

Dat is LIFE

L. M. Doorman / H. B. Verhage

OW & OC, RU Utrecht

Samenvatting

Met een nieuw computerprogramma voor het spel LIFE zijn we de klas ingegaan. Allereerst geven we hier een beschrijving van LIFE, gevolgd door de ervaringen in de klas. Past LIFE in de wiskundeles?

In het begin van de jaren zeventig werd er op heel wat wetenschappelijke instituten tussen de middag in de lunchpauze op de mainframe of de eerste microcomputer het spelletje LIFE gespeeld. Het spel is een bedenksel van de Amerikaanse wiskundige Conway. Het gaat over een systeem van cellen, die zich volgens vaste regels voortplanten of doodgaan. Het is een rustig spel, want er zijn geen spelers. LIFE leeft zichzelf. Maar het is wel buitengewoon fascinerend om naar te kijken. Alhoewel de LIFE-regels erg eenvoudig zijn, is nauwelijks te voorspellen hoe een LIFE-patroon zich zal ontwikkelen. De sport van LIFE is, om patronen te ontdekken die speciale eigenschappen hebben, zoals stabiliteit of periodiciteit. Martin Gardner heeft in zijn rubriek in Scientific American heel wat over LIFE geschreven en zijn lezers uitgedaagd om hun ontdekkingen naar hem op te sturen. Aldus is tussen 1970 en 1975 een levendige LIFE-discussie ontstaan. In het boek 'Wheels, life and other Mathematical amusements' van Martin Gardner (1983) is alles rond LIFE nog eens overzichtelijk bij elkaar gezet. Voor zover ons bekend, is er in Euclides of (Nieuwe) Wiskrant nooit wat over LIFE geschreven. Gek eigenlijk, want alhoewel LIFE niet nuttig genoemd kan worden, is het in elk geval leuk. Maar nu eerst de spelregels, want de lezer die LIFE helemaal niet kent, zal inmiddels wel nieuwsgierig geworden zijn.

De leefregels van LIFE

LIFE speelt zich af op een rooster, waarvan de vakjes al dan niet een levende cel kunnen bevatten. Uit een LIFE-patroon ontstaat volgens vaste regels een nieuw

patroon. Het aantal burens van een cel is bepalend voor de toekomst van die cel. De regels zijn:

- I Overlevingsregel
Een cel met twee of drie buurcellen blijft in leven.
- II Sterfregels
 - a. Een cel met geen of slechts één buurcel sterft van eenzaamheid.
 - b. Een cel met vier of meer buurcellen sterft wegens overbevolking.
- III Geboorteregels
In een leeg vakje wordt een nieuwe cel geboren als dit vakje omgeven is door precies drie buurcellen.

Verder is van belang om te weten:

Elk vakje heeft acht buurvakjes:

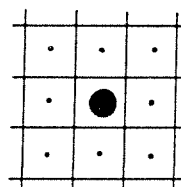
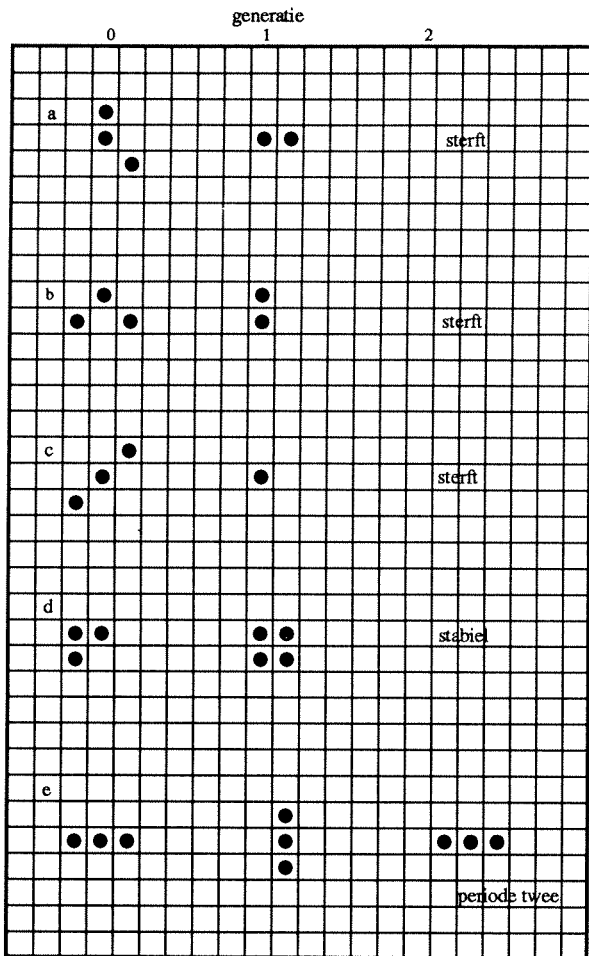


