

Wat stellen tabellen voor?

Over de invulling van het programma-onderdeel 'tabellen' bij het experiment havo-wiskunde A

A. Roodhardt

Chr. SGM Oostergo, Dokkum

Samenvatting

Het programma-onderdeel 'tabellen' neemt een belangrijke plaats in bij het nieuwe vak wiskunde-A dat ontwikkeld wordt voor de HAVO. De auteur, medewerker bij het HAWEX-project, schetst in dit artikel hoe dit onderdeel is uitgewerkt in experimentele leerlingenteksten.

Tabellen hebben nog niet eerder de status gehad officieel in een wiskundeprogramma te zijn opgenomen. Daarom kunnen er voor de invulling ongehinderd door tradities, keuzen worden gemaakt. In dit artikel gaan we in op *wat* er gekozen is, *waarom* juist dat gekozen is en *hoe* dat zijn beslag heeft gekregen in de presentatie aan de leerlingen.

Nu was de situatie niet: door het programma worden tabellen geëist, laten we nu eens bedenken wat we daarmee kunnen. Het noemen van tabellen in het programma is een uitvloeisel van een algemene doelstelling, die naar voren is gekomen in de werkgroep die indertijd dit programma heeft voorgesteld, namelijk: 'Het met wiskundige middelen bestuderen van de werkelijkheid.'

Dat is tenslotte gepreciseerd tot: 'Het programma wiskunde havo-A heeft een algemeen vormend en maatschappij gericht karakter. De kandidaat moet vertrouwd zijn met het verwerken van en het trekken van conclusies uit gegevens die betrekking hebben op een concrete probleemstelling.'

U voelt het al: we handelen binnen de kortste keren in contexten. Contexten worden weleens voor de werkelijkheid aangezien. Dat is niet altijd juist. In werkelijkheid zijn het vaak beschrijvingen van de werkelijkheid. Deze filosofische scherpslijperij heeft wel gevolgen. We moeten ons de vraag stellen in welke taal we de leerlingen de situaties (en de problemen) aanbieden.

Dat kan die van onze eigen gebruikelijke teksten zijn, maar ook die van de teksten die als bron voor de vraagstukken dienen.

We kozen, waar mogelijk, voor het laatste. Dan is dat alvast echt. Dit bracht mee dat onze eigen tekst hier

niet al te schril tegen moest afsteken.

De aard van de gekozen contexten werd bepaald door zaken die de leerling nu, of later tegenkomt in kranten, (vak)tijdschrijften, verslagen en studieboeken voor andere vakken. Heimelijk hopen we straks veel waardering te krijgen van de collega's Nederlands voor onze inzet voor het vak 'begrijpend lezen'. Verder mag in de leerstof best uitkomen dat we met wiskunde bezig zijn.

Tabellen behoren tot de meest toegankelijke middelen om de werkelijkheid te bestuderen. Daarbij kunnen ze verschillende rollen vervullen.

In de eerste plaats als zelfstandige informatiedrager. Door rekenen en redeneren zijn daaruit conclusies te trekken. In de tweede plaats als inleiding en voortdurend hulpmiddel bij grafieken en formules. En tenslotte nog als ordeningsmiddel bij statistiek en matrices. Tot zover voorlopig wat wij willen.

Nu wat wij kunnen.

Dat wordt voor een belangrijk deel bepaald door de mogelijkheden van de leerlingen. Erg veel is daarvan niet bekend. Het merendeel van de A-kiezers kon niet bogen op een roemrucht wiskundig verleden. Maar dat betrof dan wel vaak wiskunde die meer B-gericht was. Behalve het minder goed overweg kunnen met wiskundige technieken, was de interesse voor wiskunde ook (nog) niet tot ontwikkeling gekomen.

Op zijn minst moet de leerstof voldoende voor de leerlingen interessante aspecten hebben. Dat betreft zowel de keuze van de situaties, als de keuze van de vragen. Natuurlijk hoeft niet alles voor iedereen aantrekkelijk te zijn. Het leven bestaat ook niet uit een aaneenrijging van mooie gebeurtenissen.

