

Wiskunde A en de statistiek in de propedeuse

S. Knypstra

Faculteit der Economische wetenschappen, RU Groningen

Inleiding

'Hoe zit het met de resultaten voor de statistiek, een heel belangrijk onderdeel van wiskunde A?', vraagt Van Streun in het Tijdschrift voor het economisch onderwijs [1] in een reactie op een artikel van Van der Horst en Woudhuijsen [2].

Wij bedienen hem hier met enkele cijfers over de resultaten bij het statistiekonderwijs aan de eerstejaars studenten economie aan de Rijksuniversiteit Groningen.

Niet alleen in het Tijdschrift voor het economisch onderwijs, ook bij discussies onder docenten wiskunde en statistiek aan de economische faculteiten over de waarde van het wiskunde A-programma op het vwo, kunnen de emoties soms hoog oplopen. Sommigen wijzen het programma fel af omdat de studenten 'nauwelijks nog enige techniek beheersen', anderen hebben grote waardering voor de gerichtheid op toepassingen, intuïtie en interpretatie; zij noemen het de 'wiskunde met een menselijk gezicht'. Op 1 december 1989 hield de vakgroep Econometrie van de RuG een mini-symposium onder de titel 'Wiskunde A, beter af of terug naar af?', waar de onderstaande resultaten werden gepresenteerd.

Eerst beschrijven we kort het onderwijs in de statistiek aan de RuG tijdens het studiejaar 1988/89 en de overeenkomsten en verschillen met de statistiek op het vwo. Dit leidt tot enkele ideeën over het verband tussen de vooropleiding wiskunde aan het vwo en de resultaten bij statistiek aan de universiteit. Nadat we de cijfers hebben gepresenteerd proberen we ze te interpreteren.

Statistiek in het vwo en aan de economische faculteit

Als leerboek voor het vak statistiek aan de economische faculteit van de Rijksuniversiteit Groningen werd in het studiejaar 1988/89 het boek van Harnett [3] gebruikt. De stof is verdeeld in zeven delen. Ieder van die delen wordt apart getoetst. De eerste toetsgelegenheid is kort nadat alle bijbehorende stof op het gecombineerde hoor/werkcollege is behandeld, de tweede gelegenheid is precies één week later. Verder kunnen sommige toetsen nog worden afgelegd in juni

en iedere toets kan men (nog eens) afleggen in augustus. De onderwerpen per toets zijn weergegeven in tabel 1.

In het programma voor wiskunde B op het vwo komt de waarschijnlijkheidsrekening of statistiek niet voor. Bij wiskunde A wel. Volgens Van der Horst en Woudhuijsen bedraagt het aandeel van de statistiek in het programma Wiskunde A ongeveer één derde. Dit is niet gering. Veel van de onderwerpen die aan de universiteit worden behandeld zijn ook al bij Wiskunde A aan de orde gekomen (zie tabel 1). Dit geldt vooral voor de stof voor de toetsen 1, 2 en 4 en, in mindere mate, 3 en 6. Het valt dan ook te verwachten dat studenten met wiskunde A veel profijt hebben van hun vooropleiding als ze aan de economische faculteit het vak statistiek gaan bestuderen.

Daarom is te verwachten dat studenten met wiskunde A betere resultaten halen voor statistiek dan hun medestudenten met alleen wiskunde B. We zullen dit in het vervolg het voorkennis-effect noemen. Doorredenerend zouden we zelfs kunnen voorspellen dat studenten met zowel wiskunde A als B in hun pakket het best zullen doen bij de toetsen statistiek, want zij hebben enige kaas gegeten van de elementaire waarschijnlijkheidsrekening en statistiek en zij zullen ook niet zo gauw de letter-rekenfouten maken waarvan Van der Horst en Woudhuijsen enkele voorbeelden noemen.

Maar er is nog een ander effect, namelijk de selectie op het vwo. Wie zeker weet dat hij/zij op de universiteit exact zal kiezen, zal op het vwo in ieder geval wiskunde B kiezen. Wie minder aanleg heeft voor een exacte studierichting zal eerder wiskunde A kiezen. Deze selectie zal dan ook gevolgen hebben voor de prestaties bij wiskunde en statistiek aan de universiteit. Op grond van dit effect zullen wiskunde A-mensen het gemiddeld minder goed doen dan wiskunde B-mensen. We noemen dit verder het selectie-effect.

