te Groningen.

Maar toch... de door hem gebruikte titel 'Gebruik je hersens' [6] spreekt mij zeer aan. Zo zeer zelfs dat ik achteraf mijn artikel het liefst de titel meegegeven had 'Gebruik je hersens... ook als je speelt'.

Of dit naar het onderwijs toe zonder meer vertaald mag worden met 'Je hersens leren gebruiken door te spelen' is voor mij een vraag die ik niet zonder meer met ja wil beantwoorden. Hierbij is namelijk van belang hetgeen ik hiervoor reeds aangaf met 'plezier aan beleven', 'het gevoel serieus genomen te worden' maar vooral ook het aanwezig zijn van de vraag (of de noodzaak zelf de vraag te stellen) 'hoe heb je het aangepakt?'

Als ik zeg dat ik achteraf graag de titel had gekozen 'Gebruik je hersens... ook als je speelt' heeft dat te maken met een aantal vooronderstellingen mijnerzijds, die ik hierna in 'Vooronderstellingen' nader zal toelichten, maar ook met observaties van 'spelende' leerlingen. Hierover zal ik in 'Spelende leerlingen' het een en ander vertellen; echter veel minder dan ik in het begin van deze inleiding suggereerde. Dit betekent een verschuiving naar meer achtergrondbeschrijving van mijn ideeën en minder 'praktijkbeschrijving'.

In 'Structureren' zal ik mede daarom ingaan op een nadere nuancering van het begrip structureringstendentie door naast elkaar te zetten het 'herkennen van ingebouwde structuren' en het 'zelf structuur aanbren-gen'.

Op de vraag 'hóe de structureringstendentie verbeterd/versterkt kan worden' zal ik in dit artikel slechts impliciet ingaan.

Vooronderstellingen

1. Voor *wiskunde-leraren* is het belangrijk te weten dat wiskundigen, wiskundendidactici, collega-wiskundeleraren en leerlingen spelletjes (spelen) belangrijk vinden. En tevens, dat leerlingen er iets van leren.

Deze vooronderstelling is m.i. van belang omdat we met een 'vol' programma zitten. Dus waarom zul je als leraar tijd reserveren voor 'spelletjes'? Kijk maar naar hetgeen door leraren vaak overgeslagen wordt. [7]

In Engeland hebben ze begrepen dat spelen van belang zijn, maar dat de beste(?) manier om dat duidelijk te maken is, het opnemen van een spelopgave in het nieuwe experimentele 0-level-examen.

2. *Spelletjes horen bij wiskunde (én wiskundigen)*

In feite is dit een beetje een vreemde vooronderstelling. Ik vermoed namelijk dat veel wiskundigen zullen zeggen dat ik daarmee de zaak door elkaar gooi: wiskunde *is* immers een spel?

Mij toespitsend op de wiskunde zoals die naar voren komt in het middelbaar onderwijs zou ik het als volgt willen aangeven:

Wiskunde kan op verschillende wijzen opgevat worden, er zijn meerdere aspecten aan te onderscheiden. [8] Een opvatting over wiskunde is dat

het een menselijke activiteit is waarbij het dynamische op de voorgrond treedt. Het zoeken, ordenen, etc. neemt daarbij een voorname plaats in. Strategiespelen b.v. hebben juist dat zoeken, proberen etc. in zich.

Wiskunde wordt ook vaak gezien als een tamelijk stabiele 'body of knowledge'.

Het accent kan dan liggen bij de begrippen en hun samenhang, maar ook bij de verschillende bewerkingen. Hierbij kan gedacht worden aan spelen als instap, maar ook als toepassing of t.b.v. de inoefening van wiskundige kernen en/of als 'drager' van vaardigheden die belangrijk zijn voor het bedrijven van wiskunde.

Van Hiele schreef op pag. 60 van 'De problematiek van het Inzicht' in verband hiermee o.a.