fig. 1

horizontaal, verticaal en diagonaal. De cellen die zullen gaan sterven, tellen nog wel mee als buurcel. Ze kunnen dus nog een bijdrage leveren aan de geboorte van een nieuwe cel.

De regels toegepast op enkele LIFE-configuraties:



Het lot van vijf drielingen in LIFE.

fig. 2

Met deze voorbeelden hebben we meteen al wat typisch LIFE-gedrag te pakken. Een patroon kan uitsterven, het kan stabiel worden, of er kan periodiciteit optreden. Een stabiel patroon heet in de LIFE-terminologie wel een stilleven. Enkele bekende stillevens zijn:

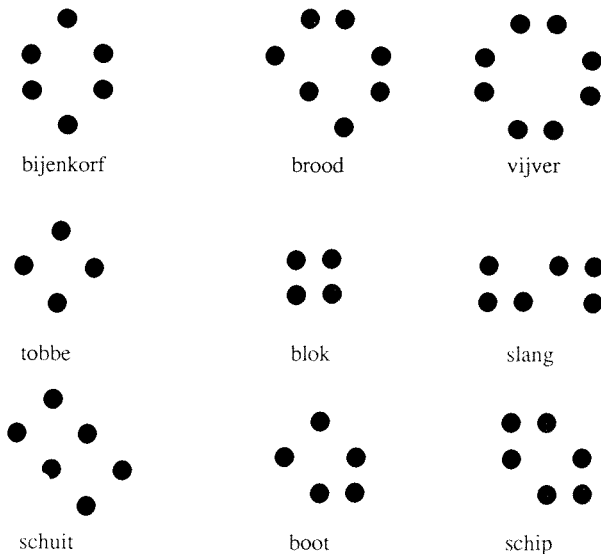


fig. 3

Het zal u opvallen dat in al deze patronen wel iets van symmetrie zit. Dat is geen toeval, want LIFE heeft een sterke hang naar symmetrie.

LIFE op de computer

Om LIFE patronen te onderzoeken, is een computer al gauw een onontbeerlijk hulpmiddel. Zodra de patronen wat groter worden, is steeds maar tellen van burens een saai werkje en de kans op fouten is heel groot. Het maken van een computerprogramma voor LIFE is een opdracht die in de loop der jaren ongetwijfeld door heel wat informaticastudenten is uitgevoerd.

In het Wiscom-materiaal (lesvoorbeelden bij PCcalc) is een uitwerking van LIFE in een spreadsheetprogramma te vinden. Het verrassende hieraan is, dat de celstructuur van LIFE en de celstructuur van een spreadsheet zo mooi op elkaar passen. Helaas leeft LIFE in een spreadsheet wel erg langzaam, waardoor de praktische bruikbaarheid van dit programma niet zo groot is. Het aardige van het spreadsheetprogramma is wel, dat het zo gemaakt is dat het ook het aantal burens van elke cel afdrukt. Daardoor is het LIFE-proces stap voor stap te volgen. Verder speelt LIFE zich in de spreadsheet af op een veld van tien bij tien cellen, wat een erg klein wereldje is. Wie de smaak van LIFE eenmaal te pakken heeft, zal dan ook al gauw naar een sneller programma met een groter veld verlangen.

