

Wiskunde A in het VWO, een blijvertje?

Een eerste verkenning

G. P. A. van der Horst/D. Woudhuijsen*

Faculteit der Economische Wetenschappen en Econometrie,
UvA Amsterdam

Inleiding

Wiskunde en Economie op het vwo hebben een opmerkelijke eigenschap met elkaar gemeen. Beide vakken worden als één vak in artikel zeven van de wet op het voortgezet onderwijs geïntroduceerd onder de namen Wiskunde en Economische wetenschappen en recht. Ze worden vervolgens op het niveau van een Koninklijk Besluit getransformeerd tot twee vakken. Dit is gebeurd in artikel 4 van het 'Eindexamenbesluit vwo-havo-mavo', waarin de eindexamenvakken worden opgesomd. We lezen daar de vertrouwde namen: aanvankelijk wiskunde I en II, nu wiskunde A en B, en economische wetenschappen I en recht en economische wetenschappen II en recht.

Vanaf het cursusjaar 1987-1988 ontvangen de instellingen voor het wetenschappelijk onderwijs voornamelijk eerstejaars met wiskunde A en B in hun pakket. Onwillekeurig gaat men als docent de oude en nieuwe wiskundecurricula met elkaar vergelijken om te zien of de herstructurering van de wiskundeprogramma's uitzicht biedt op betere studieresultaten van studenten aan economische faculteiten dan vroeger het geval was.

Curricula wiskunde A en B

De examenstof van wiskunde A bevat exponentiële, logaritmische en goniometrische functies. Verder afgeleide functies, produkt-, quotiënt- en kettingregel bij differentiëren, functies van twee variabelen, matrixrekening en statistiek. Tenslotte wordt in het programma enige aandacht besteed aan automatische gegevensverwerking. Veel tijd is voorts ingeruimd voor toepassingen op allerlei gebied. Het onderdeel statistiek kan onderverdeeld worden in beschrijvende statistiek, kansrekening, een aantal kansverdelingen en toetsen.

In het wiskunde B-programma ontbreekt de statistiek geheel. Daarvoor in de plaats komt integraalrekening en vrij veel (vector)meetkunde. Dit zijn onderwerpen, die in het wiskunde A-programma ontbreken. De overige onderwerpen van wiskunde A vinden we terug bij wiskunde B. De behandeling van de stof gebeurt echter bij wiskunde B grondiger dan bij het zustervak.

Een voorbeeld: Bij wiskunde B wordt eerst het begrip limiet behandeld voordat het begrip afgeleide functie geïntroduceerd wordt, terwijl het onderdeel limieten bij wiskunde A geheel ontbreekt! Voorts wordt weinig aandacht geschonken aan toepassingen bij wiskunde B.

Vergelijkt men het nieuwe wiskunde A-programma met het oude programma van wiskunde I, dan valt een aantal zaken op. In de eerste plaats de verdere uitbreiding van het onderdeel statistiek in wiskunde A. Het is niet onredelijk dit onderdeel te schatten op ongeveer $\frac{1}{3}$ van het wiskunde A-examenprogramma. Verder wordt in het A-programma meer tijd ingeruimd voor toepassingen, waaronder ook economische, maar niet uitsluitend. Door de grote aandacht voor statistiek en toepassingen blijft er aanzienlijk minder tijd over voor de typische wiskunde-onderwerpen, zoals het onderdeel analyse. Vergelijkt men echter de lijst van te bestuderen onderwerpen van het inmiddels verdwenen vak wiskunde I en zijn opvolger wiskunde A, dan ontdekt men geen erg grote verschillen bij het voor de economiestudie zo belangrijke onderdeel analyse. Er is echter bij wiskunde A minder tijd voor beschikbaar dan vroeger. Kennelijk is dit probleem opgelost door te kiezen voor een minder grondige behandeling van de analyse dan indertijd bij wiskunde I gebruikelijk was.

