

Verliezen of delen

Een verslag over de reacties op de nieuwjaarswens '87 van de vakgroep OW & OC.

A.J. Goddijn/G. Schoemaker

OW & OC, RU Utrecht

Samenvatting

Vele lezers van de Nieuwe Wiskrant hebben dit jaar gereageerd op de nieuwjaarswens. De ontvangen kaarten waren zó gevarieerd dat er alle aanleiding was er een artikel aan te wijden. Ook een stukje wiskunde ontbreekt niet in deze bespreking van de reacties.

Een nieuwjaarswens

De medewerkers van de vakgroep OW & OC wensen u een voorspoedig 1987 en bieden u evenveel kwartjes aan

Bij een jaarwisseling horen goede voornemens. Ons voornemen was: nog vóór 1 januari 1987 nieuwjaarskaarten te versturen aan 1987 mensen in binnen- en buitenland. We verzenden al nieuwjaarskaarten zolang OW & OC bestaat en IOWO bestond, meestal vergezeld van een wiskundig probleem dat we zelf net hadden opgelost. Jaarlijks ontvangen we een tiental schriftelijke reacties op onze nieuwjaarswens.

We willen het aantal schriftelijke reacties vergroten. Daartoe stellen wij - medewerkers van OW & OC - 1987 kwartjes beschikbaar. Dit bedrag wordt in de vorm van boekenbonnen eerlijk verdeeld onder alle mensen die reageren op onze nieuwjaarswens: de maximale uitkering is een boekenbon van fl. 500,- (bij één schriftelijke reactie), de minimale uitkering is een boekenbon van fl. 10,- (als we vijftig nieuwjaarskaarten ontvangen).

Kortom, het gaat hier om een voorwaardelijke financiering:

- Nieuwjaarswensen inzenden vóór 1 februari 1987.
- Boekenbonnen onder de tien gulden worden niet uitgekeerd.

Het is nu uw nieuwjaarsdilemma: verliezen of delen

Wij hopen op veel reacties.

OW & OC-ers zijn van mededinging uigesloten. Zij verwachten dat ze de kwartjes in de zak kunnen houden, hoewel.....



Een oppervlakkige beschouwing

Op de foto ziet u ruim 2,25 m² nieuwjaarswens als reactie op de blauwe kaart die nog voor de Kerst de deur uitging. De rechtop neergezette kaarten bovenaan de foto staan erbij als verwijzing, ze tellen niet mee bij de eerder genoemde ruim 2,25 m² reactie. We spreken steeds over 'ruim' 2,25 m² omdat de tafelopervlakte 2,25 m² bedraagt en de kaarten elkaar ten dele overlappen.

Differentiëren

We hebben geprobeerd een indeling te maken. Indelen naar het land van herkomst: Nederland (veel), Curaçao (1), USA (1), Argentinië (een hele mooie), China (moeilijk te begrijpen). Het was alsof we op een perron stonden waar geen treinen meer aankomen. Toen hebben we besloten de inzendingen stuk voor stuk te bekijken en al doende stapeltjes te maken.

stapel 1

Nieuwjaarskaarten met korte wens en afzender. Bij de afbeeldingen zijn winterlandschappen, brandende kaarsjes en huisdieren maar ook de fraaie uitvouwkaart van een kerstboom die linksbovenaan de foto prijkt. Van dit type mochten we er 38 ontvangen. Eén van de 38 schrijft achterop de kaart: Een voorspoedig 1987 wenst u samen met 1987 skiërs ..."

(Zie foto volgende pagina).

stapel 2

Brieven of kaarten met een meer uitvoerige tekst. Soms in de vorm van poëzie, of vergezeld van een probleem, veel problemen. We mochten er van dit type 48 ontvangen.

voorbeeld:

Een*

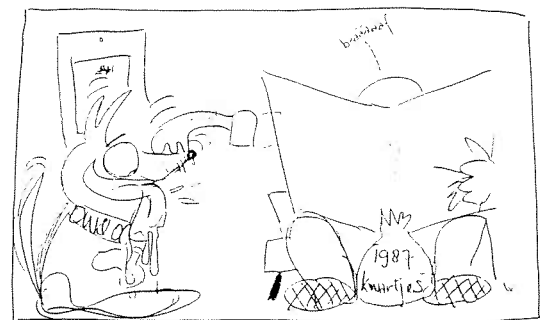
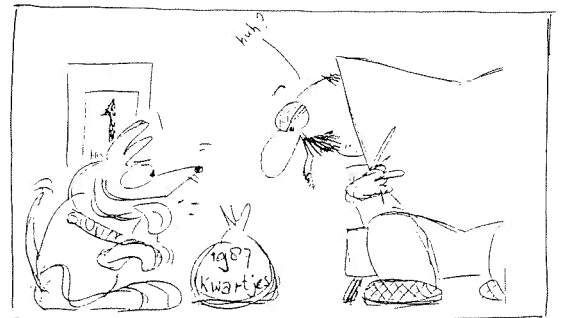
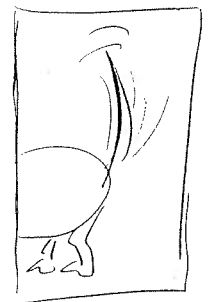
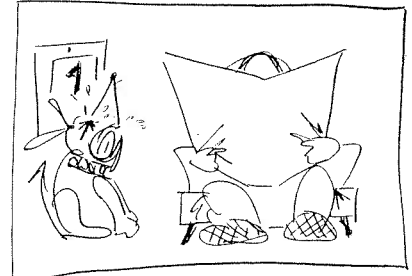
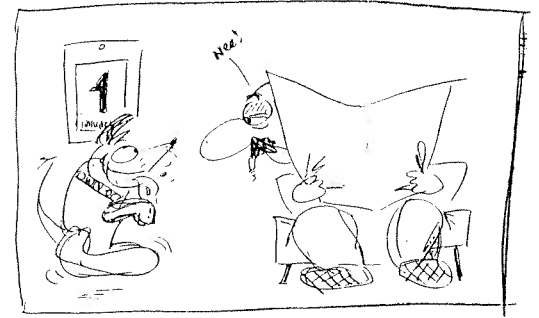
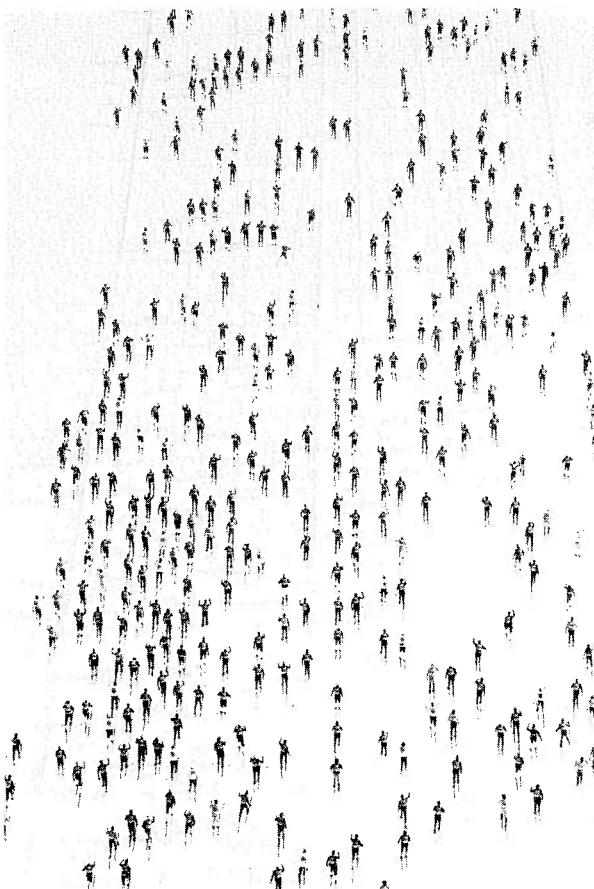
1987

* Indien dit de n^e inzending is, moet hier „gelukkig” ingevuld worden indien $0 < n \leq 50$; als $n > 50$ kan op deze plaats „interessant” gezet worden.

stapel 3

Zelfgemaakte kaarten met knip- en plakwerk, soms voorzien van “vruchten des velds”, problemen, Möbiusbandmeetkunde, onmogelijke figuren. Eén schrijfster lichtte toe “niet voor kwartjes maar gewoon voor leuk”. Deze stapel was het hoogst, het aantal van deze reacties was 22. Hierbij hoort ook het stripverhaal.