Een volwassen programma is LIFE2, geschreven in Turbo Pascal. Met dit programma kunnen grotere patronen onderzocht worden en het heeft de mogelijkheid om patronen op schijf op te slaan. Het volgen van het LIFE-proces is echter een stuk moeilijker, want alleen de laatst berekende generatie staat steeds op het scherm.

LIFE in de klas

Dankzij onze contacten met Proefstation West-Nederland konden we het materiaal op het Cals college te Nieuwegein uitproberen. We lieten enkele tweede klassers (havo/vwo), buiten schooltijd om, één les werken met de LIFE-werkbladen uit Wiscom. Een tweede les wilden we besteden aan het onderzoeken van ingewikkelder patronen met behulp van het programma LIFE2.

De leerlingen hadden ter voorbereiding op de eerste les een paar werkbladen thuis al doorgenomen en waren dus reeds enigszins vertrouwd met LIFE. Ook had de docent vooraf al één opgave met ze gemaakt. We begonnen met het doornemen van het huiswerk. De leerlingen hadden de regels vlot in de vingers. Verbazend was de gretigheid waarmee ze nu al meer gecompliceerde patronen wilden bekijken. Hierna gingen ze met de werkbladen achter de computer.

De meest elementaire aspecten van het LIFE-gedrag werden aan de hand van simpele patronen ontdekt.

De evolutie van het volgende patroon leidt tot een stillevens:



fig. 4

Met het stoplicht werd duidelijk wat een periodiek patroon is:

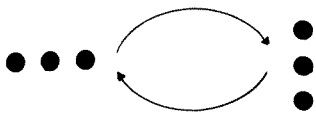


fig. 5

Verder moesten de leerlingen alle tetromino's (vierlingen) vinden, en van een paar tetromino's de volgende generaties onderzoeken. Welke eindigen in een stillevens? Welke worden periodiek? Hierna werden nog de verkeerslichten en de glider bekeken. (Zie fig. 6.)

Het invoeren van de verkeerslichten leverde wel enige problemen op. De verkeerslichten passen maar net in het veld van 10 bij 10 cellen en werken daardoor alleen goed als ze precies in het midden van het veld gezet worden. Er was echter geen rooster getekend, waardoor het moeilijk bleek de juiste coördinaten te vinden.

Een in al zijn eenvoud heel bijzondere LIFE-figuur is de glider:

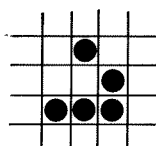
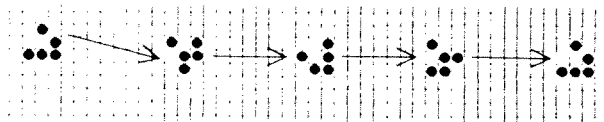


fig. 7

De glider verschijnt na een aantal generaties weer op het scherm, maar is dan echter een stukje verplaatst. Met andere woorden, de glider loopt over het scherm.

Is dat een periodiek patroon? Voor de verplaatsing moeten vier slagen gemaakt worden. De tussenstanden zijn:



The "glider"

fig. 8

Stand 2 kan uit stand 0 verkregen worden door een schuifspiegeling (ook wel glijspiegeling genoemd). De Engelse term hiervoor is 'glide reflection', vandaar de naam glider. Het blijkt razend moeilijk te zijn om figuren te vinden die zichzelf repliceren en tevens over het scherm bewegen. Conway weet er vier, waarvan de glider er één is.

De trage evolutie die het spreadsheetprogramma realiseerde, nodigde de leerlingen niet uit om speciale patronen te ontdekken. Ook was het programma niet echt bestand tegen verveeld gehamer op de toetsen tijdens het wachten.

Het werd duidelijk, niet tot onze verbazing overigens, dat een spreadsheetprogramma door deze beperkingen (traagheid, klein scherm) minder geschikt is voor LIFE. Aardig is wel dat de celstructuur van spreadsheet en LIFE mooi op elkaar passen, maar daar is dan ook alles mee gezegd. Gelukkig waren de leerlingen niet ontmoedigd door deze eerste les en wilden ze graag nog een keer terugkomen om LIFE met het veel snellere programma LIFE2 te spelen.