De cijfers

We bekijken de resultaten van de studenten die in september 1988 aan de economische faculteit van de Rijksuniversiteit Groningen kwamen studeren en die wiskunde A, wiskunde B of wiskunde A en B op het vwo hadden gedaan. Studenten die geen wiskunde A

Tabel 1

Onderwerpen die bij het eerstejaarsvak statistiek aan de orde komen. De onderwerpen die ook bij wiskunde A behandeld worden, zijn cursief gedrukt.

Toets 1

Histogram, (cumulatieve) (relatieve) frequenties, gemiddelde, modus, mediaan, variantie, standaardafwijking, kwantielen, kwartielsafstand, 'vuistregel', Tsjebsjef, scheefheid.

Toets 2

Uitkomstenruimte, gebeurtenis, doorsnede, vereniging, complement, disjunct, kansregels voor vereniging, complement en voorwaardelijke kans, onafhankelijkheid, marginale kansen, de regel van Bayes, permutaties, combinaties, multinomiale verdeling, hypergeometrische verdeling.

Toets 3

Stochast, discrete kansverdelingen, continue kansverdelingen, verwachtingswaarde (van een functie van een stochast), variantie, verdelingsfunctie, discrete en continue bivariate verdelingen, marginale verdeling, voorwaardelijke kans, onafhankelijkheid, covariantie, verwachting en variantie van een lineaire combinatie van stochasten.

Toets 4

De volgende verdelingen: *binomiale, hypergeometrische, Poisson, normale, exponentiële, chi-kwadraat; normale benadering van een binomiale verdeling (met continuïteitscorrectie).*

Toets 5

Methoden van steekproef trekken, steekproefgemiddelde en steekproefvariantie en hun verdeling, chi-kwadraat, t- en F-verdeling, gewenste eigenschappen van schatters, zuiverheid, betrouwbaarheidsintervallen, maximum likelihood methode.

Toets 6

Toetsen van hypothesen (*elementair*), *toets met nulhypothese $p = p_0$, éénsteekproefentoetsen voor μ en σ^2 , tweesteekproefentoetsen voor p_1, p_2, μ_1, μ_2 en σ_1^2, σ_2^2 , gepaarde waarnemingen.*

Toets 7

Lineaire regressie met één onafhankelijke variabele, kleinste kwadraten schatters, stelling van Gauss-Markov, kwadratensommen, t-toets en F-toets voor de helling β , betrouwbaarheidsinterval voor β , betrouwbaarheidsinterval voor $\alpha + \beta x$, voorspelinterval voor y bij een bepaalde x , steekproefcorrelatiecoëfficiënt, toets voor de correlatiecoëfficiënt.

en/of B hadden gedaan zijn voor het gemak weggelaten. De slagingspercentages op ieder van de zeven toetsen zijn weergegeven in figuur 1. De peilingsdatum is 1 september 1989. De verhouding van de aantallen studenten met wiskunde A, B, respectievelijk A en B komt overeen met die in Amsterdam aan de economische faculteit van de Universiteit van Amsterdam, namelijk $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}$.

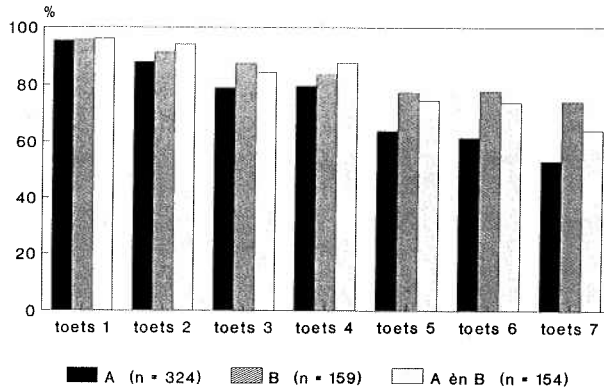


fig. 1

We zien dat voor alle toetsen het percentage geslaagde studenten met wiskunde B hoger is dan met A. Dit verschil is pas significant ($\alpha = 0.05$) voor de toetsen 3, 5, 6 en 7; dus de toetsen met onderwerpen die op het vwo bij wiskunde A vrijwel niet aan bod kwamen. Op de toetsen met veel bekende stof (1, 2 en 4) doen studenten met wiskunde A het niet veel slechter. Studenten met wiskunde A en B doen het het allerbeste. Hun resultaten bij de toetsen 3, 5, 6 en 7 liggen echter onder die van hun collega's met alleen wiskunde B.