1987 skiërs



stapel 4

Bedrijven, scholen, onderwijsinstanties hebben vaak eigen wenskaarten. Personen voegen bij de groepswensen hun persoonlijke wens en stapel 4 groeit. De enige stapel met dubbele kaarten. We ontvingen er 25 van dit soort. Voor de adreswijziging met in het vakje voor aanvullende informatie een nieuwjaarsgroet hebben we geen nieuwe stapel gemaakt.

Verzamelingen en uitkeringen

Twintig jaar geleden hadden we ons zo'n buitenkansje niet laten ongaan. Verzamelingen voor het oprapen. Vandaag de dag is het een beetje verdacht om aan zoiets te denken. Merkwaardig dat we niet in de problemen kwamen bij de stapels 2 en 4 met een niet-lege doorsnede. Kennelijk leent de firmakaart zich niet tot een uitvoerige reactie.

Er zijn 133 reacties binnengekomen waarmee elke plicht tot uitkering vervalt. Wel moeten we hierbij verantwoorden dat één briefschrijver twee kwartjes meestuurde om het prijzengeld enigszins te verhogen. Wij – de schrijvers van dit artikel – hebben deze kwartjes in eigen zak gestoken.

Iemand schreef: "Beste mensen, door deze prijsvraag zo te stellen durf ik er een gulden om te verwedden dat jullie meer dan 50 reacties zullen ontvangen." Binnen OW & OC was sprake van een weddenschap over het aantal reacties, bij ons in de straat werd gewed welke medewerker zou winnen, bij ons op het dorp is een toto ... Hebzucht, geldelijk gewin, kwartjeszucht breiden zich uit volgens de regels van de exponentiële groei.

Context

Het ligt voor de hand te schrijven over de reacties vanuit de context. Drie van de inzenders geven te kennen dat ze vorige jaren ook reageerden, één schreef: "Hoewel mijn nieuwjaarswens aan uw adres normaal een spontaan karakter draagt, dreigt deze spontaniteit nu verloren te gaan door de inhoud van uw nieuwjaarsgroet. Toch de beste wensen voor 1987." Eén stuurde ons zelfs kopieën van de vorige wensen. Iemand voelde een verwijt en reageerde: "Verheugd dat ik tot de 1987 happy few behoorde, werd ik tevens opgezadeld met een moreel probleem. Enerzijds het verwijt gekregen in het verleden nooit een nieuwjaarskaart verstuurd te hebben (wel meegepuzzeld!), anderzijds nu aangezet tot het tonen van hebzucht." Nog meer morele problemen: "Mijn kinderen vinden het diep treurig dat iemand voor geld om een nieuwsjaarswens vraagt. Mijn 'prijs' keer ik dan ook direct uit als aanmoedigingspremie voor de jongste medewerker." Meer onbaatzuchtigheid bij een inzender: "Voor jullie hoop ik dat mijn reactie 51+ is, maar wie weet... Is dat echt waar dat er andere jaren maar 10 antwoorden kwamen?" Altruïsme op rijm: "En ... nog bedankt voor het vertrouwen. De kwartjes mag je houden." We komen dichtbij de moraal op de kaart met een vogeltje: "Verliezen of delen doet mij denken aan de huidige situatie op de arbeidsmarkt: arbeidstijdverkorting, minder moeten werken, een deel van je baan (dus ook inkomen)

verliezen om meer werk te creëren – voor (dus delen met) de werklozen: ten rechte moet het zijn verliezen of m.a.w. delen."

Er is ook geschreven over het dilemma. Op de adreskaart van een Anton Pieck-kaart lezen we: "Leuk maar onduidelijk, de beste wensen voor 1987." Wat te denken van: "De kerstvakantie was een ideale tijd voor jullie jaarlijks wiskundig probleempje. Ik vrees dan ook dit jaar tijd over te houden, hoewel ..."

Leuk maar onduidelijk

Vóór deze publikatie wist u nog niet of u een boekenbon van $f 496,25$ (is $1987 \times f 0,25!$) zou winnen, of dat u samen met tevelen begerig was geweest. Een onduidelijke situatie. U wist wèl of u ingestuurd had.

Echt leuk en onduidelijk wordt het als u dat laatste niet eens wist.

Dat had gekund, en wel als volgt.

U maakt *twéé* kaarten:

*Ik ding mee
naar de bonnen.*

*Lang leve OW & OC
maar ik doe niet mee.*

Deze twee kaarten legt u omgekeerd op tafel en door kruis en munt gooien kiest u er één. Die gaat ongezien in een envelop en de ander gooit u ongezien weg.