De tweede les met LIFE

Twee dagen later waren de vijf leerlingen weer present, ditmaal op vrijdagmiddag het zevende uur. We

```

      A B C D E F G H I J K L           M           N O P Q R S T U V W X Y
  1  [                                     ]           [                                     ]
  2  [                                     ]           *** LIFE ***           [                                     ]
  3  [           x x x                   ]           [           x x x                   ]
  4  [                                     ] << INVDER           [                                     ]
  5  [   x                               x ]           [   x                               x ]
  6  [   x                               x ]           vanaf begin           [   x                               x ]
  7  [   x                               x ]           [   x                               x ]
  8  [                                     ]           OUD >>           [                                     ]
  9  [           x x x                   ]           generatie: [           x x x                   ]
 10  [                                     ]           0 [                                     ]
 11  +-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+
 12  [                                     ] << BUREN           NIEUW >> [                                     ]
 13  [           1 2 3 2 1               ]           generatie: [           x                   ]
 14  [           1 1 2 1 1               ]           1 [           x                   ]
 15  [   1 1 2 2 3 2 2 1 1             ]           [           x                   ]
 16  [   2 1 2                           ] F1= vakje vullen           [                                     ]
 17  [   3 2 3                           ] F2= vakje leegmaken           [ x x x                   x x x ]
 18  [   2 1 2                           ] F4= INVDER-veld leegmaken           [                                     ]
 19  [   1 1 2 2 3 2 2 1 1             ] F5= vanaf begin rekenen           [           x                   ]
 20  [           1 1 2 1 1               ] F6= verder rekenen           [           x                   ]
 21  [           1 2 3 2 1               ] F8= verder rekenen 4 keer           [           x                   ]
138K
F6 >

```

fig. 6

begonnen met een gezamenlijke bespreking van de onderstaande opgave, die ze als huiswerk hadden opgekregen:

LIFE achteruit?

De regels van LIFE leggen onwrikbaar vast hoe uit een bepaald patroon de volgende generatie ontstaat. Kun je nu ook uit een patroon afleiden wat de vorige generatie was, dus waaruit dat patroon ontstaan is?

7. Een LIFE-patroon ziet er zo uit:

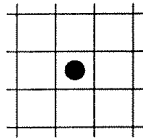


fig. 9

► Wat kan de vorige generatie geweest zijn waaruit dit patroon ontstaan is?

Het beredeneren van een vorige generatie bleek moeilijk. De vorige les was deze opgave al aan de orde geweest. Toen waren de leerlingen het er unaniem over eens dat er aan dit patroon geen generatie vooraf kon gaan. De draad werd weer opgepakt.

Een leerling kwam met:

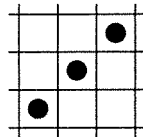


fig. 10

Daarna ontspon zich een levendige discussie over de vraag of er meer mogelijkheden waren. Een volgende poging:

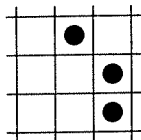


fig. 11

Reactie: Nee, die is niet goed, want er komt er ééntje bij.

Leerling: Het kan ook dat er een nieuwe bij komt, en de rest dood gaat.

En ze stelt voor:

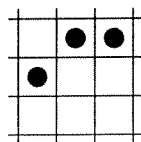


fig. 12

Commentaar van de anderen: Nee, dat is hetzelfde.

Nog twee pogingen:

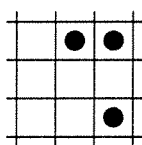


fig. 13a

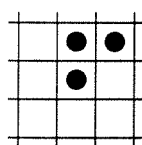


fig. 13b

die ook beide afgekeurd worden.

Tenslotte onthult Michiel wat hij nog gevonden had:

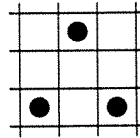


fig. 14

Reactie: O ja, voordat ze dood gaan.

Een mooi voorbeeld van een patroon dat zelf volledig sterft bij de geboorte van een nieuwe spruit.

Daarna gaan de leerlingen aan de slag met het programma LIFE2.