Waar mogelijk moet de zinvolheid van de leerstof

direct blijken. We hebben de oplossing gezocht in een stevige verankering in de werkelijkheid. Het gebruik van contexten komt dus goed van pas. Maar we wilden nog iets verder gaan, door ook niet-wiskundige vragen te stellen, zoals het doen van veronderstellingen, het geven van verklaringen van verschijnselen en het beoordelen van de beperkingen van de oplossing van een probleem.

Zulke grensoverschrijdingen kunnen door de leraar als problematisch worden ervaren, maar voor de leerling zijn ze dat meestal niet. Een moeilijkheid bij acceptatie blijft dan wel de cijfermatige beoordeling van het door de leerling geleverde werk.

Het komt er eigenlijk op neer dat we een tabel tot leven moeten brengen. Er zit veel meer in verborgen dan op het eerste gezicht lijkt. En dat meer is er uit te halen door toepassing van geschikte technieken.

Een grote moeilijkheid was en blijft het vaststellen van het niveau van de leerstof. Uit het voorgaande is af te leiden dat we hoofdzakelijk te maken hebben met leerlingen die anders geen wiskunde in hun pakket gekozen zouden hebben.

We hebben gekozen voor voorzichtig beginnen. De meest gebruikte leerstofvorm bestaat uit een context met een hele serie vragen. Door de moeilijkheidsgraad van deze vragen sterk te variëren, kan elke leerling in principe succesjes behalen – voor velen is dat nieuw! – en blijft er toch voldoende uitdaging bestaan.

Als illustratie van een aantal hiervoor genoemde zaken volgt nu het begin van het boekje *Tabellen, Grafieken, Formules 1*.

1. Een bioloog is geïnteresseerd in de vraag, welke invloed de broedselgrootte van een vogel heeft op de hoeveelheid voedsel die elk jong krijgt.

De oudervogels kunnen niet onbeperkt voedsel aandragen en daarom is het voor de hand liggend dit vermoeden uit te spreken: 'Hoe groter het broedsel, hoe minder voedsel per jong.'

Maar hij wil dat verband preciezer weten. Hiervoor gaat hij waarnemingen doen bij nestelende koolmezen. De voedsel consumptie wordt bepaald en de groei.

Het resultaat zet hij overzichtelijk in een tabel:

Broedselgrootte (aantal)	Voedselconsumptie (g per jong per dag)	Groei (g per 13 dagen)
2	1,90	14
3	1,78	15
5	1,15	14
7	1,00	14
9	0,80	14
12	0,70	13

> Komt het vermoeden aardig uit?

2. Over de hoeveelheid voedsel die de ouders per dag naar het nest brengen, kun je verschillende veronderstellingen maken.

Hier zijn er drie:

I. De ouders werken steeds op topcapaciteit.

Dat wil zeggen dat de totale hoeveelheid voedsel bij elk broedsel even groot is.

II. De ouders brengen meer voedsel als het broedsel groter is.

III. De ouders brengen bij een groter broedsel eerst meer voedsel, tot een zekere grens bereikt wordt. Daarna blijft die hoeveelheid even groot.

> Welke veronderstelling klopt met de tabel?

3. De bioloog is verbaasd over de laatste kolom. Hij had stilzwijgend aangenomen dat in grotere broedsels de groei kleiner zou zijn.

Maar uit de tabel blijkt dat de grootte van die groei merkwaardig genoeg weinig verband met de broedselgrootte vertoont.

Dat raadsel moet verklaard worden!

> Probeer die verklaring te vinden.

Aanwijzing: Voedsel is niet alleen nodig voor de groei.

4. In de vakliteratuur vindt de bioloog gegevens over de warmteproductie van de jongen:

Broedselgrootte	2	3	5	7	9	12
Warmteproductie (in kcal per jong)	0,287	0,265	0,229	0,202	0,189	0,177

> Passen deze resultaten bij de verklaring uit opgave 2?

Dit was de gang van zaken in opgave 1.

- De bioloog begon met een vraag.
- Die vraag bepaalde de keus van het experiment en daarmee het soort waarneming.
- De resultaten werden overzichtelijk in een tabel gerangschikt.
- En hiermee werd de vraag beantwoord.

Dus de vraag was de aanleiding tot het opstellen van de tabel.

