

Pak uw pen . . .

Ingezonden brievenrubriek

N. C. Verhoef

CHS Windesheim, Zwolle

Enkele reacties op: 'Wiskunde A en de statistiek in de propedeuse'

Als ik tabel 1 met onderwerpen bij het eerstejaarsvak statistiek voor me neem en de slagingspercentages daarnaast, valt me het volgende op:

Toets 1

Deze toets wordt door zowel A-, B- als A/B-kiezers goed gemaakt. Logisch, de onderwerpen zijn er ook naar: bekend bij wiskunde A, gemakkelijk te vatten voor wiskunde B.

Ook in 1986 werd deze toets niet direct slecht gemaakt.

Toets 2

Vergeleken met toets 1 is deze toets door wiskunde A-kiezers iets minder gemaakt. Hetzelfde geldt voor wiskunde B-kiezers. Dit is niet zo vreemd als je bedenkt dat er meer onbekende stof, en wat economie bij komt kijken. Echt wiskundige vaardigheden die moeilijk zijn zitten er nauwelijks bij.

Wiskunde A/B-kiezers doen het hier beter, een verklaring zou kunnen zijn dat inderdaad deze categorie veel studiemogelijkheden heeft opgehouden zonder duidelijke voorkeur en daardoor nu in het voordeel is. Het verschil tussen de resultaten in '86 en '88 is kleiner dan bij toets 1; logisch, want in het wiskunde I-programma werd deze materie grotendeels behandeld.

Toets 3

Vergeleken met de twee vorige toetsen gaat het met de wiskunde A-kiezers niet beter, het gaat zelfs met dezelfde snelheid slechter. Niet vreemd als je naar de onderwerpen kijkt. Het gaat hier om echt wiskundige vaardigheden met nogal wat rekenwerk en een zeker abstractieniveau. Te verwachten dus dat de wiskunde B-kiezers het beter doen, hoewel ook met dezelfde snelheid slechter als de vorige twee toetsen.

De A/B-kiezers blijven achter bij de B-kiezers; dat zou de opmerking staven dat deze categorie wellicht minder aanleg heeft.

Er is nauwelijks verschil tussen '86 en '88 en dat is begrijpelijk gezien de leerstof.

Toets 4

Bij deze toets blijven de A-kiezers op hetzelfde niveau. Dat bevreemdt me enigszins, daar ze toch het grootste gedeelte van de stof al gehad hebben. Dat zou erop kunnen wijzen dat de rest van de getoetste leerstof voor deze categorie behoorlijk moeilijk is. Dit

mede gezien het feit dat de B-kiezers met dezelfde snelheid slechter blijven scoren.

De A/B-kiezers zijn bij deze toets in het voordeel, ze doen het beter dan de A- en de B-kiezers. Dat zou er nog steeds op kunnen duiden dat deze categorie profiteert van zijn breedheid op meerdere terreinen, terwijl het niet direct om meer wiskundekennis gaat.

Het is niet vreemd dat de '86-ers hier slechter scoren, de accenten werden in de leerstof anders gelegd.

Toets 5

De A-kiezers schieten nu wel erg onderuit! Inderdaad is de gehele leerstof nieuw. Ook de B-kiezers gaan verder omlaag en wel nog steeds met dezelfde snelheid. Opmerkelijk is nu dat de A/B-kiezers het slechter doen dan de B-kiezers. Dat zou erop kunnen wijzen dat dit gedeelte abstract en voor velen ontoegankelijk is.

Ik moet eerlijk bekennen dat ook ik nu wat moeite krijg met me voor te stellen waar dat nu allemaal over gaat. Opmerkelijk dat de '86-ers hier relatief goed scoren, immers ook voor deze categorie was de leerstof nieuw. Zouden ze baat gehad hebben bij de manier van aanpak bij wiskunde I?

Toets 6

De A-kiezers blijven ongeveer op hetzelfde niveau. Allicht, de stof is ook nu weer onbekend. Opvallend is hier dat de B-kiezers een stuk hoger scoren, zelfs hoger dan toets 5, terwijl de stof voor hen onbekend is. Het antwoord ligt in de leerstof denk ik, het gaat veelal om rekenvaardigheden. De A/B-kiezers kunnen hier dan ook niet tegenop.

Ik had verwacht dat bij toets 6, de '86-ers beter zouden scoren dan de '88-ers, vanwege de bekendheid van de leerstof bij wiskunde I. Het tegendeel is waar, de resultaten lijken op die van toets 5, die misschien iets bekends had maar toch lang niet alles. Zou juist bij dit onderdeel het effect optreden van meer contextrijke wiskunde?

Toets 7

Dit lijkt me moeilijk. De A-kiezers kennelijk ook. De B-kiezers kunnen hier relatief goed mee uit de voeten en de A/B-kiezers hebben kennelijk niet zoveel profijt van hun kennis buiten de wiskunde . . .