Met dit programma zijn veel grotere LIFE-patronen mogelijk, tot 80×65 cellen toe. Verder rekent het een stuk sneller dan de spreadsheet-versie. Bovendien is het mogelijk LIFE-configuraties op schijf te bewaren. Een afdruk van het beeldscherm:

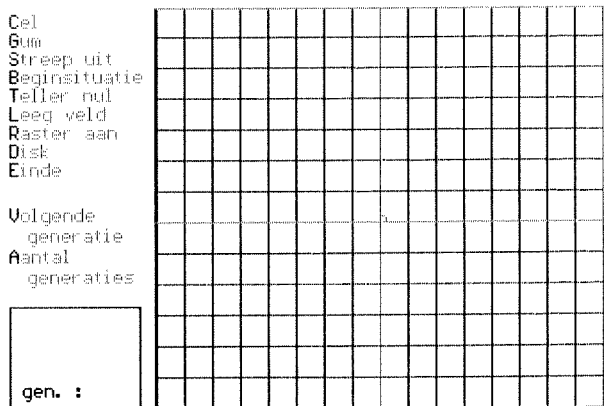


fig. 15

Met een piepklein cursortje kan over het LIFE-veld gewandeld worden. De eerste reactie van de leerlingen was: 'Ik vind het niet handig, zo'n klein dingetje'. Maar al gauw sloeg de stemming om: 'Deze is leuker dan de vorige keer' en tegen de eigen leraar, die er ditmaal ook bij was: 'Meneer, kan je dit programma ook kopen?'

Een van de opgaven uit de werkbladen bij dit programma:

2. Wat gebeurt er als je patronen uitbreidt?

► Maak het veld leeg en kies een basispatroon, bijvoorbeeld:

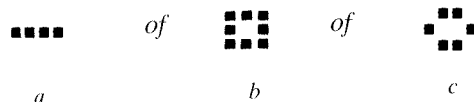


fig. 16

► Bekijk de volgende generaties.

Ga naar de beginsituatie, maak nu een (aantal) zijde(n) langer, als volgt:

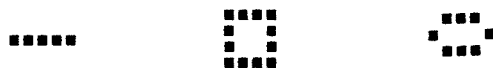


fig. 16d

en bekijk een aantal volgende generaties van dit nieuwe patroon.

► Schrijf op wat je ontdekt. Maak ook tekeningen!

Eén van de leerlingen ging met het vierkantje aan de slag. Hij vond dat

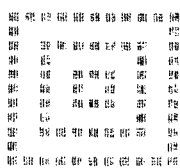


fig. 17

stabiel wordt na 111 generaties.

Het patroon is dan:

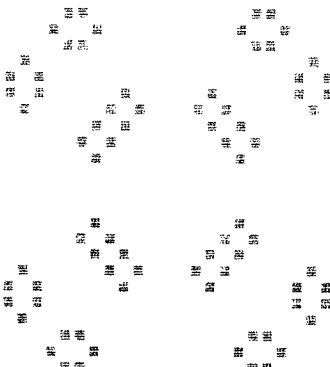


fig. 18

Zo rond de vijftigste generatie ontstaan prachtige configuraties, die een beetje aan een sneeuwkristal doen denken. Bijvoorbeeld deze (generatie 54):

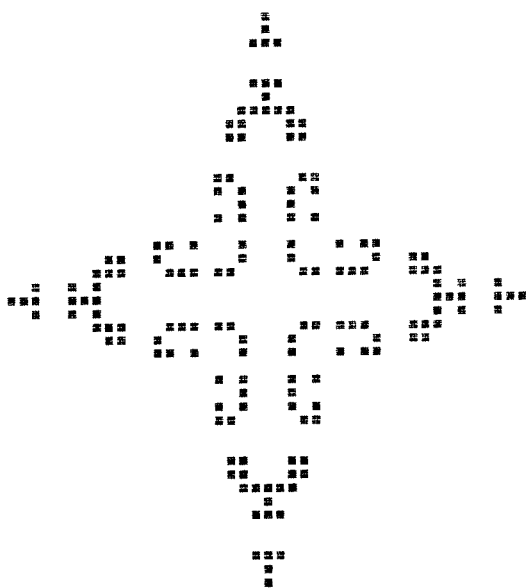
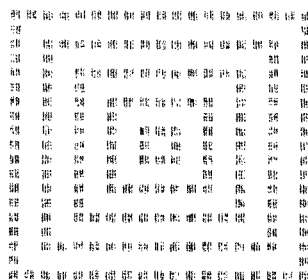


