

De driehoek van Omar Khayyam

Lesgeven aan buitenlandse volwassenen

M. Meeder / OW&OC, RU Utrecht

F. Mulder / Vrije Universiteit, Amsterdam

Samenvatting

Op veel plaatsen in Nederland volgen allochtone leerlingen of studenten wiskunde-onderwijs. De meeste van hen doen dat in gemengde groepen, maar er zijn ook instellingen waar wiskunde wordt gegeven aan groepen die uitsluitend uit buitenlanders bestaan: Internationale Schakelklassen, Dag/avondscholen voor volwassenen en Educatieve Centra. Bovendien bestaat er een klein aantal voorbereidende cursussen voor buitenlandse aspirant-studenten aan HBO en WO, waar ook wiskunde wordt gegeven.

In dit artikel geven wij een impressie van wiskunde-onderwijs aan volwassen buitenlanders gebaseerd op onze ervaring aan de Joke Smit Scholengemeenschap, respectievelijk het Voorbereidend Jaar Anderstalige Studenten aan de Vrije Universiteit, beide te Amsterdam.

Nummer of noemer?

Wiskundeles geven aan buitenlanders is leuk werk vol verrassingen, bijvoorbeeld wanneer je bezig bent met de Nederlandse uitspraak van breuken en de terminologie daaromheen. Aanvankelijk denk je dat 'ander-half' (de ene heel, de andere half) de enige buitenissigheid is, maar al gauw merk je dat onze breukentaal veel ingewikkelder in elkaar zit. De breuk $\frac{3}{4}$ wordt uitgesproken als 'drie-kwart' of 'drie-vierde'; in het laatste geval de teller als hoofdtelwoord, de noemer als rangtelwoord. En rangtelwoorden zijn ook alweer onregelmatig, want we zeggen bij 1 *eerste*, bij 8 *achtste*, maar verder *tweede*, *derde*, enz. Maar er is nog veel meer. Wij zeggen 'twee-en-een-half' tegen $2\frac{1}{2}$, maar 'twee-zeven-achtste' zonder 'en' tegen $2\frac{7}{8}$. En het onderscheid in uitspraak tussen $\frac{2}{17}$ (twee-zeventiende) en $2\frac{7}{10}$ (twee-zeven-tiende) is wel heel subtiel! Niet alleen voor buitenlanders, maar ook voor Nederlandstaligen zal dit moeilijk zijn.

En wat te denken van een cursist die als antwoord op de vraag wat 'gelijknamige breuken' zijn, antwoordt: "Gelijknamige breuken zijn breuken met gelijke nummers." Overigens is het voorzetsel 'met' heel geschikt voor het formuleren van definities zonder samengestelde zinnen te hoeven gebruiken. Allochtone cursisten kunnen daar hun voordeel mee doen.

Nog iets over de uitspraak van $1\frac{1}{2}$. Wist u dat een rijksdaalder vroeger in de volksmond een 'derdehalf' werd genoemd (de ene heel, de andere ook en de

derde half)? De ervaring leert dat buitenlandse cursisten dergelijke historische extraatjes waarderen.

De cursusopzet

Zowel de cursus aan de Joke Smit Scholengemeenschap als die aan de Vrije Universiteit duurt één jaar. Beide cursussen beogen de deelnemers in staat te stellen tot het volgen van een verdere opleiding op HBO- of WO-niveau. De nadruk ligt op het leren van Nederlands; daarnaast is Engelse leesvaardigheid een belangrijk onderdeel. Afhankelijk van de studiekeuze volgt men bovendien lessen wiskunde, natuurkunde en scheikunde. Op deze plaats willen wij alvast opmerken dat de positie van het Nederlands in de cursus, een bron van conflicten kan zijn. Het leren van Nederlands is voor de cursist vaak alleen een middel om een doel, bijvoorbeeld een universitaire studie, te bereiken. Dat het Nederlands juist daarom ook een belangrijke rol speelt in de andere cursusonderdelen, vinden velen maar moeilijk te accepteren. Ze ervaren het juist als een verademing om bij een vak als wiskunde met nieuwe stof bezig te zijn en niet voortdurend geconfronteerd te worden met hun taalhandicap.