"Omgekeerd vindt men in de puzzels en problemen, die voor amusement opgelost worden, tal van elementen terug van de wiskundige problemen, die anders in het algemeen slechts een deel der leerlingen kunnen bekoren. Onder de oplossters van die amusementspuzzels kan men de mathematicus direct herkennen, doordat die ernaar streeft zijn oplossing zo te geven, dat deze in alle denkbare situaties bruikbaar zal zijn, hij streeft naar volledige probleemliquidatie. De werkwijze van de mathematicus heeft zeer veel weg van het oplossen van amusementspuzzels; een bezigheid, die zich van het kinderspel onderscheidt, doordat zij arbeidsmomenten inhoudt, maar die er toch de overeenkomst mee heeft, dat zij een exploreren bevat, dat niet op een direct praktisch doel gericht is."

3. *Spelletjes horen bij wiskunde-didactiek*

Als vervolg op hetgeen ik hierover al bij 2 gezegd heb wil ik opmerken dat – afhankelijk van een meer of minder expliciete keuze van een van de genoemde visies op wiskunde – gekozen kan worden voor spelletjes in het onderwijs, want:

- a. Spelletjes kunnen dienen als *instapprobleem* (probleemvoorbereidend, probleemstellend). Voorbeelden hiervan zijn o.a. *Zeeslag* als instapprobleem voor het onderwerp plaatsbepaling/coördinaten (van A tot Z; P. van Hiele) en de 'Mathematical Games' die gebruikt worden om het *variabele* begrip te introduceren. [9]
- b. Spelletjes kunnen dienen als *toepassing* en/of *inoefening* van wiskundige kernen. Voorbeelden hiervan zijn o.a. diverse *getalpuzzels* (M.W. 4e druk).
- c. Spelletjes kunnen dienen als '*drager*' van *attitudes en vaardigheden* die belangrijk zijn bij het bedrijven van wiskunde. Hierbij denk ik aan 'durven proberen', 'systematisch werken', 'planmatig werken', 'bewust keuzes maken', etc.

Daarnaast zijn er echter zaken te noemen die meer direct te maken hebben met wiskunde-didactiek, zoals:

- spelletjes geven variatiemogelijkheden t.a.v. de wijze van werken;
- spelletjes motiveren door hun 'spel-karakter' veel leerlingen om actief mee te doen. (Zie o.a. een deel van het reeds hiervoor aangehaalde citaat van P. van Hiele.);

- spelletjes geven de mogelijkheid om in te spelen op verschillen tussen leerlingen, zoals verschillen in leerstijl (impulsiviteit versus reflexiviteit, structureringstendentie, etc.).

4. *Een wezenlijk leerstijlaspect voor het bedrijven van wiskunde is de structureringstendentie*

Van Hiele maakte reeds in 1957 in zijn proefschrift 'voor de eenvoud van de aanduiding' het onderscheid tussen leerlingen van het 'structurerend type' in tegenstelling tot leerlingen van het 'algoritmen type'. Naast de voordelen van het behoren tot het structurende type zijn er echter ook nadelen, zoals uit het volgende citaat moge blijken.

"De leerling van het structurende type beheerst in het algemeen de stof van een hoger standpunt en zal daarom soms in staat zijn tot verrassende oplossingen. Zijn meer gescherpte kritische zin zal hem soms parten spelen. Het kan zijn, dat hij moeilijkheden ziet, die de samenstellers van de opdracht over het hoofd gezien heeft. Het kan zijn, dat hij aan de uitwerking van het probleem hogere eisen stelt dan bedoeld zijn. Het kan zijn, dat hij zich gaat verdiepen in de algemeen-geldigheid van zijn oplossingsmethode, terwijl dit niet de bedoeling was. In de wiskunde worden tal van bindende afspraken gemaakt, zoals: alles bewijzen, wat men beweert; alles construeren met passer en liniaal; een volledige discussie bij iedere constructie. Met deze afspraken wordt, om tijd te besparen echter de hand gelicht. De leerlingen van het algoritmen-type zullen het verdwijnen van deze regels als een nieuw algoritme aanvaarden, de leerlingen van het structurende type zullen zich deze afspraken te onpas herinneren en er zich weer door gebonden achten."