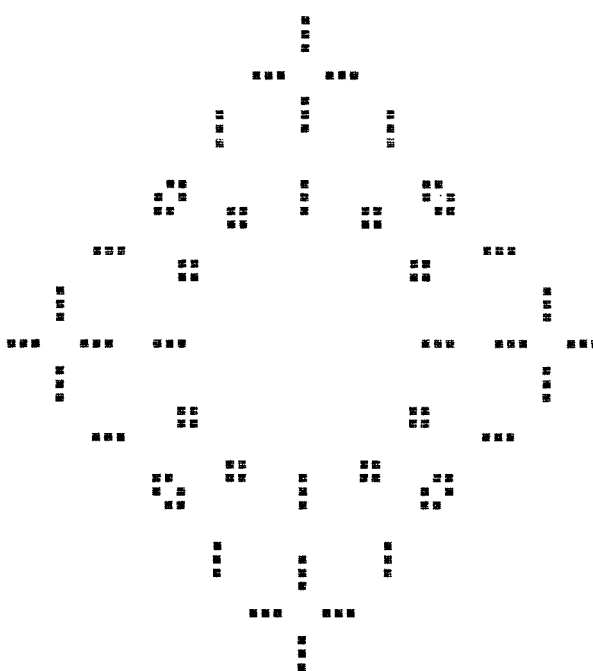
fig. 19

Uitbreiding van de vierkanten tot een serie van vijf geeft uiteindelijk een periodiek patroon met periode twee (na 50 generaties).



generatie 0

fig. 20a



generatie 50

fig. 20b

Ingewikkelde patronen

Op het LIFE-diskmenu waren alvast een aantal patronen opgeslagen die de leerlingen ook nog konden bekijken. Hierbij onder andere het zogenaamde *kanon*, een van de bekendste LIFE-patronen.

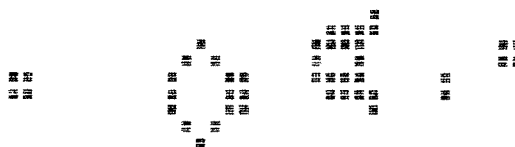


fig. 21

Als je van het kanon generatie 60 bekijkt, dan wordt duidelijk waarom dit patroon kanon heet:

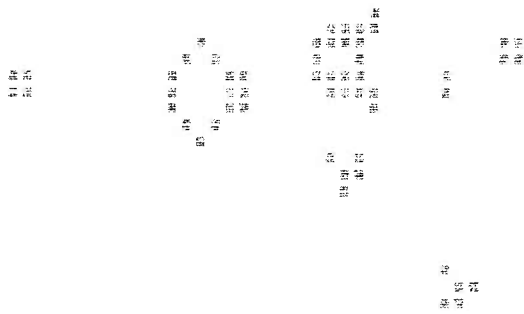


fig. 22

Het kanon doorloopt een cyclus van 30 stappen en scheidt daarbij een glider af. Hiermee hebben we tevens een patroon te pakken dat eindeloos doorgaat met het produceren van méér cellen. Tenminste, als we aannemen dat het LIFE-veld onbegrensd is. Vanwege het onvoorspelbare gedrag van LIFE is het nog niet zo eenvoudig om patronen te vinden die alsmaar groter worden. Praktisch gesproken is een LIFE-veld niet onbegrensd. In het programma LIFE2 eindigt het leven aan de rand van het veld. Een andere mogelijkheid is om onder- en bovengrens in elkaar over te laten lopen en hetzelfde te doen met de twee zijkanalen. In dat geval speelt LIFE zich af op een torus.