Niet iedere belangstellende wordt tot de cursus toegelaten. Men moet de Nederlandse taal al in zekere mate beheersen en ook dient het niveau in andere relevante vakken hoog genoeg te zijn. Beoordeling van één en ander vindt plaats door kandidaat-deelnemers een

Onze ervaring is dat anderstalige cursisten daar aanvankelijk niet mee uit de voeten kunnen. Het aardige is dat hiermee zowaar een aspect van de beginsituatie is ontdekt waarin de cursisten vrijwel homogeen zijn. En dat in een groep die verder zo heterogeen is! Daarom is 'Spreekt u al wiskunde?' goed materiaal om mee te starten; het is de basis voor een activiteit die voor alle deelnemers nuttig is en waarvan het rendement redelijk hoog is. Deze aanpak heeft echter ook beperkingen; je kunt er niet te lang mee doorgaan, want de cursisten bereiken vroeger of later een moment waarop de wiskunde zelf nieuw voor ze is. Vanaf dat moment is het principe 'nieuwe taal leren via bekende wiskunde' niet langer toepasbaar. Maar vóór dat moment is de geschetste aanpak goed bruikbaar, al is het alleen maar omdat die als het ware een dam opwerpt tegen de dreigende chaos in het begin van de cursus.

Taal minimaal?

Zodra onderwerpen aan de orde komen die voor de cursisten nieuw zijn, rijzen er taalproblemen. Het ene aspect (taal) kan dan immers niet meer steunen op het andere aspect (wiskunde). In dit stadium is het moeilijk weerstand te bieden aan de verleiding om de taal tot het absolute minimum te beperken. En wij zijn ook wel voor die verleiding bezweken. Taal wordt in die situatie een noodzakelijk kwaad, dat vooral niet op de voorgrond mag treden, omdat het een handicap is bij het leren van wiskunde. Maar de beperkingen van materiaal waarin taal tot het uiterste is beperkt,

doen zich onmiddellijk voelen. Want ook al reduceer je het schriftelijk taalgebruik tot een minimum, mondeling treed je onvermijdelijk buiten de zelfopgelegde grenzen. Juist op het moment dat je besloten had het accent te verleggen van taal naar wiskundige inhoud, heb je die taal harder nodig dan tevoren.

Taal is één van de belangrijkste middelen om de onbekende inhoud over te brengen. Over nieuwe stof moet je praten en liefst op wisselende manieren. En moet je bij een onderwerp als logaritmen afzien van allerlei voorbeelden, uit angst dat de cursisten de taal niet kunnen volgen? Ons antwoord is inmiddels een duidelijk nee; sterker nog, wij deinzen er niet voor terug onze cursisten tamelijk pittig taalgebruik uit gangbare methoden voor te zetten. Tenslotte zijn het mensen aan wie direct na deze voorbereidende periode, te weten tijdens de vervolgopleiding, stevige eisen met betrekking tot Nederlands gesteld zullen worden. Minimaliseren van taalgebruik is daarom in zekere zin uitstel van executie. Bovendien heeft de praktijk inmiddels uitgewezen dat een taalrijke aanpak heel behoorlijk werkt. Uiteindelijk zouden we nog een stap verder willen gaan: zou wiskunde niet op een zodanige manier aan anderstaligen gegeven kunnen worden, dat dit wiskunde-onderwijs een ondersteuning vormt voor de verwerving van de Nederlandse taal?

Tot besluit: bij de behandeling van de driehoek van Pascal (zie figuur) is het de afgelopen jaren meer dan eens voorgekomen dat een Iraanse cursist protesteerde met de opmerking: 'Pascal? Dit is de driehoek van Omar Khayyam!'

است. بنابراین بسط دو جمله‌ای را به صورت زیر می‌توان نوشت:

$$(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + \dots + \binom{n}{n-r}a^{n-r}b^r + \dots + b^n$$

با توجه به آنچه ذکر شد می‌توان دید که:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2a^1b + 1a^0b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3a^1b^2 + 1a^0b^3$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2a^1b + 1a^0b^2$$

$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4a^1b^3 + 1a^0b^4$$

آرایش زیر از اعداد طبیعی را در نظر می‌گیریم:

1																
	1															
		1	2	1												
			1	3	3	1										
				1	4	6	4	1								
					1	5	10	10	5	1						
						1	6	15	20	15	6	1				
							1	7	21	35	35	21	7	1		
								1	8	28	56	70	56	28	8	1

در آرایش مثلثی شکل مزبور، اعدادی که در امتداد ساقهای مثلث قرار دارند همه ۱ هستند. سایر اعداد هر یک مساوی مجموع دو عددی است که در سطر بالایی آن و در دو طرف آن عدد نوشته شده‌اند. یعنی:

$$2 = 1 + 1$$

$$3 = 1 + 2$$

۱۷

(۱-۸) - مثلث پاسکال - خیام

↑

Khayyam

↑

Pascal

↑

driehoek

Iraans wiskundeboek, waarin de bewuste driehoek wordt gepresenteerd als de driehoek van Pascal/Khayyam.