Rijen en reeksen

Een heel ander punt is, dat het onderdeel rijen en reeksen evenals vroeger bij wiskunde I nog steeds ontbreekt in het programma voor wiskunde A. Dit valt te betreuren, omdat juist deze onderwerpen in de economie veelvuldig toegepast kunnen worden. Weliswaar wordt dit onderdeel bij economie II op het vwo summier behandeld en krijgen leerlingen, mits zij dit vak kiezen, wel iets over dit onderwerp te horen, maar de behandeling vindt uitsluitend plaats in een beperkte context. Bevredigen doet dit niet. Het onderdeel zou beter wat algemener bij wiskunde behandeld kunnen worden, inclusief toepassingen.

Hier herhalen wij maar weer eens onze eerder geuite klacht. Waarom raadplegen de leden van de programmacommissie voor wiskunde bij het ontwerpen van curricula niet wat meer hun collega's van de maat-

schappijwetenschappen, waarvoor wiskunde A toch bedoeld is?

Een vergelijking tussen het oude wiskunde II en het nieuwe wiskunde B is om een aantal redenen weinig zinvol. In het verleden konden de economische faculteiten nauwelijks studenten met wiskunde II begroeten, omdat weinig eerstejaars dit vak in hun examenpakket hadden opgenomen. Soms waren scholen door organisatorische problemen zelfs niet in staat dit vak aan te bieden. Bovendien kan gesteld worden dat studenten met wiskunde II een duidelijke voorkeur vertoonden voor een meer exacte studie dan voor de studie in de economische wetenschappen. Dit laatste in tegenstelling tot studenten met wiskunde B in hun pakket, zoals later zal blijken.

Op papier lijkt het A-programma voor een toekomstig student economie aantrekkelijker dan het B-programma, waarvan bijvoorbeeld het onderdeel meetkunde niet van belang is voor de gammastudies. Voorts ontbreekt statistiek in dit curriculum en het programma bevat geen toepassingen op het gebied van de economie en andere maatschappijvakken. De indruk wordt daardoor gewekt dat het B-programma te wiskundig is om als goede voorbereiding te kunnen dienen voor gammastudies. In het A-programma daarentegen ontwikkelt men de wiskunde vanuit concrete problemen, waarbij theoretische beschouwingen zoveel mogelijk worden vermeden. Deze aanpak zou de toekomstige studenten in de maatschappijwetenschappen beter voorbereiden op universitaire studies dan de overwegend theoretische van het B-programma.

Praktijk

De praktijk wijst in een andere richting. Ten eerste voor wat betreft de slagingspercentages van studenten met een wiskunde A-opleiding in vergelijking met studenten met een wiskunde B-scholing. Ten tweede wat betreft de stelling, die weleens geponereerd wordt, dat studenten met wiskunde B in hun pakket een exacte studie kiezen en geen economie.

Aan de hand van het in december 1988 afgenomen tentamen wiskunde, eerste gedeelte, voor propedeuse studenten economie aan de Universiteit van Amsterdam, is gekeken naar de resultaten van de verschillende categorieën studenten. De studenten werden opgesplitst in vier groepen, te weten studenten met een A-opleiding, met een B-opleiding, met een A- en B-opleiding en tenslotte was er nog een groep overige studenten. Het betreft voor het merendeel studenten die in september 1988 met de studie economie begonnen zijn. Tot de groep studenten behoorden studenten met wiskunde I in hun pakket, studenten met een (propedeuse) HBO-opleiding en colloquium doctum studenten. Er is geen uitsplitsing gemaakt naar behaalde cijfers voor de wiskundevakken op het eindexamen vwo, noch is gekeken naar de overige vakken in het eindexamenpakket, bijvoorbeeld wel of geen economie.

Het onderstaand overzicht vermeldt het aantal deelnemers, uitgesplitst in vier categorieën.