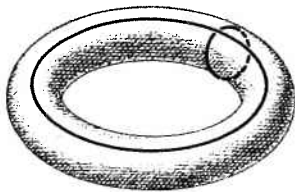


fig. 23

Een ander patroon waarmee de leerlingen konden experimenteren was *blokken*.

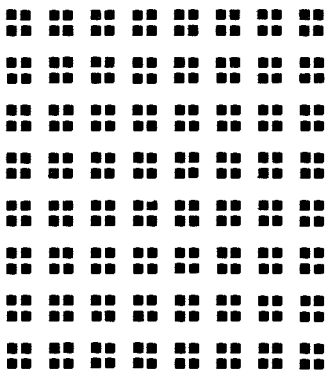


fig. 24

Op zich geen spectaculair patroon, het blijkt namelijk volledig stabiel te zijn. Het aardige van blokken is echer dat je door cellen toe te voegen, virussen in het stabiele systeem kunt uitzetten. Er zijn virussen die na een aantal generaties slechts een paar blokken overlaten, of die alles laten uitsterven. Deze les bleek te kort om ook de leerlingen een mooi virus te laten vinden. Op de schijf staan verder nog de wiek en de molen.

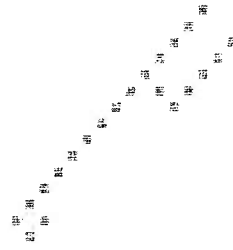


fig. 25a

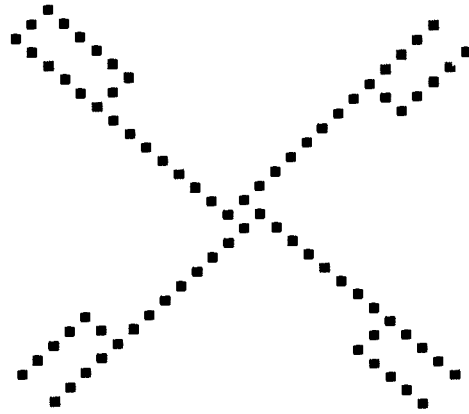


fig. 25b

De wiek lost op en lanceert een glider. Bij de molen worden er vervolgens vier gliders gelanceerd. Een glider kan opgevangen worden door een wiek af te sluiten (bij de molen boven is dit al bij één wiek gebeurd), generatie 17 ziet er dan als volgt uit:

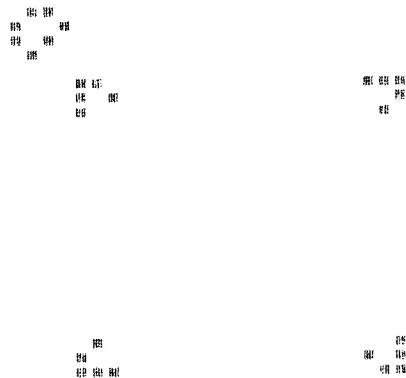


fig. 26

Uiteindelijk bleken de leerlingen geïnteresseerd in de evolutie van hun eigen naam. Bij één leerling resulteerde dit zelfs in prachtige configuraties. Kwam het door de manier waarop ze haar naam geschreven had?

Al met al waren ze pas 20 minuten na het einde van de les bereid zich van LIFE te scheiden.

De moraal

Het wonderbaarlijke van LIFE is, dat patronen die nauwelijks van elkaar te onderscheiden zijn, zich volkomen anders kunnen ontwikkelen. Enkele eenvoudige LIFE-regels leiden tot een wereldje van figuren

waar, naast een paar zekerheden, vele vraagtekens blijven. De LIFE-regels zijn helder als glas, maar de LIFE-cultuur blijft ondoorgrondelijk. Het programma LIFE2 biedt ook de mogelijkheid de leefregels te veranderen. Wie dat probeert, merkt al snel dat de meeste regels tot saai leven leiden.