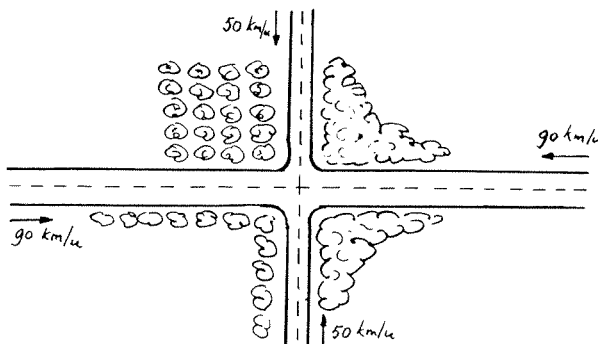
Bij opgave 3 gebeurde het omgekeerde. Bestudering van de tabel leverde bijzonderheden en die bijzonderheden leidden tot een vraagstelling.

De leerstofkeuze is het gemakkelijkst te verduidelijken aan de hand van de hoofdstuktitels.

1. *Wat je met tabellen kunt doen.*

Een voorbeeldvraagstuk is al gegeven.

8. Uitzicht op kruispunt



Dit kruispunt ligt prachtig beschermd tussen de bomen. Maar voor de verkeersveiligheid is dit niet zo'n verstandige aanleg. Er moet uitzicht zijn op de toevoerende wegen.

De uitzichtafstand moet zo groot zijn dat er tijdig geremd kan worden. De daarvoor benodigde afstand is weer afhankelijk van de snelheid waarmee op die weg wordt gereden. We noemen dat de ontwerpsnelheid van die weg. Een

Amerikaanse instelling geeft daarvoor een tabel:

Ontwerpsnelheid (km/u)	Uitzichtafstand (m)
50	60
70	110
90	160
120	230

Door de uitzichtafstanden vanuit het centrum van het kruispunt uit te zetten, kunnen vier driehoeken worden getekend waarin geen uitzichtbelemmerende beplanting mag voorkomen. Deze driehoeken heten de uitzichtdriehoeken.

- >a Teken de uitzichtdriehoeken voor dit kruispunt.
- >b Bereken de oppervlakte van het gebied waar de bomen moeten verdwijnen.
- >c Als de weg met ontwerpsnelheid 90 km/u 'gepromoveerd' wordt tot een weg voor 120 km/u, met hoeveel procent moet het kale gebied dan worden uitgebreid?
- >d In ons land zijn snelheden van 80 km/u en 100 km/u voorgeschreven.
Vul de tabel aan voor deze snelheden.

2. Het zelf maken van tabellen

Een voor de hand liggend onderwerp als we denken aan het verwerken van gegevens.

Tabellen worden onder andere met behulp van berekeningen uit andere tabellen afgeleid. Mede als voorbereiding op grafieken en formules worden tabellen gemaakt uit schakeling van andere tabellen.

($X \rightarrow Y$ en $Y \rightarrow Z$ geeft tabel $X \rightarrow Z$).

En tenslotte worden tabellen opgesteld op grond van teksten.

5. De sterfte onder zuigelingen (leeftijd 0-1 jaar) is in Nederland één van de laagste ter wereld. In 1982 nog maar 8,2 per 1000 levend geboren kinderen.

Dat is nog niet lang zo. In 1900 was dat cijfer 200 en daarvoor nog hoger.

Hoe de situatie vroeger was, kunnen we lezen in een boek uit 1740. Hierin schrijft Nicolaas Struyck over de resultaten van zijn onderzoek naar de kindersterfte in Broek in Waterland.

Hier zijn enkele fragmenten:

... 'daarom reeken ik maar van 't Jaar 1657 tot het begin van 't Jaar 1738; in dien tyd zyn aldaar leevendig gebooren 867 Jongens, en 846 Meisjens; onder dezelve zyn 365 Jongens, en 283 Meisjens geen vol Jaar oud geworden;

Na de Ouderdom van een Jaar worden de Kinderen veel vaster van leeven; in 79 Jaaren, van 't Jaar 1654 tot het Jaar 1732, zyn gebooren 810 Jongens, en 795 Meisjens, daar zyn, beneden de Ouderdom van één Jaar, gestorven 337 Jongens, en 262 Meisjens; tusschen de Ouderdom van 1 en 2 Jaaren, 26 Jongens en 25 Meisjens; tusschen 2 en 3 Jaaren, 24 Jongens, en 14 Meisjens; tusschen 3 en 4 Jaaren, 10 Jongens, en 10 Meisjens; tusschen 4 en 5 Jaaren, 6 Jongens, en 7 Meisjens; tusschen 5 en 6 Jaaren, 4 Jongens, en 6 Meisjens,

- >a Maak uit deze tekst een tabel voor de leeftijden (L) voor jongens en meisjes samen.