Structureren

Het herkennen van door anderen aangebrachte structuren en het zelf aanbrengen van structuur zijn twee verschillende vaardigheden, die door Van Hiele en anderen wat al te veel onder één noemer gebracht worden.

Een gevolg hiervan lijkt te zijn het feit dat in ons huidige wiskunde-onderwijs op alle niveau's vrijwel alleen aandacht geschonken wordt aan het leren herkennen van 'ingebouwde' structuren. Het zelf structuur aanbrengen, zoals o.a. nodig is bij het spelen van strategie-spelen, komt m.i. onvoldoende aan bod.

Dat dit de laatste tijd onderkend wordt en dat pogingen ondernomen worden om hier verandering in aan te brengen moge blijken uit de volgende – niet uitputtende – lijst voorbeelden:

Vb1 'Ingebouwde' structuur herkennen:

Samenvattingen van hoofdstukken.

Zelf structuur aanbrengen:

Kennen en Kunnen lijstjes (ontwikkeld door de wiskunde-sectie van de R.S.G. Breukelen en nu ook te vinden in de gebruikersboeken bij *Moderne Wiskunde* 4e editie).

Vb2 'Ingebouwde' structuur herkennen:

Typerende voorbeelden hiervan zijn te zien in de meeste Amerikaanse literatuur over Problem Solving Training, zoals het boek 'Puzzle Thinking, Steps to Logical Thinking and Problem Solving' van Franette Walberg.

Zelf structuur aanbrengen:

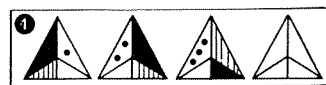
Een andere benadering van Problem Solving

is er een waarbij meer gespeeld wordt met problemen. Deze benadering vinden we o.a. in het fantastische boek 'The Art of Problem Posing' van Steven Brown en Marion Walter.

Vb3 'Ingebouwde' structuur herkennen:

Getallenrijen doorzetten, figuren afmaken (zie o.a. de zgn. Wageningse Methode), ordening van vierhoeken, etc.

Bv.

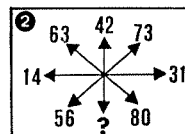


Hoe moet de vierde driehoek eruit zien?

Zelf structuur aanbrengen:

Zelf ontwerpen van getalpatronen, maar ook zoeken naar meerdere voortzettingen, zoals in het probleem:

Welk getal ontbreekt bij deze getallenster?



Vb4 'Ingebouwde' structuur herkennen:

Magical Trick:

- neem een getal van drie cijfers, vb. 123;
- schrijf het zescijferige getal op dat je krijgt door deze drie cijfers te 'herhalen', vb. 123123;
- deel dit getal door 7, vb. 17589;
- deel dit getal door 11, vb. 1599;
- deel dit getal door 13, vb. 123;
- probeer dit enkele keren;
- krijg je altijd het startgetal?

Zelf structuur aanbrengen:

ontwerp een bordspel voor 2 spelers. (Project van het Shell Centre te Nottingham in het kader van de ontwikkeling van een nieuw wiskundeprogramma én examen voor 0-level.)

Een aantal vragen dringen zich op dit moment bij mij op:

- Als er dan al verschillen zijn tussen leerlingen wat betreft het vermogen tot het herkennen van ingebouwde structuren en het zelf aanbrengen van structuur kun je daar dan rekening mee houden in het onderwijs?
- a. Zijn de leerlingen met een sterke(re) structureringstendentie in het voordeel bij het spelen van spelletjes?
b. En zo ja, kun je dan misschien de zwakkere structureerders juist helpen beter te leren structureren (minder 'algoritmen type' te zijn) door meer te spelen in het onderwijs?
Het zal u uit het voorgaande hopelijk duidelijk zijn dat mijn antwoorden op de bovenstaande vragen ja is. Alleen is het geen 'uitsluitend' ja. Zoals ik met de hiervoor gegeven voorbeelden reeds heb proberen aan te geven is er in het wiskunde-onderwijs meer mogelijk op het gebied van 'leren structureren' dan het spelen van spelletjes. Maar als mogelijke didactische verrij-

king kunnen ze beslist een veel grotere rol spelen dan nu veelal gebruikelijk is. [10]

Spelende leerlingen

Een antwoord op de vraag 'kun je rekening houden met verschillen tussen leerlingen qua structureringstendentie' denk ik te kunnen geven door te zeggen 'geef zowel open als gesloten problemen' en meer toegespitst op spelletjes, geef ze 'open' en 'gesloten' spelen/puzzels, [11] maar vooral ook strategispelen.