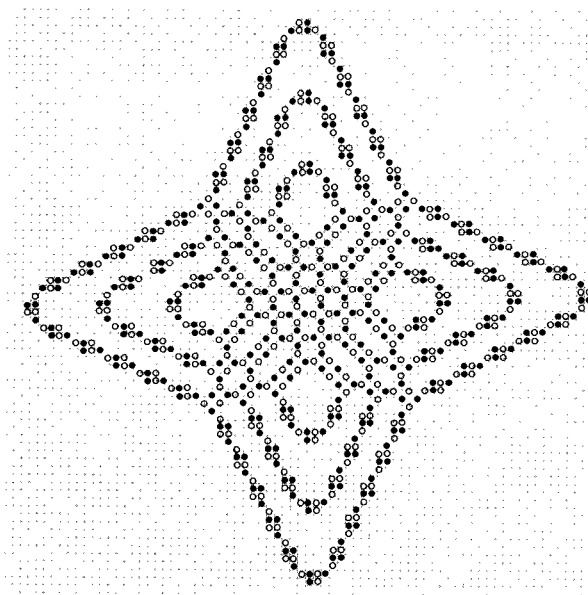
Conway heeft de regels met zorg gekozen, na een lange tijd van experimenteren. De regels moeten eenvoudig zijn, maar toch tot onvoorspelbaar gedrag leiden. Er moet evenwicht zijn tussen geboorte en sterfte, maar patronen moeten ook lang genoeg blijven veranderen voordat ze uitsterven, stabiel worden, of periodiciteit optreedt.

Het programma LIFE2 is in ontwikkeling binnen COWO (Computer Ondersteuning Wiskunde Onderwijs). COWO is een project van OW & OC. Op de agenda staat ook een programma LIFE1 dat dezelfde charme heeft als het spreadsheetprogramma, maar dan zonder de nadelen. Het zal dus sneller zijn en met een iets groter scherm werken.

Blijft over de vraag of LIFE een plaats verdient in het (wiskunde)onderwijs. Met het huidige wiskundeprogramma voor 12 tot 16-jarigen zijn nauwelijks aanknopingspunten te vinden, dat is duidelijk. Anderzijds is LIFE wel een prachtig voorbeeld van een systeem, bestaande uit een aantal elementen (de LIFE-cellen) en regels (de leefregels) die beschrijven hoe vanuit een toestand (generatie) een nieuwe toestand ontstaat. Aantrekkelijk is dat de regels van het systeem eenvoudig zijn, terwijl het gedrag toch complex is. Bij modellen die een stukje van de werkelijkheid beschrijven, komt deze combinatie van eenvoud en complexiteit haast niet voor.

Het vereenvoudigen van échte, maar ingewikkelde modellen heeft het gevaar van oversimplificatie in zich. Bij LIFE is dit gevaar er niet, omdat het nu eenmaal om een spel gaat. Als we het wiskunde-onderwijs ook willen gebruiken om leerlingen iets bij te brengen over modellen en systemen, dan zou LIFE daarbij misschien een rol kunnen spelen.

De tweede klassers van het Cals college zullen hier in elk geval geen bezwaar tegen hebben!



Een periodiek patroon met periode twee wordt ook wel een flip-flop genoemd. Dit patroon springt heen en weer tussen de witte en de zwarte rondjes.

fig. 27

Vrouwen en Wiskunde

Op zaterdag 8 april 1989 organiseert de werkgroep *Vrouwen en Wiskunde* haar veertiende landelijke dag. Het belangrijkste onderwerp van deze dag zal zijn:

Rekenen in het Basis- en Voortgezet onderwijs.

Op deze dag zullen wij aandacht besteden aan:

- de actuele ontwikkelingen in het rekenonderwijs op de basisschool;
- (voortgezet) rekenen in het nieuwe wiskundeprogramma 12-16;
- rekenmethodes.

Belangstellenden zijn welkom!

Tijdstip: Van 10.00 tot 17.00 uur

Plaats: Het CSB-gebouw
Kromme Nieuwegracht 39
Utrecht.

Voor informatie en aanmelding kunt u op woensdag en vrijdag bellen met Sylvia van der Werf op het informatie- en documentatiecentrum van Vrouwen en Wiskunde:

Tiberdreef 4, 3561 GG Utrecht.
Tel. 030 - 612806.