Studenten	met wiskunde A	met wiskunde B	met wiskunde A + B	Overigen
Aangemeld	672			
Deelgenomen	610	241	138	119
Procenten	(100)	(40)	(23)	(19)

Slagingspercentages

Van de 610 deelnemers slaagden 57%, een percentage dat tegenwoordig 'normaal' genoemd mag worden. Uitgaande van het feit dat het voor het grootste deel om vwo-abituriënten gaat, die dus getoond hebben over studiekwaliteiten te beschikken, achten wij dit echter een teleurstellend resultaat. Het slagingspercentage wijkt – voor zover ons bekend – weinig af van de percentages van zusterfaculteiten. Het blijft echter ver verwijderd van het streefpercentage van 80% van de voorstanders van de twee-fasen structuur. Tenslotte valt in het overzicht het relatief grote aantal studenten met een B-opleiding op die economie zijn gaan studeren, te weten 23% met alleen wiskunde B en 19% met wiskunde A en B in hun examenpakket.

Het zou interessant zijn om te onderzoeken waarom deze groep voor uitsluitend, of mede voor een B-opleiding heeft gekozen in plaats van voor een A-opleiding sec op hun vwo-school, omdat menig schoollekaan de vuistregel hanteert: Voor economie moet je wiskunde A in je pakket hebben.

Splitst men het resultaat uit over de hierboven genoemde vier categorieën, dan ziet men zeer grote verschillen. Van de studenten met een A-opleiding slaagden 47%, van de B-studenten 67% en van categorie A + B eveneens 67%. Van de overige studenten slaagden 55%. De A-studenten scoorden dus duidelijk minder dan de studenten met een B-opleiding. Het resultaat staat niet op zichzelf en bevestigt de indrukken van de vorige cursus.

Het wiskundeprogramma dat de studenten aangeboden krijgen op onze economische faculteit bouwt voort op het programma voor wiskunde A. Het thans op onze faculteit aangeboden programma is geringer in omvang dan de stof die vroeger aan de wiskunde I-studenten werd gedoceerd. Niettemin zijn de resultaten van de wiskunde A-studenten zwak. Het programma voor propedeuse wiskunde is samengesteld aan de hand van een onder docenten van andere vakgroepen van onze faculteit gehouden enquête, waarbij uiteindelijk gekozen werd voor een programma met onderwerpen die de student beslist nodig heeft voor de studie economie. De wiskunde-onderwerpen worden met economische toepassingen verlevendigd. Overigens wijkt het wiskundeprogramma van onze faculteit nauwelijks af van het programma aan de zusterfaculteiten.

Zijn de tentamens misschien te lastig? Is de beoordeling misschien te streng? Dit is moeilijk vol te houden als men de resultaten van de B-studenten bekijkt. Het gaat er niet om dat de student bij binnenkomst op de faculteit de meest ingewikkelde differentiaalvergelij-

kingen kan oplossen. De student dient echter wel een aantal elementaire bewerkingen te beheersen zoals haakjes wegwerken, vermenigvuldigen en delen. Verder is de kennis van ontbinden in factoren, wortels, goniometrische functies, de eigenschappen van (on-eigenlijke) machten, logaritmen en enkele eenvoudige differentieerregels noodzakelijk.

Veel voorkomende (elementaire) fouten

Bij nadere bestudering van het door A-studenten gemaakte werk bleek dat door de onvoldoende beheersing van een aantal technieken en onvoldoende kennis van een aantal eigenschappen, die op het vwo worden onderwezen, men de oplossing van een vraagstuk niet tot een goed einde kon brengen. Een aantal voorbeelden van veel voorkomende fouten zijn:

$$-(x-5) = -x-5; (xy)^2 = xy^2; \frac{2x+y}{x} = 2+y;$$

$$(x^2)^3 = x^5$$

$$\sqrt{x^2+4} = \sqrt{x^2} + \sqrt{4}; \frac{\sin(x+y)}{\sin x} = \frac{x+y}{x};$$

$$\log(x+10) = \log x + \log 10$$

Een fout hoeft op zich geen grote gevolgen te hebben, maar als fout op fout gestapeld wordt in één en hetzelfde vraagstuk als gevolg van de hierboven geconstateerde deficiënties in de vooropleiding, dan gaat de essentie van het vraagstuk verloren en scoort de student weinig of geen punten voor dat vraagstuk. Bij B-studenten speelt dit alles veel minder.