Een voorbeeld van een *strategiespel voor 2 personen* is het volgende:

X						0
X						0

Speler A heeft de fiches X, speler B de fiches O. Het enige dat een speler, die aan de beurt is, mag doen is één fiche een of meer plaatsen voor of achteruit verplaatsen.

Springen is niet toegestaan. Twee fiches op één hok mag niet, veranderen van 'baan' is eveneens niet toegestaan.

Degene die geen fiche meer kan zetten, heeft verloren.

Zijn er bij het spelen van dit spel nu verschillen op te merken t.a.v. de aanpak, het eventuele zoeken naar een winnende strategie, het leereffect voor verschillende typen leerlingen, etc.?

Allereerst valt bij leerlingen van allerlei leeftijden telkens weer op dat degenen die gemotiveerd zijn om van alles te onderzoeken, ook gemotiveerd zijn om spelletjes te onderzoeken. De leerlingen die zich – volgens hun leraren – nogal ongemotiveerd gedragen, maar ook degenen die sterk gericht zijn op algoritmen ('zeg maar hoe ik het moet doen', 'zeg maar hoe het zit') zijn moeilijk te porren om überhaupt te gaan spelen respectievelijk een winnende strategie – of brokjes strategie – te gaan zoeken.

Dit laatste punt, het ontbreken van een motivatie om te gaan zoeken naar een winnende strategie, was wel het meest opvallend.

Een stimulerend moment blijkt wel het moment waarop iemand zegt een strategie te hebben, of een deel van een strategie, zoals bv. hoe je verder moet spelen als in een rij de fiches maar één hokje van elkaar staan. Toen ik op een Easter Course van de A.T.M. (april 1985) dit motivatieprobleem aan een Engelse leraar voorlegde vertelde hij zijn oplossing daarvoor. [12]

"Tekent gewoon een paar vakken op de grond. Zet aan de ene kant twee jongens en aan de andere kant twee meisjes. De rest van de jongens laat je dan bij die twee jongens staan en de meisjes bij de meisjes. De jongens vertellen de jongens-fiches hoe ze moeten 'lopen' en net zo de meisjes de meisjes-fiches. Succes verzekerd!"

Ik ben nog niet in de gelegenheid geweest om dit uit te proberen, maar zal dat zeker doen (of mag ik jongens niet tegen meisjes laten strijden?).

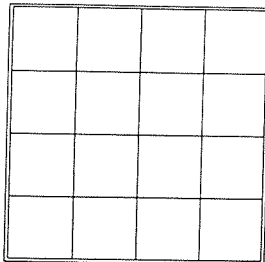
Een *tweede punt* dat opvalt is dat vrijwel iedere keer dat dit spel 'gespeeld' werd, de leerlingen met allerlei andere spelletjes kwamen aanzetten, waarmee doorgegaan kon worden. Een mogelijk vervolg zou dan kunnen zijn het analyseren van verschillen/overeen-

komsten tussen de spelen. En – zeker zo belangrijk – het zelf ontwerpen van spelen, al is het maar door spelregels te variëren, een bestaand spel uit te breiden, etc.

Als voorbeeld van uitbreiden van het voorgaande spel kunt u denken aan 'meer of minder dan 5 open vakken', 'drie of meer banen i.p.v. twee'. Een variatie op de spelregels – een door een leerling als vereenvoudiging bedachte regel – krijgt u bijvoorbeeld door het verbod toe te voegen om achteruit te gaan, zolang je nog vooruit kunt.

Om verschillen/overeenkomsten tussen spelen te laten analyseren zet ik naast het beschreven spel, sinds kort, het volgende. Het bepalen van die mogelijke verschillen/overeenkomsten laat ik u graag zelf doen (al dan niet met hulp van uw leerlingen).