Discussie

Deze resultaten weerspiegelen de beide eerder genoemde effecten, waarbij het selectie-effect het sterkst is: over de hele linie scoren de studenten met wiskunde B beter. Echter, ook het voorkennis-effect speelt een rol: de studenten met wiskunde A kunnen zich bij de toetsen met veel bekende stof aardig handhaven. Merkwaardig is het patroon bij de studenten met A en B. Men kan dit als volgt verklaren: wie op het vwo kiest voor wiskunde A en B, wil alle studiemogelijkheden nog openhouden en heeft niet een duidelijke voorkeur, en wellicht ook een minder grote aanleg voor de exacte vakken.

Studenten met wiskunde A scoren dus over de hele linie slechter dan die met wiskunde B. Betekent dit nu dat de invoering van wiskunde A een slechte zaak is geweest voor aanstaande studenten economie en dat we hen moeten afraden om wiskunde A te kiezen? Nee, want afgezien van het feit dat de economiestudie uit meer vakken dan alleen statistiek bestaat, hadden wiskunde A-mensen misschien slechter op de statistiektoetsen gescoord als ze geen wiskunde A hadden gehad! Uiteraard valt hier niets met zekerheid over te zeggen.

Wel kunnen we de resultaten van de hele generatie van 1988 vergelijken met die van een groep studenten die geen wiskunde A kon kiezen, namelijk de generatie studenten van 1986. Die hebben nog vrijwel allemaal wiskunde I (voor een groot deel gelijk aan wiskunde B) gedaan (zie figuur 2). We zien dat de generatie 1988 het voor de eerste zes toetsen beter doet dan de generatie van 1986. Alleen op toets 7 wordt door de generatie 1986 beter gescoord. Op de toetsen 1, 2 en 4 scoort de generatie 1988 zelfs significant beter ($\alpha = 0.05$).

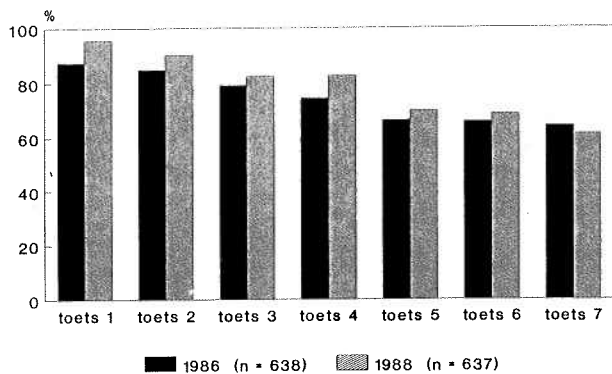


fig. 2

Hoewel we voorzichtig moeten zijn met het trekken van conclusies, omdat ook andere verschillen tussen

de twee jaren een rol kunnen spelen (gedeeltelijk andere docenten, andere vragen op de toetsen), kunnen we hier toch niet uit concluderen dat de invoering van wiskunde A een achteruitgang heeft betekend voor de resultaten op het vak statistiek. Integendeel, het lijkt erop dat met de invoering van wiskunde A de resultaten in zijn geheel erop vooruit zijn gegaan.

Literatuur

- [1] Streun, A. van: *Economie en wiskunde A, een nadere analyse*, Tijdschrift voor het economisch onderwijs, 1989-10, p. 283-285.
- [2] Horst, G.P.A. van der en Woudhuijsen D.: *Wiskunde A in het VWO, een blijvertje? (een eerste verkenning)*, Tijdschrift voor het economisch onderwijs, 1989-8, p. 230-233.
- [3] Harnett, D.L.: *Statistical Methods*, third edition, Reading, Mass., 1982.

CIEAEM

De 42e jaarlijkse conferentie van de 'Commission internationale pour l'étude et l'amélioration de l'enseignement des mathématiques' (CIEAEM) zal van 23-30 juli 1990 plaatsvinden in Bielsko Biala (Polen). Het thema voor dit jaar luidt: 'Le professeur de mathématiques dans un monde qui change'.

Inlichtingen kunnen worden verkregen bij:

Mw. R. Dekker
 ISOR-RU Utrecht
 Postbus 80140
 3508 TC Utrecht.