Deze fouten wijzen overigens in de richting van een veel voorkomende kwaal in ons voortgezet onderwijs, waarbij docenten op verzoek van leerlingen recepturen verstrekken, die leerlingen uit het hoofd leren. In feite beperken de leerlingen zich dan tot het memoriseren van de stof. Verbalisme is hiervan het gevolg. (*Leren op school*, Dr. C. F. van Parreeren, Groningen, 1982, in het bijzonder hoofdstuk 15, 'Leren leren').

Het is onze mening dat de didactische structuur van het curriculum van wiskunde A verbalisme in de hand werkt. Ontwikkeling van de wiskunde aan de hand van concrete problemen is ongetwijfeld een goede invalshoek, maar als daarbij theoretische beschouwingen overwegend worden vermeden, rijst de vraag hoe dan op een verantwoorde wijze inzichtelijk onderwijs in de geest van Van Parreeren op onze scholen voor vwo kan worden gegeven. In deze context kan men ook de vraag stellen of op het huidige vwo (en op het toekomstige lyceum?) om onderwijskundige redenen plaats in het rooster moet worden ingeruimd voor twee wiskundevakken. Zou één vak wiskunde, eventueel op twee niveaus gedoceerd, niet toereikend zijn om leerlingen adequaat voor te bereiden op studies in het tertiaire onderwijs, waarvoor wiskunde een toegangseis is?

Aan het voornemen om wiskunde voor alle vwo'ers in de bovenbouw verplicht te stellen, dus ook voor no-toire alpha's (!), kleven ernstige didactische bezwaren.

Wiskundedocenten zouden gedwongen worden te 'vluchten' in receptuuronderwijs om ook typische alpha's aan een vwo-diploma te helpen, met negatieve repercussies voor de overige leerlingen. Leggen zij daarentegen het accent op inzichtelijk wiskunde-onderwijs, dan helpen zij ongewild de weg af te snijden naar universitaire studies waarvoor geen bovenbouw-wiskunde gevraagd wordt. In dat geval worden de typische alpha-leerlingen de dupe. Een weinig aantrekkelijk dilemma voor wiskundedocenten. Beter is het dit dilemma te vermijden. Dus geen verplicht wiskunde-onderwijs voor allen in de bovenbouw.

Men vergeet trouwens niet dat alle vwo'ers de in de basistabel voorgeschreven wiskunde-uren in de onderbouw hebben gevolgd. Iedere vwo-abituriënt heeft derhalve steeds een basisvorming wiskunde in zijn mars.

Conclusies

De wiskunde A-opleiding op onze vwo-scholen heeft – tot op heden althans – niet gebracht wat men ervan zou mogen verwachten, dat wil zeggen een goede vooropleiding om met redelijke kans op succes de studie economie te kunnen volgen. Het valt daarom aan te bevelen dat het A-programma nog eens kritisch wordt doorgenomen en waar nodig – vooral in didactisch opzicht – wordt aangepast. Een minder intuïtieve benadering van de A-stof en een grotere nadruk op het inzicht bevorderend leren, zoals door Van Parreeren beschreven, is daartoe vereist.

Het is wenselijk dat bij een hernieuwde bezinning op het curriculum voor wiskunde A, naast vwo-docenten, ook docenten van in aanmerking komende studierichtingen van universiteiten en het hbo worden betrokken. Een dergelijk samenwerkingsverband kan ertoe leiden dat de overgang van het vwo naar het tertiair onderwijs gepaard gaat met bevredigende studieresultaten en voorkoming van frustraties bij studenten en docenten.