DOMINO SQUARE



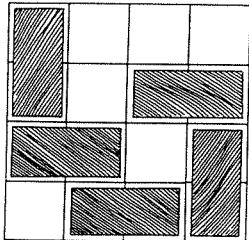
This is a game for 2 players.
You will need a supply of 8 dominoes or 8 paper rectangles.

Each player, in turn, places a domino on the square grid, so that it covers two horizontally or vertically adjacent squares.

After a domino has been placed, it cannot be moved.

The last player to be able to place a domino on the grid wins the game.

For example, this board shows the first five moves in one game:



(It is player 2's turn. How can he win with his next move?)

Try to find a winning strategy.

©Shell Centre for Mathematical Education, University of Nottingham, 1984.

Over het in 'Vooronderstellingen' genoemde (getallen) kaartspel voor 4 personen wil ik kort zijn. Het staat beschreven in *Moderne Wiskunde* 4e editie, deel 1, pag. 111.

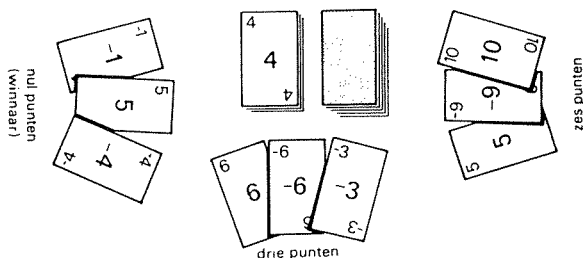
Maak van dun karton 42 kaarten.

Op elke kaart staat één getal: alle gehele getallen vanaf -10 tot en met 10, elk twee keer.

Regels:

1. De deler schudt de kaarten en geeft elke speler drie kaarten.
2. De overblijvende kaarten worden, met de achterkant naar boven, op een stapeltje gelegd.
3. De bovenste kaart wordt omgekeerd en naast het stapeltje gelegd.
4. De speler links van de deler begint. Als de som van zijn getallen niet 0 is, mag hij de kaart pakken waarvan het getal zichtbaar is. Wil hij die kaart niet hebben, dan mag hij de bovenste kaart van het stapeltje nemen.

5. Daarna moet hij een kaart wegleggen zo, dat het getal zichtbaar is. Hij heeft dan weer drie kaarten in zijn hand.
6. Dan is de volgende speler aan de beurt.
7. De speler die drie kaarten heeft met getallen waarvan de som 0 is, legt deze op tafel en zegt: 'Nul'. Het spel gaat dan nog door tot iedereen evenveel beurten heeft gehad.



Wil je meer dan één keer spelen, dan kun je ook de strafpunten van de verliezers tellen.

Dan telt -3 voor 3 punten.

Tot slot: veel plezier en bewaar de kaarten goed!

Reeds enige jaren vraag ik zo af en toe studenten, tijdens hun stage, brugklasleerlingen dit spel te laten spelen met een gewijzigde vierde regel (ook aftrekken toegestaan).

Opvallend is telkens weer de grote onzekerheid van veel leerlingen, ook van die leerlingen die braaf de rijtjes sommen met optellingen/aftrekkingen kunnen maken.

In nagesprekjes blijkt dan dat veel leerlingen als gevolg van die onzekerheid terugvallen op de voor hen eenvoudigste bewerking, nl. het optellen. De moeilijkere bewerking 'aftrekken' wordt vaak bewust (of onbewust?) niet gebruikt. Ook na een tussengesprekje, zijn er maar weinig leerlingen die zeggen: "Oh, nu begrijp ik het, dus als ik...". Het is voor mij dan ook zeer de vraag of deze leerlingen bezig zijn zich een inzicht te verwerven in de bewerkingen met gehele getallen. Zij doorzien de structuur van die bewerkingen in elk geval niet, zoeken er m.i. ook niet naar....