En in dit geval scoren de '86-ers beter dan de '88-ers! En dat terwijl ze dit onderdeel ook niet kenden, maar

wel konden rekenen en omgaan met contextloze opgaven.

Ik ben ervan uitgegaan dat in figuur 2 slagingspercentages staan van leerlingen met wiskunde A in hun pakket.

Samenvattend concludeer ik ook voorzichtig dat wiskunde A in het pakket opnemen en economie gaan

studeren nog niet zo gek is. Zeker als je dat afzet tegen het verleden.

Wiskunde B in het pakket geeft betere resultaten hoe je het ook wendt of keert en wiskunde A/B levert niet echt betere resultaten.

Kortom door de invoering van wiskunde A hebben meer leerlingen toegang tot de studie economie dan voorheen.

P. Drijvers

Hogeschool Gelderland, Nijmegen

Differentialen zijn groot

Het gebruik van differentiaalrekening in het vwo is een omstreden zaak. Waarom al jarenlang onder wiskundigen en didactici een verhitte, soms emotionele discussie over dit onderwerp plaatsvindt is moeilijk te zeggen. Wellicht speelt de kijk die men op wiskunde heeft een rol: is wiskunde een vak dat op zichzelf staat, of een hulpvak voor onder andere natuurkunde? Moet het accent op de zuivere dan wel op de toegepaste wiskunde liggen? Voor een buitenstaander die denkt dat juist in de wiskunde alles vast en zeker is, kan zo'n polemiek aanleiding zijn tot enige hilariteit...

In dit artikel wil ik kort reageren op het stuk 'Differentiaalrekening als beroepsgeheim' van J. van de Craats. In zijn bijdrage pleit Van de Craats er (terecht) voor om in de wiskundeles het publiek niet altijd alle finesses te vertellen, maar om een heleboel te beschouwen als 'beroepsgeheim'. Als ik aan vwo-leerlingen denk, dan valt de paragraaf 'Differentiaalrekening losgekoppeld' naar mijn mening duidelijk onder die dingen waarmee je je publiek niet lastig valt. Anders ligt dat bij de gekoppelde differentiaalrekening, en daarop wil ik nader ingaan.

De auteur stelt voor om bij een differentieerbare functie $y = f(x)$ de uitdrukking:

$$dy = f'(x) dx \quad (1)$$

op te vatten als een korte notatie voor:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \Delta y / \Delta x = f'(x) \quad (2)$$

Bewering (1) zegt niets (net zoals $y = f(x)$ niets zegt), tenzij men weet wat $f'(x)$ is. Gelukkig is bewering (2) de definitie daarvan. Maar het is mijns inziens zinloos om een definitie af te korten tot een bewering waarin nieuwe onbekende begrippen opduiken.

Verder heb ik bezwaar tegen het interpreteren van dx en dy als kleine toenames. Want wat is klein? Hoe

klein, willekeurig klein? We hebben in de wiskunde niet voor niets het limietbegrip, en ik pleit ervoor om consequent onderscheid te maken tussen differentie en differentiaal, tussen differentiequotient en afgeleide. Dat betekent niet dat alles met epsilon en delta moet: het idee van de raaklijn is intuïtief heel duidelijk en wellicht zelfs duidelijker dan 'een snijlijn door twee puntjes héél dicht bij elkaar'.

Laat ik mijn conclusie niet te lang uitstellen. Zolang in de analyselijst van wiskunde B van het vwo functies (van één variabele) en limieten centraal blijven staan is er naar mijn mening geen enkele reden om differentiaalrekening te gebruiken. Het gebruik voegt niets toe, en verwarring ligt op de loer. De afgeleide functie als limiet van het differentiequotient voldoet uitstekend. Zelfs bij differentiaalvergelijkingen heeft men differentiaalrekening niet echt nodig.

Voor wie toch met differentiaalrekening wil werken, bijvoorbeeld om de natuurkundecollega tegemoet te komen, het volgende.

Als notatie kan men best in plaats van $f'(x)$ schrijven: df/dx . Het idee van een raaklijn als eerste-orde benadering lijkt mij heel goed op beeldend niveau duidelijk te maken.

Als nu voor zekere a geldt dat $f'(a) = 5$, dan kunnen we:

$$df/dx = 5 \text{ (of als u wilt: } df = 5 \cdot dx)$$

als volgt interpreteren:

Voor elke x , hoe groot $\Delta x = x - a$ ook is, kan men de eerste-orde benadering van $f(x)$ vinden door bij $f(a)$ Δf op te tellen, waarbij $\Delta f = 5 \cdot \Delta x$.

Hoe goed die benadering is, dat is een andere vraag. In elk geval blijkt hieruit dat differentiaalrekening evengoed groot als klein genoemd kunnen worden, en het liefst maar geen van beide.