Leeftijd	Aantal gestorven	Aantal per 1000
$L < 1$		
$1 \leq L < 2$		
$2 \leq L < 3$		
$3 \leq L < 4$		
$4 \leq L < 5$		
$5 \leq L < 6$		

- >b Hoeveel procent van de jongens en hoeveel procent van de meisjes bereikte de zesjarige leeftijd niet?

3. Voorzichtig met tabellen

Het gaat om het 'aanbrengen' van een gezond wantrouwen. Hierbij komt een aantal aspecten van het niet-deductief redeneren aan de orde.

3. Helpende mannen, nou ja ...

De Europese Gemeenschap heeft in een aantal landen een enquête gehouden om meer inzicht te krijgen in de levenssituatie van de vrouw.

Het ging om een enquête waarbij aan mannen werd gevraagd hoe vaak zij hun vrouwen hielpen bij het huishouden en waarbij aan vrouwen werd gevraagd hoe vaak ze door hun man bij het huishouden werden geholpen.

Het resultaat was als volgt:

Enquête: De hulp van de man bij huishoudelijke taken:										
	B	DK	D	F	IRL	I	L	N	VK	EG
	(1)									
	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
<i>Antwoorden van de mannen:</i>										
<i>'Ik help mijn vrouw'</i>										
vaak	38	37	28	39	32	15	32	41	48	33
soms	44	46	57	45	51	54	51	52	39	49
nooit	17	11	13	11	16	30	15	6	12	16
geen antwoord	1	6	2	5	1	1	2	1	1	2
Totaal	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Basis (3)	336	342	334	419	271	364	126	330	478	3065
<i>Antwoorden van de vrouwen:</i>										
<i>'Mijn man helpt mij'</i>										
vaak	28	37	22	28	25	13	15	27	32	24
soms	40	41	54	44	50	35	49	54	45	45
nooit	31	18	23	27	24	49	32	18	22	29
geen antwoord	1	4	1	1	1	3	4	1	1	2
Totaal	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Basis (3)	338	351	353	425	281	358	91	521	503	3187
Verschillen	14	5	9	12	8	21	19	12	10	13

- >a Hoe zijn de getallen in de rij verschillen berekend?

We leggen deze tabel aan een aantal mensen voor en vragen hen hieruit een conclusie te trekken.

De meest voorkomende antwoorden zijn:

- Uit de tabel blijkt dat de hulp van de mannen duidelijk ondergewaardeerd wordt door de vrouwen.
- Uit de tabel blijkt dat de mannen de grootte van hun hulp schromelijk overdrijven.

- >b Deze antwoorden zijn met elkaar in strijd, maar zijn ze ook in strijd met de tabel?

4. De tabel in opgave 3 is niet waarheidsgetrouw overgenomen. Op de plaats van 'verschillen' stond 'overdrijvingsmarge van mannen'.

Er is dus gekozen voor de tweede conclusie: de mannen

overdrijven.

Maar dat kan alleen uit de tabel volgen als een extra veronderstelling wordt gemaakt.

>a Welke veronderstelling?

We bekijken twee tegengestelde uitgangspunten:

- de mannen waren eerlijk;
- de vrouwen waren eerlijk.

>b In welk land werd het hardst gelogen?

Heeft de keuze van het uitgangspunt invloed op het antwoord?

>c Kan deze tabel dienen als ondersteuning van de uitspraak dat de positie van de vrouw in Nederland slecht is?

4. Interpolatie en extrapolatie

Dit zijn pogingen om nog meer informatie uit een tabel te halen. Hierbij is een belangrijke vraag, wanneer dit verantwoord is.

13. De invloed van de windsnelheid op de temperatuurservaring

Als je voor een buitenwandeling bij lage temperatuur je kleding moet kiezen, dan moet je niet alleen op de thermometer kijken. De windsnelheid is minstens zo belangrijk. Dezelfde temperatuur wordt bij een hogere windsnelheid als veel lager gevoeld.