Maar toch zijn die leerlingen bezig structuur te herkennen en dat kan gebruikt worden als een aanzet tot zelf-structureren. Dit doet echter een groot beroep op het vermogen van de docent om de gesprekken rond/over de spelen te begeleiden. Zoals ik bij het voorgaande voorbeeld immers al aangaf moet de drempel van de motivatie om een winnende strategie te zoeken veelal eerst overschreden worden. Daarna kan het 'plezier beleven aan het bezig zijn' dusdanig worden dat ook de vraag 'hoe heb je het aangepakt' aan bod kan komen. En dat is een eerste aanzet om beter structuren te herkennen resp. aan te brengen.

Tot slot

Zoals ik deels in mijn inleiding reeds aangaf, ben ik van mening dat het van belang is het spel-element een plaats te geven in het wiskunde-onderwijs. Juist spelletjes doen een groter beroep op de structurerings-tendencie dan het huidige, nog steeds sterk op algoritmen gerichte, wiskunde-onderwijs veelal doet. En juist het ontwikkelen van het vermogen tot 'herkennen van structuren' is van wezenlijk belang voor het wiskundig bezig zijn.

Dat we door leerlingen te laten spelen en dit op een 'juiste wijze' te begeleiden ze ook (beter) leren structureren is in het voorgaande slechts impliciet aan bod gekomen. Ook is er niet expliciet ingegaan op de manier waarop die begeleiding kan plaatsvinden. Wel is in 'Spelende leerlingen' (begin) aangegeven dat de leerlingen allereerst gemotiveerd dienen te worden (zijn) om te gaan zoeken, een vergelijking te maken tussen twee spelen en zelf spelen te ontwerpen. Hierboven is tevens aangegeven dat 'nagesprekjes' essentieel zijn.

Noten

- [1] Bewerking van een voordracht gehouden tijdens het symposium "Wiskunde: werkelijk spel" te Leiden op 11 april 1985.
- [2] Dormolen, J. van; *Aandachtspunten*, pag. 24 e.v.
- [3] Krulik, S. and Jesse A. Resnick, *Strategy Gaming and Problem Solving - an Instructional Pair Whose Time Has Come!*, Arithmetic Teacher, Dec. 1983.
- [4] Hiele, P.M. van; *De problematiek van het inzicht*, pag. 74.
- [5] Broekman, H.; *Met getallen kun je blijven spelen, maar ook...*, Nieuwe Wiskrant 3 nr. 1, sept. 1983.
Broekman, H.; *Spelen met getallen*, Nieuwe Wiskrant 1 nr. 4, mei 1982.
Lagerwerf, B.; *Niveau's van zekerheid*, Nieuwe Wiskrant 3 nrs. 2 en 4 en de reactie van Sieb Kemme in Nieuwe Wiskrant 3 nr. 3
- [6] Bos, W.J.; 'Gebruik je hersens!', Euclides 60, 7, pag. 263-266.
- [7] Dit geldt misschien(?) in mindere mate voor pas afgestudeerden van de NLO's, Interstudie en Ubbo Emmius, die via hun opleiding meer gericht (kunnen) zijn op het gebruik van 'spelen'.
- [8] Zie bv. Alba Gonzalez Thompson, *The relationship of teachers conceptions of Mathematics and Mathematics teaching to instructional practice*, Educational Studies in Math 15 (1984) 105-127.
- [9] Zie o.a. Taizi, N. en M. Bruckheimer, *Formation of the 'variable' concept using Mathematical Games*, Proceedings of the 6th IGPME Conference 1982.
- [10] Wiskobas heeft dit ook jarenlang gepropageerd. Zie bv. de diverse jaargangen van het Wiskobas-bulletin. Ook in Willem Bartjens en de Nieuwe Wiskrant staan herhaaldelijk puzzels, maar jammer genoeg vrijwel geen spelletjes.
- [11] Zie bv. Broekman, H., *Spelen met getallen*, Nieuwe Wiskrant 1, 4, mei 1982.
Broekman, H., *Met getallen kun je blijven spelen, maar ook...*, Nieuwe Wiskrant 3, 1 sept., 1983.
Diverse Wiskobas-bulletins, Rekenkalender etc. (IOWO; OW & OC).
- [12] Zie ook Walters, C., 'Physical Starters' in A.T.M. Supplement 27, dec. 1984.