Nog een afsluitende opmerking. Er bleek dit studiejaar een lichte verschuiving ten opzichte van vorig jaar waar te nemen in de richting van studenten met een B-opleiding. Deze groep vormt, zoals boven aangegevend, een vrij groot deel van de studentenpopulatie. Het is echter nog te vroeg om te concluderen of deze trend zich doorzet. Is dit het geval, dan is dit een nieuwe aanwijzing dat er in het vwo slechts één vak wiskunde hoeft te zijn, zo men althans het ongedeeld vwo handhaaft en niet over de gehele linie terugkeert tot categoriale differentiaties. Dan ontstaat een geheel nieuwe situatie.

Noten

Het artikel 'Wiskunde A in het VWO, een blijvertje?' is eerder gepubliceerd in het Tijdschrift voor het economisch onderwijs, 1989-8.

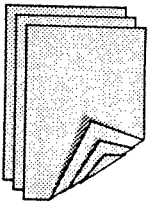
* Verdere beschouwingen over het wiskunde- en economie-onderwijs van de auteurs vindt men in de volgende artikelen:

Horst, G.P.A. van der en D. Woudhuijsen: *Didactische kanttekeningen bij het wiskunde- en economieonderwijs op vwo-scholen*, EMD, december 1979.

Woudhuijsen, D.: *Wiskunde (Amsterdam), een nieuw vak in het VWO?*, Economisch/maatschappelijk/didactisch Tijdschrift (EMDM), mei/juni 1978.

Horst, G.P.A. van der en D. Woudhuijsen: *Herverkaveling eindexamenprogramma's wiskunde I en wiskunde II vwo*, EMD, mei 1980.

Drs. van der Horst is docent wiskunde en Drs. Woudhuijsen oud-docent vakdidactiek Economie aan de Faculteit der Economische wetenschappen en Econometrie van de Universiteit van Amsterdam.



VERENIGING DE SAMENWERKENDE
LANDELIJKE PEDAGOGISCHE CENTRA
LPC

Aankondiging wiskundeconferenties LPC — VAKWERK

Wilt u op de hoogte blijven van de ontwikkelingen in het wiskundeonderwijs voor 12- tot 16-jarigen?

Wilt u weten wat de invoering van het nieuwe wiskundeprogramma voor uw wiskundeonderwijs betekent? Welke gevolgen de invoering van de basisvorming heeft? Wilt u werken aan de zorgverbreding in uw klas? Heeft u belangstelling voor lessen rond educatieve software?

U kunt dan de volgende conferenties bijwonen:

1. *Ontwikkelingen in het wiskundeonderwijs 12- tot 16-jarigen*

Deze conferentie van een hele dag is voor wiskundedocenten die lesgeven in het lbo/mavo en havo/vwo.

Centraal staat de verandering in het wiskundeprogramma 12-16 zoals dat door de Commissie Ontwikkeling Wiskunde wordt ontwikkeld.

Data: 28 maart 1990 of 25 april 1990.

2. *Ontwikkelingen in het reken/wiskunde-onderwijs*

Deze conferentie van een hele dag is voor docenten rekenen en wiskunde, die lesgeven in het ibo.

Centraal staan de ontwikkelingen in het reken/wiskundeonderwijs ibo, onder andere het OWI-project.

Data: 28 maart 1990 of 25 april 1990.

3. *Computer ondersteund wiskundeonderwijs*

Deze computer is voor docenten die lesgeven in het tweede of derde leerjaar van het lbo/mavo of het havo/vwo en de computer binnen hun wiskundeles willen gebruiken.

Centraal staat het onderwerp functie en grafieken en het computerprogramma VU-grafiek.

Datum: 21 maart 1990.

4. *Geïntegreerde wiskundige activiteiten*

Deze conferentie van een hele dag is voor docenten die in hun lessen hun leerlingen willen laten oefenen in het gebruik van hun wiskundige bagage in actuele levensechte situaties.

Onderwerpen zijn: wiskunde practicum, gebruik computer bij wiskunde.

Datum: 25 april 1990.

Heeft u belangstelling? Stuur u dan een briefje naar het Algemeen Pedagogisch Studiecentrum

t.a.v. Lucy Orsel
Antwoordnummer 7972 (portvrij)
1000 VB AMSTERDAM