In de tabel is het verband tussen omgevingstemperatuur, windsnelheid en ervaren temperatuur (het zogenaamde temperatuurequivalent) voor een deel gegeven.

Omgevingstemperatuur (°C)	5	0	-5	-10	-15	-20	-25
	Temperatuurequivalenten						
Windsnelheid (m/s)							
0	5	0	-5	-10	-15	-20	-25
5	3	-4	-11	-18	-25		
10	0	-9	-18	-27			
15	-5	-13	-23				

Om enig idee te krijgen van wat een bepaalde windsnelheid betekent, is op blz. 27 een vergelijkingstabel bijgevoegd.

'Beaufort' geeft de windkracht uit het weerbericht. Voor ons is de kolom $V_{1,75}$ (m/s) van belang.

>a Er heerst een krachtige wind, die neigt tot harde wind. De temperatuur is -10°C .

Als welke temperatuur wordt dit ervaren?

>b Welke regelmaat kun je in de eerste tabel (temperatuurequivalent) in horizontale richting vinden? En in verticale richting?

>c Als de regelmaat zich doorzet dan kun je bij windsnelheid 10 m/s en omgevingstemperatuur -15°C op twee manieren het temperatuurequivalent berekenen. Doe dat. Is het antwoord zeker?

>d Er zijn in de bekende getallen al voorbeelden te vinden die de regelmaat verstoren (daarom is de tabel hier ook onvolledig). Geef eens een voorbeeld.

>e Vul de tabel in met behulp van geschikte interpolatie.

windsnelheid (m/s)	omgevingstemperatuur (°C)	ervaren temperatuur (°C)
10	-8	...
12	-5	...
7	-13	...

5. Overzicht en herhaling van berekeningen met procenten

Procenten zijn in de vorige hoofdstukken ook af en toe gebruikt, maar het leek ons niet opportuun om er al zo vroeg een hoofdstuk aan te wijden. We voelden ons aangesproken door het principe: eerst behoefte kweken voor je met een artikel op de markt komt.

6.

Van onze redactie economie
AMSTERDAM – De kosten als gevolg van preventie, controle, herstel van fouten en de behandeling van klachten kost het Nederlandse bedrijfsleven gemiddeld twintig procent van de loonkosten. Voor bedrijven en overheid betekent dit landelijk gezien een verspilling van veertig miljard gulden per jaar.

(Trouw, 6 juli 1987)

> Hoeveel bedragen de loonkosten in Nederland per jaar?

6. Extra opgaven

In dit hoofdstuk zijn voorlopig vraagstukken ondergebracht die later misschien wel een eigen rubriek verdienen.

We noemen:

- de organisatie van een complexe berekening;
- het beoordelen en zelf schrijven van een tekst waarin numerieke gegevens voorkomen;
- het bedienen van rekenvoorbeelden om een betoog te ondersteunen, of een bewering te ontzenuwen.

4. Bosbranden



Schrijf voor een streekblad een kort artikeltje, waarin de mensen tot voorzichtigheid met vuur worden gemaand, om zo het aantal bosbranden te beperken.

Je beschikt over de volgende gegevens:

- Van elke 10 branden ontstaan er 6 door onvoorzichtigheid.
- Het percentage van het totaal aantal branden per jaar voor elke maand

maand	jan	feb	mrt	apr	mei	juni	juli	aug	sept	okt	nov	dec
%	0,4	2,5	16,9	31,2	24,0	12,0	4,9	4,5	3,3	0,2	0,1	0,0

Behalve de hiervoor genoemde stof, komen er zo tussendoor ook voorproefjes van de vervolgstof *grafieken en formules*. Deze onderwerpen worden later in aparte boekjes behandeld. Daarin zal de meer abstracte kant van de wiskunde een grotere plaats krijgen, maar wel steeds in samenhang met voorstelbare situaties.

In dit eerste boekje ligt de nadruk duidelijk op het vertalen.

Tenslotte: het onderwerp tabellen kan goed worden ondersteund door het gebruik van een spreadsheet-programma. Inmiddels is daar enige ervaring mee opgedaan in de klas.

In een volgend artikel komen we op die ervaring terug.