Wat mag u nu van Vrouwe Fortuna verwachten als iedereen zo doet?

Niet veel, want er komen nu inderdaad 1987 kaarten op de Tiberdreef aan en praktisch zeker zijn er teveel boekenbonnenbegerenden.

Maar als we nu eens met minder dan 50% kans voor de meedoe-kaart gokken? Bijvoorbeeld door nog een niet-mee-doen kaart erbij te leggen? De kans dat er uitbetaald wordt stijgt nu, kunnen we nu méér verwachten?

Een brokje met formules

Nu maar even rekenen!

De meedoe-kans stellen we op p . Ieder gokt dus met kans p of 'ie meedoet. Wat is nu de gemiddelde opbrengst, de verwachting, van dit experiment?

De kans dat ù meedoet is p . Dat er precies $(n-1)$ anderen meedoen is:

$$\binom{1986}{n-1} \times p^{n-1} \times (1-p)^{1986-(n-1)}.$$

De uitkering bij precies n inzenders is $\frac{\text{prijs}}{n}$. Enfin, de verwachting is dus:

$$V(p) = \sum_{n=1}^{50} \frac{496,25}{n} \times \binom{1986}{n-1} \times p^n \times (1-p)^{1987-n}.$$

(De bovengrens 50 voor n volgt uit het beperken van de boekenbonnen tot minimaal $f 10,-$).

De eerste term is: $\text{prijs} \times p \times (1-p)^{1986}$. Volgende termen vinden we door vermenigvuldigen met p ,

delen door $(1-p)$ en door correcties voor de binomiaal coëfficiënten in de noemer onder 496,25. Op zo'n manier laten we de computer dit soort sommen berekenen.

Uiteindelijk krijgen we de volgende tabel:

p	V(p)
0.001	0.2158
0.002	0.2453
0.003	0.2494
0.004	0.2499
0.005	0.25
0.006	0.25
0.007	0.25
0.008	0.25
0.009	0.25
0.01	0.25
0.011	0.25
0.012	0.25
0.013	0.25
0.014	0.25
0.015	0.2499
0.016	0.2498
0.017	0.2492
0.018	0.2478
0.019	0.2445
0.02	0.2384

Neem dus maar $p \approx 0,01$. Dan is de verwachting maximaal, en juist één kwartje.

Een redenering

*Als ik niet meedoe, krijg ik zeker niets.
Als ik wel meedoe, krijg ik misschien wat.
Ik doe dus mee.*

Tegenspraak met het bovenstaand verhaal! Want daar wordt gesuggereerd dat met 99% kans niet meedoen verstandiger is.

Maar pas op: de redenering hierboven is ik-gericht en de berekening is collectief-gericht.

Als we collectief $p=0,01$ nemen, verdienen we collectief praktisch zeker 1987 kwartjes, terwijl de verwachting voor allen samen juist erg laag wordt als we p collectief groter nemen.

Jammer dat u bij samenwerking, dus door p laag te houden, zelf niet zoveel krijgt. Maar u dient de gemeenschap!

Maar waarom moet p niet al te laag worden? In de tabel zien we dat de verwachting weer kleiner is als $p=0,001$.

Tja, de kans dat er niet uitgekeerd wordt door gebrek aan inzenders begint dan toch wel groot te worden, nl. 0,137!

Slot

Er waren 133 inzenders. We namen dus $p \approx 0,07$. Dat dit te hoog is weten we nu. Verliezen of delen was dus toch wel een lastige vraag.

Gelukkig wenst één respondent ons voor 1987: "Winnen en Vermenigvuldigen!"

Of dat met de nieuwjaarskaart van volgend jaar lukt, beloven we voorlopig maar niet. De kwartjes zijn tegen die tijd waarschijnlijk wel uitgegeven.

Brede brugperiode?
Heterogene klassen? Mavo, havo of vwo?
Homogene lbo of mavo?
Of.....?

WISKUNDELIJN

PAST ALTIJD

Een nieuwe wiskundemethode
met ruime differentiatiemogelijkheden

Vraag meer informatie over deze nieuwe heldere lijn voor het wiskunde-onderwijs.
Telefoon 050-422344



Jacob Dijkstra
Groningen
Postbus 284
9700 AG Groningen

Levering via boekhandel en uitgever